Association pour la recherche en didactique des mathématiques (ARDM)

Remarques sur les projets de programme (26 mai 2015)

Préambule

Dans le contexte de la sortie prochaine de nouveaux programmes pour les cycles 2, 3 et 4 et des consultations en cours le comité de l'ARDM souligne les points suivants.

L'ARDM se félicite tout d'abord du fait que certains chercheurs en didactique des mathématiques ont participé à la confection des projets de programmes de cycle 2 et de cycle 3. Le choix de ne pas consulter de chercheur en didactique des mathématiques pour l'écriture des programmes de cycle 4 est à questionner, de façon plus générale cette partie de la procédure d'écriture pourrait être plus transparente (les programmes pourraient par exemple inclure la liste des auteurs).

L'ARDM pointe le fait que les modifications des programmes proposées, pour chacun des cycles, sont fortes et profondes : tant du point de vue des contenus que de celui des modalités de travail induites et suggérées. La formation continue des enseignants doit donc être une réelle priorité du ministère, une telle réforme ne pourra se faire de façon saine sans le développement d'un plan de formation conséquent et ambitieux (pour les mathématiques cet effort est à penser dans le cadre de la « stratégie mathématiques » présentée fin 2014). Ce plan massif de formation continue doit en particulier permettre aux enseignants de développer les compétences requises pour les nouveaux enseignements relevant par exemple de l'algorithmique (pour le cycle 4) ; mais aussi de mener une réflexion approfondie sur les progressions à retenir par cycle (le cycle 3, inter-degré, requiert à lui seul une attention extrême de ce point de vue) de même que sur l'interdisciplinarité. L'ARDM souhaite que cette réforme soit accompagnée par ailleurs de temps de concertations collectives dans chaque établissement ou bassin, notamment à propos du travail sur les progressions ou des enseignements interdisciplinaires.

L'ARDM appuie fortement la CFEM dans son rôle de coordination, au sein de la communauté mathématique, de la discussion autour de ces programmes de mathématiques pendant la concertation en cours et, par la suite, lors du suivi indispensable de la mise en place de ces programmes. Elle rappelle notamment que l'ADIREM et le réseau des IREM constituent pour les mathématiques une institution, proche des ESPE, dynamique et structurée nationalement, ressource pour la réflexion sur ces nouveaux programmes et l'accompagnement de leur mise en œuvre sur le terrain, ainsi que pour la constitution de formations.

Remarques sur les programmes du cycle 4 *(*Yves Matheron, Sylvie Coppé, Brigitte Grugeon et le comité de l'ARDM)

Dans le contexte de la consultation actuelle concernant les futurs programmes des cycles 2, 3 et 4 ; nous souhaitons apporter ici un regard sur les programmes de cycle 4. De nombreuses autres contributions sont disponibles sur le site de la CFEM Ce texte est organisé en deux parties : des remarques transversales tout d'abord (sur le choix de la présentation en cycle, les attendus de fin de cycle, la place de la résolution de problème, les mathématiques dans le socle commun) et des remarques sur le contenu proposé pour les différents domaines mathématiques.

1. Des remarques générales

1.a Présentation des programmes

Les nouveaux programmes sont rédigés non plus année par année mais pour trois ans et visent à donner des repères suffisants pour permettre aux enseignants d'organiser leur progression, tout en coordonnant programmes et socle commun. C'est une modification majeure par rapport à la précédente écriture des programmes.

Ces changements profonds, l'introduction de l'algorithme et des probabilités, nécessitent la mise en place de formations pour accompagner les enseignants à les mettre en place.

Si rédiger un programme par cycle, et non plus année par année, peut être porté par l'idée de viser l'existence d'une continuité et d'un lien entre les notions à enseigner, il faut bien reconnaître la difficulté de la tâche de découpage par année et, on peut craindre de fortes disparités entre les établissements scolaires qui engendreront des difficultés importantes pour les élèves qui changent d'établissement.

Or, à la lecture du projet du cycle 4, établir une continuité interne aux mathématiques au cours des trois années semble rester de l'ordre de la seule responsabilité des enseignants. Dans l'état actuel du projet, et à l'opposé d'une perspective intégrative, on peut en conséquence s'interroger sur la possibilité de dépasser en acte, dans les classes, un enseignement découpé en chapitres. On sait pourtant qu'une telle organisation de l'enseignement, même traduite de manière « spiralaire » par certains professeurs, induit chez nombre d'élèves une vision morcelée des mathématiques : leur sens, autrement que scolaire, échappe aux élèves. Il semble donc important que des indications plus précises soient données sur la progressions par année ce qui n'est pas fait non plus pour les mathématiques dans le document « Eléments explicatifs pour le C4 » (http://www.cfem.asso.fr/actualites/nouveau-programmes-math-2015)

1.b Les attendus de fin de cycle

Pour chacun des thèmes, les attendus de fin de cycle sont peu explicites : il s'agit de « mobiliser » ou de « comprendre et utiliser ». Pour lutter contre une vision purement scolaire des mathématiques, il pourrait être souhaitable de rédiger un préambule pour chacun des cinq thèmes du programme. On y mentionnerait à quelle(s) question(s) relativement large(s) répondent les mathématiques du thème, ainsi que la nécessité pour les professeurs de faire vivre et travailler ces questions par les élèves.

De tels préambules présentant quelques traits épistémologiques du thème, pourraient jouer le rôle de garde-fous contre une vision des mathématiques scolaires apparaissant gratuites, déconnectées de questions qui se posent ou qui se sont posées à l'Humanité. Par exemple, il est significatif de cette absence que disparaisse encore une fois de ce projet de programme, et à la suite des programmes qui l'ont précédé, le terme « algèbre » ; il n'est mentionné que l'adjectif « algébrique ». Pourtant, faire vivre en classe des situations dans lesquelles les élèves rencontreraient la ou les questions auxquelles répond l'algèbre élémentaire, permettrait peut-être d'éviter que nombre d'entre eux, et à leur suite des adultes étant passés par le Collège, se demandent encore pourquoi a-t-on décidé, en mathématiques, de « calculer avec des lettres ».

Après l'énoncé des attendus, le programme est composé de trois rubriques qui doivent aider les enseignants à construire leur progression mais certainement aussi les évaluations de ce qui aura été travaillé. Or ce qui est explicité notamment dans les deux premières colonnes ne permet pas de donner suffisamment de repères. Nous illustrons ce point, partie par partie :

- Repères pour la construction de l'attendu de chaque cycle. Il s'agit certainement de donner des critères pour préciser ce qui sera exigible. Or ces critères sont de types différents, correspondant soit à des tâches isolées et techniques (par exemple « reconnaître si un entier est multiple ou diviseur d'un autre »), soit à des tâches plus variées mais sans finalité (par exemple « calculer avec des fractions », soit encore à objectifs généraux comme « comprendre », « percevoir le rôle de la démonstration ... ». Ces attendus pourraient être précisés notamment en donnant des finalités correspondantes ou en renvoyant à des documents d'accompagnement.

- Connaissances associées. On a un peu de peine à dégager ce que recouvre cette partie : des connaissances antérieures, des connaissances à acquérir, le minimum à acquérir ? Par exemple pour « Géométriser des problèmes spatiaux » il est seulement indiqué dans les connaissances « Parallélépipède rectangle, sphère ». Or au cycle 3 les élèves ont travaillé sur d'autres solides, il est donc étonnant qu'en cycle 4 on se restreigne à ces deux seuls. De plus, dans« Démarches » on indique « manipuler des solides ». Enfin si l'on interprète qu'il s'agit des connaissances relatives au parallélépipède rectangle, il faudrait préciser lesquelles.

- Démarches, outils, exemples d'activités. Les indications sont très hétérogènes. Il est certainement nécessaire d'organiser la présentation et les enjeux visés pour ces démarches et outils au regard des repères proposés (colonne1)

1.c Résolution de problèmes

Le passage ci-dessous soulève quelques interrogations :

« La résolution de problèmes nécessite de s'appuyer sur un corpus de connaissances et de méthodes. L'élève doit disposer de réflexes intellectuels et d'automatismes tels que le calcul mental, qui, en libérant la mémoire, permettent de centrer la réflexion sur l'élaboration d'une démarche. »

Le texte ne dit pas, hormis à travers l'évocation du calcul mental, quel doit être le travail du professeur pour qu'il ait des chances d'aboutir à ce que l'élève dispose de « réflexes intellectuels et d'automatismes ». De tels passages, beaucoup trop généralistes et qui de ce fait n'apportent rien, devraient être accompagnés de l'exposé de quelques techniques didactiques ou, à défaut, être supprimés.

Sur ce point, faut-il préciser qu'à la suite de Descartes, on sait que l'algèbre « libère la mémoire » ? En effet, si l'activité d'enseignement des ma thématiques passe nécessairement par la recherche et la résolution de problèmes, elle ne saurait s'y réduire. La mémorisation, et donc l'apprentissage, nécessitent l'implication des élèves dans des moments d'institutionnalisation. Ils jouent le rôle de synthèse des savoirs mathématiques à retenir de l'activité de recherche et de résolution de problèmes que l'on a menée ; activité faite d'erreurs et tâtonnements, de détours et de débats profus. Il s'agit, lors des moments d'institutionnalisation, de s'accorder collectivement, et sous la direction du professeur, sur ce qu'est le savoir mathématique (savoir-faire, notion, définition, théorème, etc.) à retirer de l'activité et que l'on devra retenir afin qu'il soit appris. Dans le programme, si l'on souhaite mettre l'accent sur la résolution de problèmes il semble nécessaire que soit indissociablement rappelée l'exigence d'institutionnalisation qui indique le savoir et donc la finalité de l'activité, et sans laquelle l'apprentissage risque de n'être que très labile.

Il faudrait donc expliciter comment élaborer et proposer dans les classes des activités de recherche de problèmes qui permettent de travailler et de mettre en lien certaines des « six composantes majeures de l'activité mathématique : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer », ceci dans le but de favoriser les apprentissages mathématiques.

1.d La contribution au socle commun

Dans l'ordre d'énonciation des champs disciplinaires ou champs éducatifs, le champ « mathématiques, Sciences de la vie et de la terre, Physique-Chimie, Technologie » se trouve en 9^{e} position, après les langues, les arts plastiques, l'éducation musicale, l'histoire des arts, l'histoire géographie, l'enseignement moral et civique. Cette position n'attribue pas un rôle central à l'enseignement scientifique et technologique, ce qui est difficilement compréhensible dans un monde complexe nécessitant ce type de connaissances pour donner accès à son interprétation.

2. Quelques éléments sur les domaines mathématiques

Thème B : Nombres et calculs

L'écriture lacunaire du programme ouvre la porte à de nombreuses interrogations portant sur les contenus mathématiques à enseigner. Comme cela a déjà été souligné par d'autres, cet état de fait risque fort d'accentuer les inégalités déjà existantes quant aux contenus mathématiques enseignés et donc appris par les élèves au niveau du socle. Inégalités que l'on sait découler de l'implantation géographique des établissements et de l'origine sociale des familles des élèves qui les fréquentent.

Dans ce domaine, comme dans celui propre à la géométrie, on aurait pu s'attendre à ce que soient exposées, en préalable, une ou des questions qui sont à l'origine d'un intérêt mathématique apportés à l'étude des nombres, des calculs, de l'algèbre ; non pas que les professeurs les ignorent, mais afin qu'ils ne perdent pas de vue la nécessité de les faire rencontrer et étudier, en situation, par les élèves. Un tel point de départ aurait pu donner de la cohérence, de la continuité, de la progressivité à un enseignement de cycle qui, en l'état actuel, n'est guère plus que la déclinaison de ce qui existait auparavant, année par année, sans que cette cohérence apparaisse vraiment.

On retrouve donc des notions déjà présentes dans les anciens programmes et qui constituent des incontournables du programme de Collège. Néanmoins, certains points ont disparu tandis que des isolats mathématiques, peu connectés avec d'autres notions du programme, subsistent. Deux exemples :

- Semblent disparaître les équations du second degré qui étaient traditionnellement désignées, à ce niveau, sous la dénomination d'équations-produits ; les polynômes étant proposés, dans les énoncés, sous une forme qui permettaient une factorisation facile. Mais subsistent les identités remarquables. La disparition des unes et le maintien des autres interrogent. En effet, au niveau du Collège, et en dehors d'un entraînement à la pratique du calcul algébrique élémentaire, la fonctionnalité première de ces "identités remarquables" est, généralement, de permettre la factorisation d'un certain type de polynômes du second degré ; l'étude de la factorisation canonique du trinôme du second degré étant réservée au lycée [1]. Conserver l'outil, mais sans autre objet qu'une utilisation formelle, non fonctionnelle, risque de renforcer l'idée d'un enseignement des mathématiques qui tourne à vide, duquel la majorité des élèves ont bien du mal à trouver du sens.

- Une même remarque peut être adressée pour la notion de PGCD. Cette notion apparaît, comme dans l'ancien programme, en tant qu'isolat arithmétique : sans les nombres premiers et le PPCM, comme il était pourtant d'usage à une époque ancienne en 5^{e}. "A quoi sert le PGCD ?" pourrait être une bonne question. Comme la notion succède, dans ce programme, au point relatif à la simplification

[1] Sur ce seul point, comment établir la résolution de l'équation $x^2= a$ (a positif) ? L'étude du calcul sur les racines carrées est-elle encore au programme en dehors de l'usage de la calculatrice lors de sa rencontre avec le théorème de Pythagore ?

des fractions, on peut se demander s'il sert vraiment à cela. Si c'est le cas, afin de faire éprouver la fonctionnalité du recours au PGCD de deux nombres, les termes de la fraction doivent le nécessiter ; et pour cela, être « assez grands ». Sinon, dans la majorité des cas des exercices donnés à ce niveau, la simplification par la technique des critères de divisibilité, ou par tests de diviseurs, est moins « coûteuse » qu'avec le PGCD. Est-ce bien cette fonctionnalité, relative à rendre une fraction irréductible, qui doit vivre au collège ? Si par contre, le programme trouve la raison d'être du PGCD dans la construction d'un algorithme (Euclide ?), puisque l'accent est mis avec insistance sur l'algorithmique, ne risque-t-on pas de contribuer à nourrir de nouveau, chez les élèves, la funeste impression de « faire des maths pour les maths », sans plus ?

En ce qui concerne le calcul littéral, les compétences visées en fin de cycle 4 sont « Utiliser le calcul littéral pour écrire une formule, pour démontrer une propriété, pour mettre un problème en équation et le résoudre ». On peut faire une remarque sur les « repères proposés » qui sont incomplets.

Préalablement à la rencontre avec le statut d'inconnue dans la mise en équation de situation, il est nécessaire de motiver l'usage des lettres de statut de variable dans des situations de généralisation et de preuve (par exemple à travers l'étude de programmes de calcul ou de situations telles celle du carré bordé dans le document d'accompagnement « du numérique au littéral »). On pourrait aussi préciser « démontrer pour valider par l'usage d'une propriété algébrique ou réfuter une affirmation par l'usage d'un contre exemple ». En ce qui concerne les « connaissances associées », la notion d'inconnue (5e) devrait être énoncée après la notion de variable (5e).

On peut aussi se demander si la distributivité de la multiplication par rapport à l'adition n'est plus introduite en 5e? Dans ce cas, la question de l'équivalence des expressions serait reportée en 4^e et seule la question de leur non équivalence serait abordée en 5^e via le contre exemple. Ce serait certainement dommage.

Thème C : Géométrie

L'actuelle rédaction lacunaire du projet de programme laisse, dans ce domaine encore, une place beaucoup trop grande à l'interprétation. On peut encore illustrer ce point sur l'exemple des transformations. Le programme met l'accent sur les transformations, mais sans que l'on sache vraiment ce que le professeur doit enseigner à leur propos.

Ainsi, par exemple, le programme mentionne-t-il la construction de frises et de pavages. Dans le seul cas de la frise, quelles isométries utiliser ? La seule translation ou bien la composée d'isométries allant par exemple jusqu'à la symétrie glissée ? Quels types de frises proposer aux élèves, quels types d'isométries puisque la structure de la frise en dépend (http://fr.wikipedia.org/wiki/Groupe_de_frise) ? Comme les isométries planes (les seules du programme) sont engendrées par les symétries orthogonales, doit-on faire le lien entre chacune d'elles et la composition judicieuse des symétries orthogonales dont elles sont issues ? Les mêmes questions se posent pour les pavages relativement à la composition d'isométries ; ou de même sur l'homothétie qu'on définira sans les vecteurs. Quel lien établir entre la similitude, qui n'est pas explicitement au programme, l'homothétie qui est au programme, et les « agrandissements-réductions » ? Le terme agrandissement-réduction, euphémisme qui évite de parler correctement de similitude, est-il vraiment le plus approprié ? Il met l'accent sur la proportionnalité des longueurs « en oubliant » la conservation des angles ; ce qui risque d'induire l'idée fausse selon laquelle la première impliquerait la seconde.

Pour la partie géométrie dans l'espace, on dirait que l'on n'a pas pris en compte ce qui est fait au cycle 3 puisqu'un grand nombre de solides ont été déjà rencontrés, ce qui est nécessaire pour introduire différents solides par notamment la comparaison de différents aspects. De plus on ne voit pas bien ce que signifie en termes d'activité mathématique : «manipuler des solides » ?

Thème E : algorithmique et programmation

Un cinquième domaine a été rajouté : algorithmique et programmation. Comment gérer en 3 ans cinq domaines, l'algorithmique étant un nouveau domaine, sans limiter d'autres parties du programme, les horaires ayant été diminués.

Il est nécessaire d'argumenter l'ajout de ce domaine, de le situer par rapport aux autres en particulier « nombres et calculs », d'indiquer ce qui est conservé dans les autres parties et surtout d'articuler les concepts introduits en algorithmique par rapport aux concepts des autres domaines.

L'introduction ou l'approche de certaines notions mathématiques au cycle 4, déjà complexe, devra être repensée en lien avec le travail proposé sur l'algorithmique : notion d'égalité et statut du signe « = », notion de variable informatique et de variable mathématique, introduction du calcul littéral, lien avec le raisonnement (instruction conditionnelle et proposition conditionnelle, « si ... alors ... »), statut des connecteurs logiques (« et » et « ou » par exemple) etc. Il est notamment affirmé dans l’introduction du programme de mathématiques que «L’introduction de l’algorithmique et de la programmation renouvelle l’enseignement du raisonnement, éclaire l’introduction du calcul algébrique et fournit un nouveau langage pour penser et communiquer.». La façon dont cela permet de travailler le raisonnement mathématiques et quels types de raisonnement serait à expliciter. Il serait aussi nécessaire de préciser en quoi il s'agit d'un renouvellement (car le terme choisi est assez fort). L’algorithmique est un domaine difficile qui nécessite de former les enseignants pour assurer la viabilité de cet enseignement.