

2013, année des mathématiques de la planète Terre

LES DOSSIERS DE LA MAIN À LA PÂTE

NUMÉRO 2 | OCTOBRE 2013

En 1902, une grande réforme des lycées vit le jour avec pour ambition de former non seulement les garçons de la bourgeoisie libérale destinés «aux hautes spéculations» mais également ceux de la bourgeoisie économique et industrielle. Cette réforme mit fin au monopole de l'enseignement des humanités classiques au lycée, de la classe de sixième à la terminale, et la place accordée à l'enseignement des sciences et des mathématiques fut profondément renouvelée.

C'est à l'occasion d'un cycle de conférences sur les sciences dans l'enseignement dans le cadre de cette réforme qu'Henri Poincaré adressa aux professeurs de sciences des grands lycées parisiens la question suivante : «Qu'est-ce qu'une bonne définition ?», non pas pour le philosophe ou le savant, mais spécifiquement dans l'enseignement¹.

À partir d'exemples bien concrets, Poincaré donna des conseils pédagogiques précis argumentant qu'une bonne définition reste une définition comprise par les élèves et signala le paradoxe suivant face auquel

Suite en page 2

sommaire

- 1 Introduction
- 2 Le site Internet *Un jour, une brève*
- 4 Enseignement et mathématiques de la planète Terre
- 6 Du côté de la classe
- 6 Sur les pas d'Eratosthène
- 8 Calendriers, miroirs du ciel et des cultures



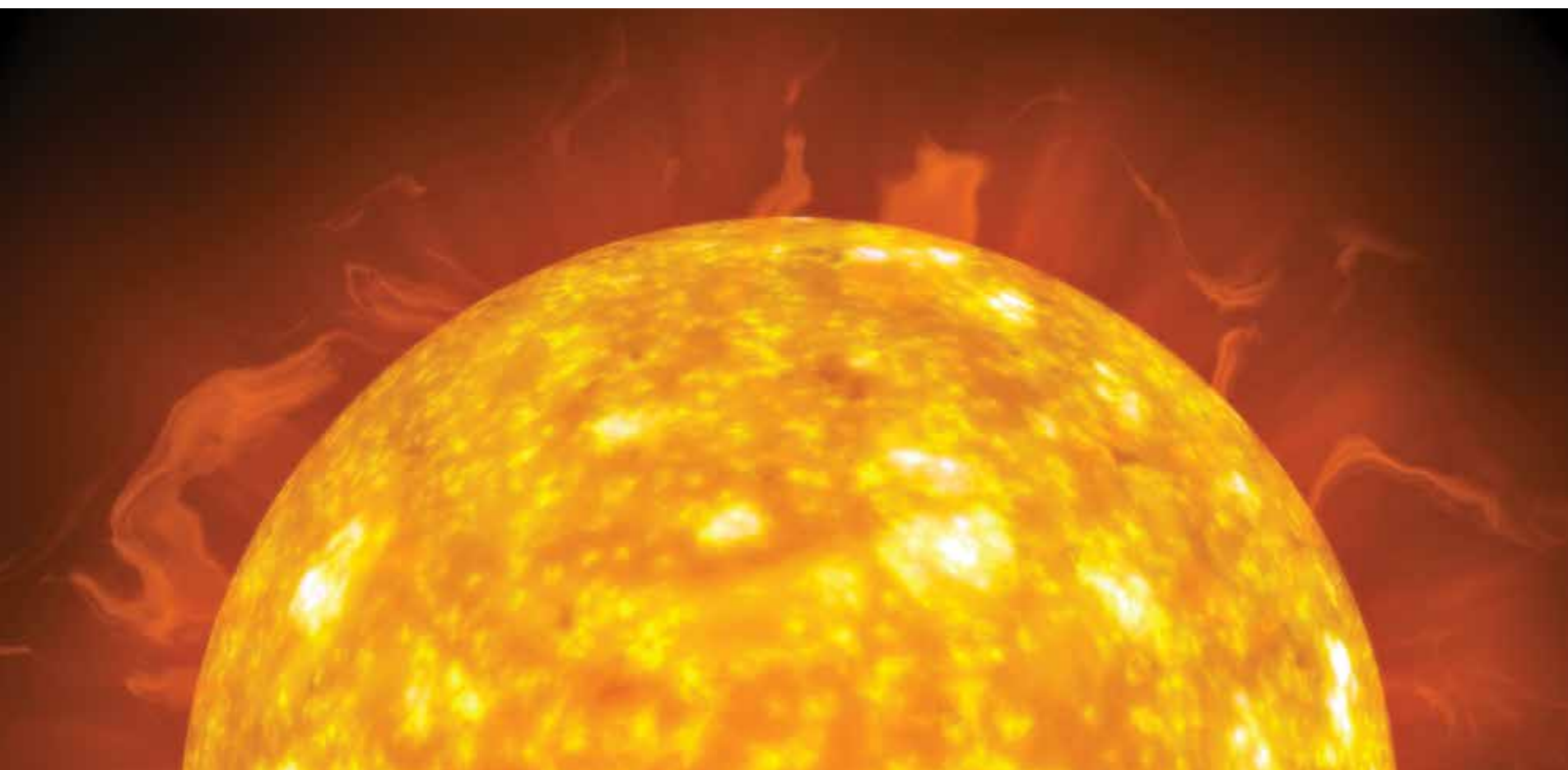
Calendriers, miroirs du ciel et des cultures

UN MODULE PÉDAGOGIQUE POUR L'ÉCOLE PRIMAIRE

C'est l'un des modules thématiques de *La main à la pâte*, un très beau guide pédagogique en particulier pour une initiation à l'astronomie à l'école primaire : une belle occasion pour faire aussi de la géométrie. En quelques mots, de quoi est-il question ?

Du mouvement de la Terre et des planètes autour du Soleil, de la rotation de la Terre sur elle-même, de la durée du jour et son changement au cours des saisons, etc.

Suite en dernière page



► les professeurs se doivent de trouver une solution :

«Qu'ils [les élèves] soient incapables d'inventer, passe encore, mais qu'ils ne comprennent pas les démonstrations qu'on leur expose, qu'ils restent aveugles quand nous leur présentons une lumière qui nous semble briller d'un pur éclat, c'est ce qui est tout à fait prodigieux.»

Ce que résuma très joliment Marcel Ascoli dans son compte-rendu de la conférence en écrivant :

«[...] on présente aux gens la lumière elle-même, qui les aveugle, et non les objets qu'elle éclaire».

Plus de cent ans après, il y a un besoin urgent de «montrer les objets», de ne pas laisser la logique seule guider le pédagogue. Il faut au contraire laisser suffisamment de temps aux élèves pour se forger une intuition des phénomènes et surtout leur montrer la variété des problèmes que les mathématiques permettent d'aborder. Enrichir l'enseignement des mathématiques d'une dimension culturelle est un des nouveaux défis que nous devrions essayer de relever.

LE SITE INTERNET

UN JOUR, UNE BRÈVE

<http://mpt2013.fr>

L'année 2013 a été déclarée «année des mathématiques de la planète Terre», une initiative soutenue par l'UNESCO. À cette occasion, l'une des réponses lancées par un certain nombre d'acteurs de la communauté mathématique est le site *Un jour, une brève* qui, par une publication quotidienne, contribue à illustrer la variété des problèmes scientifiques dans lesquels la recherche mathématique actuelle joue un rôle important. Le défi est en passe d'être réalisé, puisque depuis le 1^{er} janvier 2013, le site publie chaque jour un court article présentant un problème scientifique et son lien avec les mathématiques. Mais bien sûr, le véritable challenge, c'est de faire cela dans une langue compréhensible par le plus grand nombre, en évitant toute technicité. Impossible pensez-vous ? Comme suggéré par Ascoli, baissons donc la lumière et regardons les objets !

UNE BRÈVE ASTRONOMIQUE...

Voir les trous noirs². D'après la théorie de la relativité générale d'Einstein, les objets massifs comme les planètes ou plus encore le Soleil, dévient les trajectoires des rayons lumineux, ce qui fut confirmé en 1919 par Eddington lors d'une éclipse totale du Soleil. Pourrait-on imaginer un objet tellement massif qu'il serait capable de capter toute la lumière dans son voisinage ?

Théoriquement oui : on parle de «trous noirs» et ils correspondent à des solutions particulières des équations d'Einstein mises en évidence par Roy Kerr en 1963. Cela étant, personne n'a jamais vraiment vu un trou noir... leur véritable existence découle d'observations indirectes et est l'explication la plus simple à certains phénomènes astronomiques observés et bien réels.

Étudier les trous noirs d'un point de vue mathématique pourrait permettre d'exhiber théoriquement des preuves directes de leur existence, tout comme Einstein calcula théoriquement la déviation des rayons lumineux, patientant sereinement jusqu'à leur observation expérimentale quelques années plus tard.

... UNE BRÈVE DYNAMIQUE...

Que va devenir le système solaire ?³. L'idée avancée par Newton que de temps en temps Dieu était obligé de remettre un peu d'ordre dans les trajectoires des planètes du système solaire n'était guère du goût des penseurs du siècle des Lumières... Et pourtant il ne faisait pas de doute que les interactions mutuelles des planètes les unes sur les autres devaient finir par dérégler les trajectoires elliptiques de Kepler.

La question de la stabilité du système solaire léguée par Newton occupa grandement les savants jusqu'à aujourd'hui. Depuis les théorèmes de stabilité démontrés par Lagrange, Poisson et bien d'autres, les travaux de Laskar et ses collaborateurs montrent aujourd'hui que le système solaire est en fait instable sur de très grandes durées : d'ici cinq milliards d'années, des collisions entre planètes pourraient se produire par exemple !

Ces résultats n'auraient pu voir le jour sans les progrès extraordinaires en calculs qui ont été faits ces trente dernières années.

... UNE BRÈVE ÉCOLOGIQUE...

Rendre la consommation d'électricité plus flexible et mieux contrôlable ?⁴. L'un des grands défis des décennies à venir est certainement la maîtrise de nos consommations en énergie qui, à l'échelle mondiale, ne cessent de croître.

Avec l'arrivée des énergies renouvelables qui sont amenées à tenir une place de plus en plus prépondérante dans la production d'énergie électrique, il va peut-être falloir revoir les choses : au lieu que les moyens de production s'adaptent en temps réel aux besoins énergétiques des consommateurs, et si l'on demandait aux consommateurs de s'adapter aux énergies disponibles à un instant donné ? C'est un véritable challenge à relever et pour cela, il nous faudra de nombreux modèles mathématiques et statistiques pour nous aider à évaluer les besoins énergétiques des consommateurs en temps réel.

... ET UNE BRÈVE MUSICALE

Simuler le son d'un piano⁵. Comment s'y prendre pour construire un piano ? Fabriquer une table d'harmonie n'est pas une chose facile et cela repose d'ailleurs sur un savoir-faire de plusieurs siècles dans les manufactures de piano.

Aujourd'hui on dispose d'une bonne compréhension des phénomènes acoustiques et mécaniques que l'on met en équations grâce aux lois de la physique. En général, on ne sait pas résoudre rigoureusement ces équations et l'on requiert à des techniques sophistiquées d'analyse numérique pour les calculer. On fabrique ainsi un piano virtuel qui reproduit très fidèlement un piano réel, ce qui permet de construire virtuellement des tonnes de pianos et d'entendre les sons qu'ils produiraient si on prenait la peine de les construire pour de vrai. Le compositeur du XXI^e siècle dispose d'un instrument de musique qu'il peut adapter à sa guise jusqu'à obtenir le son qu'il recherche.

Des compositeurs comme Bach qui passaient des heures à accorder leurs orgues se seraient peut-être régalés avec ces instruments virtuels modifiables à souhait...

Le site *Un jour, une brève* est véritablement une mine d'or avec bientôt près de 250 brèves dans presque tous les domaines : agronomie, atmosphère, biodiversité, biologie, cartographie, etc. Impossible de dresser une liste exhaustive, les brèves évoquées ci-dessus n'étant que quatre exemples choisis (presque) au hasard.

Lire l'une de ces brèves ne prend que quelques minutes et l'on pourrait facilement concevoir que chaque professeur raconte à sa manière une brève au début de chacun de ses cours, qu'il montre à ses élèves un objet pour reprendre l'idée d'Ascoli.

Bien sûr, il n'est presque jamais possible de rentrer dans les mathématiques en question qui sont beaucoup trop difficiles pour l'écolier ou même le lycéen. Mais ce n'est pas grave, baissions la lumière ! Pourquoi le rôle de l'enseignant ne serait-il pas aussi de dire « Voyez, ça existe ! » et de motiver d'une façon originale son enseignement quotidien ? Oui, une dimension culturelle à l'enseignement des mathématiques, c'est un défi que nous devrions relever.

Aurélien Alvarez, enseignant-chercheur en mathématiques (Université d'Orléans)

RÉFÉRENCES

1 À propos de cette réforme et d'une conférence d'Henri Poincaré, on pourra lire l'article d'Hélène Gispert paru sur le site Internet *Images des maths* (<http://images.math.cnrs.fr/Une-conference-pour-une-reforme.html>).

2 Lire la brève *Voir les trous noirs* (<http://mpt2013.fr/voir-les-trous-noirs/>) d'Alain Bachelot.

3 Lire la brève *Que va devenir le système solaire ?* (<http://mpt2013.fr/que-va-devenir-le-systeme-solaire/>) d'Alain Chenciner.

4 Lire la brève *Rendre la consommation d'électricité plus flexible et mieux contrôlable ?* (<http://mpt2013.fr/rendre-la-consommation-delectricite-plus-flexible-et-mieux-controlable/>) de Pierre Panson.

5 Lire la brève *Simuler le son d'un piano* (<http://mpt2013.fr/facteur-de-piano-numerique/>) de Juliette Chabassier.

Enseignement et mathématiques de la planète Terre

PAR MICHÈLE ARTIGUE, PROFESSEUR ÉMÉRITE (UNIVERSITÉ PARIS DIDEROT), THIERRY GOUDON, DIRECTEUR DE RECHERCHE EN MATHÉMATIQUES (UNIVERSITÉ DE NICE SOPHIA-ANTIPOLIS), ET PIERRE PANSU, PROFESSEUR EN MATHÉMATIQUES (UNIVERSITÉ PARIS-SUD)

Le réseau des IREM s'est largement investi dans les activités menées en France dans le cadre du projet « Maths de la planète Terre », le plus souvent en partenariat avec les UFR de Mathématiques, les rectorats, l'association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (APMEP) et diverses associations et structures. Mentionnons par exemple :

- **des conférences, expositions et ateliers** montrant l'intervention des mathématiques dans les thèmes les plus divers ;
- **des concours sur ce thème** comme le concours « Fêtons la science » (IREM de la Réunion) ou le concours annuel de la région Ile-de-France de l'APMEP et l'IREM Paris 7 ;
- **des stages MathC2+** centrés sur cette thématique comme à l'IREM de Montpellier ;

→ **une demi-journée Math-Monde** où des conférenciers successifs ont montré comment ces mathématiques de la planète Terre sont abordées dans l'enseignement primaire et secondaire dans différents pays et dans la langue correspondante : Angleterre, Allemagne, Hongrie, Suède, Roumanie (IREM Paris 7).

Notons aussi qu'à l'initiative du comité scientifique des IREM, un recensement de travaux et publications des IREM sur cette thématique a été réalisé et un catalogue mis en ligne sur le portail des IREM.

Le thème MPT fut également à l'honneur des journées de l'APMEP avec un atelier spécifique qui fut consacré à des sujets d'expérimentation pouvant être traités dans des classes de lycée autour de modèles de dynamique des

populations : modèles de Malthus, logistiques, modèle de Lotka-Volterra et son application à la gestion des ressources de pêche, ou encore les modèles Susceptibles-Exposés-Infectés utilisés pour décrire la propagation d'épidémies. Certains exemples étaient illustrés par l'exploitation de données expérimentales alors que d'autres s'appuyaient sur des simulations numériques. Ce fut également l'occasion d'aborder des thématiques de recherche, avec l'étude de la modélisation des vagues et la formation de tsunamis, et d'échanger autour de la question : mais que fait donc un chercheur en mathématiques au XXI^e siècle ?

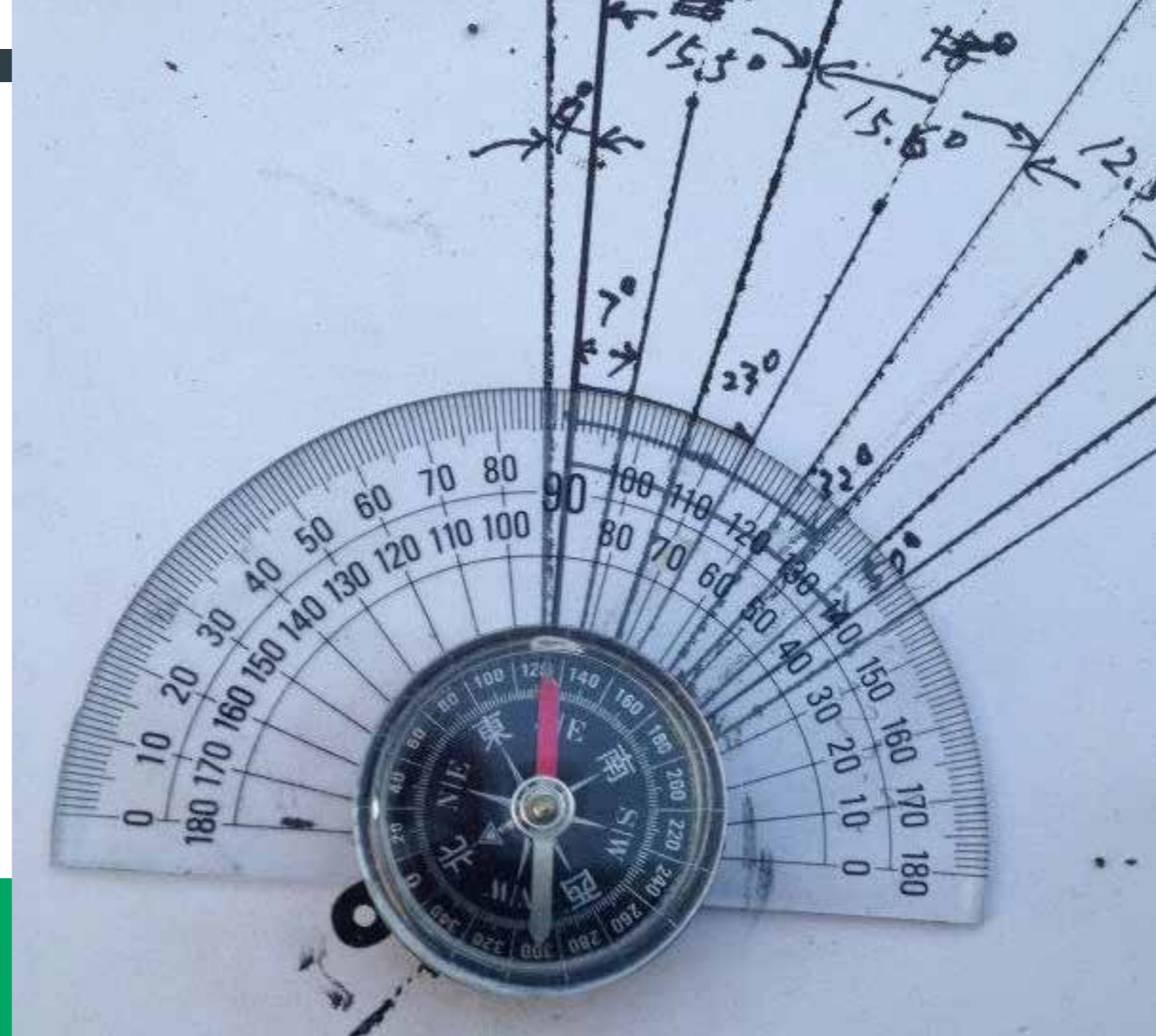
Justement, pour celles et ceux qui se demandent encore à quoi servent les maths, deux parutions, l'une récente, l'autre imminente, s'attaquent à la question, en s'adressant en particulier aux enseignants :

→ **tout d'abord, le livre *Mathématiques, l'explosion continue*** (<http://smf.emath.fr/MathematiquesExplosionContinue>) raconte en 22 chapitres indépendants des mathématiques en lien avec la vie courante, dans les domaines

les plus divers (climat, industrie, musique, biodiversité, cinéma, internet...). Un réel effort a été fait pour rendre ces sujets accessibles, bien que certains exigent une attention soutenue. Peut-on en faire usage en classe ? Le livre n'est pas fait pour cela. Néanmoins, un document d'accompagnement comportant des situations à mettre en oeuvre en classe de primaire, collège ou lycée est en cours d'élaboration.

→ **et puis un site : *Sciences et métiers*** (<http://mavoiescientifique.onisep.fr>)

Les sciences enseignées de l'école au lycée, qui est-ce qui s'en sert ? Ce site porté par l'Inspection Générale en collaboration avec l'ONISEP accueillera bientôt des réponses de professions non scientifiques (architectes, entrepreneurs du bâtiment, commerçants...), des liens vers les formations à ces métiers, des activités en classe faisant le lien entre connaissance et métier, etc.



Comment mettre en œuvre en classe le thème des mathématiques de la planète Terre ?

Réponse avec une sélection de deux projets pour l'école primaire : *Sur les pas d'Ératosthène et Calendriers, miroirs du ciel et des cultures.*



Du côté de la classe

SUR LES PAS D'ÉRATOSTHÈNE

Nous sommes environ 200 ans avant Jésus-Christ quand Ératosthène, directeur de la célèbre bibliothèque d'Alexandrie, réalise que l'ombre projetée par un obélisque sur le sol pourrait servir à **calculer le rayon de la Terre**. Il était connu d'Ératosthène que, le jour du solstice d'été à midi, les objets ne projettent aucune ombre dans la ville de Syène (actuelle Assouan) ; autrement dit, la lumière du Soleil pénètre dans les puits aussi profonds soient-ils. Et ce fait n'est pas vrai au même moment dans la ville d'Alexandrie, située sur le même méridien mais à une latitude différente. Partant de la connaissance approximative connue à cette époque de la distance entre les deux villes et de la mesure de l'angle fait par les rayons du soleil par rapport à la verticale, un calcul tout simple permet à Ératosthène d'en déduire une circonférence d'environ 40 000 km pour la Terre, soit une erreur de moins de 10% par rapport à la valeur moyenne réelle. Impressionnant !

Aujourd'hui, des enseignants un peu partout dans le monde font vivre cette expérience à leurs élèves. Cette expérience est belle pour plusieurs raisons : elle est simple, facile à réaliser et on calcule au final la circonférence de la Terre, ce n'est pas rien ! Et puis surtout, elle est intrinsèquement pluridisciplinaire puisque cette mesure concerne à la fois l'astronomie, les mathématiques et la technologie (on peut construire soi-même le gnomon, l'outil de mesure). Cette expérience est également l'occasion de faire un peu de géographie (méridiens, parallèles, ou comment se repérer à la surface de la Terre) et d'ouvrir une page d'histoire aux plus belles époques de la science grecque.

Éric Vayssie est professeur de physique au collège Antonin Perbosc de Lafrançaise dans le Tarn-et-Garonne, près de Montauban, et fait partie de ces professeurs qui entraînent leurs élèves chaque année sur les pas d'Ératosthène. Dans son établissement, plusieurs clubs sont proposés par les enseignants pendant la pause déjeuner dont un club sciences. Pendant leurs réunions, Éric et ses élèves

font des mesures solaires, préparent des conférences, la Fête de la science, etc. Un tel projet **fédère les enseignants mais surtout les élèves**, notamment les plus timides que l'on voit participer et s'impliquer autant que les autres.

Certains élèves d'Éric Vayssie viennent régulièrement au club sciences pendant les quatre années du collège, si bien qu'il peut facilement suivre les progrès qu'ils font, les voir expliquer aux nouveaux des petites choses qu'ils ont bien comprises, faire du bouche à oreille pour attirer d'autres camarades, etc. Bref, une dynamique est créée, dans l'esprit de *La main à la pâte* : bien que les mesures demandent une certaine méthode, elles n'enlèvent rien à l'aspect ludique de la manip. Les élèves sont amenés à comparer les résultats de leurs mesures entre eux et se retrouvent de fait confrontés à la **notion de proportionnalité**. Selon Éric Vayssie, on voit les élèves progresser sur cette notion mathématique fondamentale, ainsi que sur les **mesures d'angles** ou la **notion d'angles alterne/interne** :

ce sont des choses qu'ils imprègnent facilement lorsqu'elles apparaissent dans des problèmes bien concrets. Dans un tel projet, **les graphiques sont également au rendez-vous mais aussi les interpolations**. Eh oui, parfois il pleut le jour où il faudrait faire la mesure ! Ou alors c'est un dimanche... Faire des mesures les jours précédents et suivants, puis interpoler plaît beaucoup aux élèves

qui, d'une certaine façon, aiment l'idée de prévoir les choses. Comprendre les phénomènes et essayer de les prédire, finalement n'est-ce pas essentiellement cela faire de la science ?

CETTE EXPÉRIENCE EST SIMPLE, FACILE À RÉALISER ET ON CALCULE AU FINAL LA CIRCONFÉRENCE DE LA TERRE, CE N'EST PAS RIEN !

Vous êtes enseignant et souhaitez participer au projet ?

Il suffit de vous inscrire sur le site dédié : www.fondation-lamap.org/fr/eratos

→ Sur ce site, vous pourrez échanger avec d'autres collègues. Un blog permet de suivre les mesures réalisées toute l'année. Le dernier billet du blog concerne les mesures réalisées par des élèves de Taïwan et de Chine pendant le passage du typhon Usagi !

→ Les discussions se poursuivent également sur les réseaux sociaux, en particulier Facebook :

www.facebook.com/groups/Eratos/

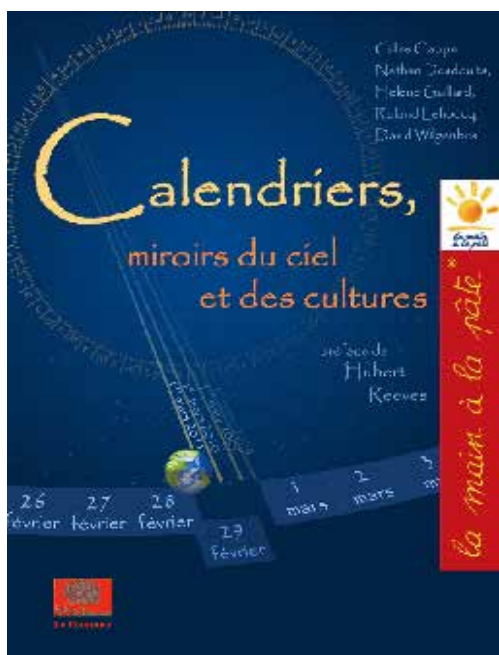
→ Les échanges ont aussi lieu sur le site d'archives du projet :

www.eratosthenes.eu

Plus d'une vingtaine de collègues font régulièrement des mesures et sont toujours disponibles pour aider les autres. Un certain nombre de mesures sont également faites en Inde et coordonnées par d'autres collègues.

Calendriers, miroirs du ciel et des cultures

UN MODULE PÉDAGOGIQUE POUR L'ÉCOLE PRIMAIRE



C'est l'un des modules thématiques de *La main à la pâte*, un très beau guide pédagogique en particulier pour **une initiation à l'astronomie à l'école primaire** : une belle occasion pour faire aussi de la géométrie. En quelques mots, de quoi est-il question ? Du **mouvement de la Terre** et des planètes autour du Soleil, de la **rotation** de la Terre sur elle-même, de la **durée de la journée** et son changement au cours des **saisons**, etc. Autant de questions dont un enfant peut facilement s'emparer et

dont les réponses ne sont pas du tout évidentes. Ce n'est pas un hasard si certaines sont en fait très récentes dans l'histoire des idées. Les différents calendriers portent bien souvent les traces de l'histoire et des cultures des peuples qui les ont mis au point.

Si les calendriers sont intimement liés à des phénomènes d'astronomie, cette dernière science est quant à elle **intimement liée aux mathématiques**. Fut un temps où les mathématiciens construisaient eux-mêmes des horoscopes ! Mesures de longueurs, périodicité, repérage dans le temps... et bien sûr tableaux, graphiques... les mathématiques sont un outil extrêmement précieux et un langage très efficace pour le scientifique en général, et donc pour les apprentis scientifiques que sont les élèves lorsqu'ils se demandent pourquoi il fait plus chaud en été qu'en hiver. Aujourd'hui, en plus du crayon et du papier, nous disposons aussi d'outils informatiques prodigieux. Le module présente l'un d'entre eux, Stellarium (<http://www.stellarium.org>), qui permet de voir un ciel comme il est presque impossible de l'observer à l'oeil nu. On savait les liens étroits entre astronomie et mathématiques ; les sciences du numérique apportent maintenant leur éclairage et leur côté magique avec les outils qu'elles offrent. Et finalement de la question anodine de savoir comment on fabrique un calendrier, ce sont d'innombrables autres questions que les enfants sont amenés à se poser naturellement.

Module complet disponible en librairie aux Editions Le Pommier.

Séances en accès gratuit sur un site Internet dédié (vidéos, animations, forum) : www.fondation-lamap.org/calendriers

LES DOSSIERS DE LA MAIN À LA PÂTE

Numéro 2 | octobre 2013

Directeur de la publication : David Jasmin
Rédaction : Aurélien Alvarez
Mise en page : Brice Goineau
Coordination : Clémentine Jung

Les dossiers de *La main à la pâte* sont publiés par la Fondation *La main à la pâte*.

1, rue Maurice Arnoux, 92120 Montrouge
www.fondation-lamap.org