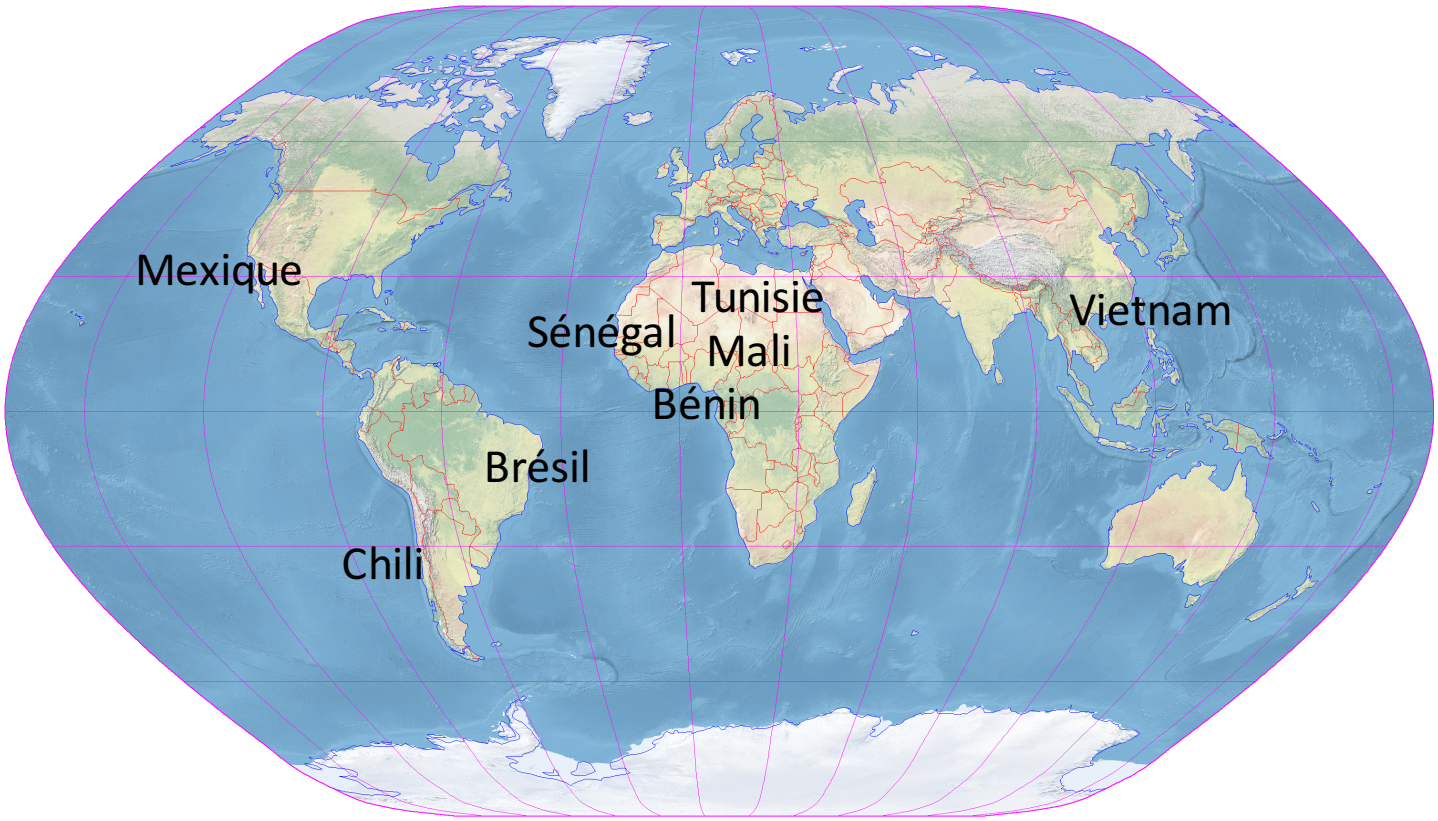
La tradition didactique française au delà des frontières

Exemples de collaborations avec l'Afrique, l'Amérique latine et l'Asie



Commission française pour l'enseignement des mathématiques

Juillet 2016

PRÉFACE

Au congrès ICME-13 (Hambourg, 24-31 juillet 2016), dans le cadre de l'après-midi thématique, une plage de trois heures a été réservée à la présentation de quatre grandes traditions didactiques européennes : l'allemande, l'italienne, la néerlandaise et la française. Une heure y a été plus particulièrement dédiée à la façon dont ces traditions ont diffusé hors de leur pays d'origine, aux collaborations proches ou lointaines qui se sont nouées et qui ont enrichi cette tradition en retour.

Pour accompagner cet événement, la CFEM a conçu le projet de demander à des didacticiens et didacticiennes, étrangers et français, activement engagés dans ces interactions internationales, d'en porter le témoignage. Volontairement, nous avons décidé de nous concentrer sur les collaborations avec l'Afrique, l'Asie, l'Amérique latine, et non sur les collaborations qui nous semblent mieux connues avec des pays d'Europe ou avec le Québec au Canada.

Il en résulte cette publication composée de huit contributions (certaines en deux versions français et anglais ou espagnol et anglais), chacune écrite en commun par des chercheurs français et étrangers. Quatre concernent les collaborations avec des pays d'Afrique francophone : Bénin, Mali, Sénégal, Tunisie ; trois concernent des collaborations avec des pays d'Amérique latine : Brésil, Chili, Mexique ; la dernière est dédiée à la collaboration avec un pays d'Asie, le Viêt Nam.

Ces huit contributions ne prétendent en rien à couvrir de façon exhaustive les relations que les didacticiens et didacticiennes français.e.s ont su nouer avec des didacticiens, des enseignants et des formateurs de très nombreux pays. Même pour les pays concernés, des interactions ont sans doute échappé aux auteurs, malgré les recherches qu'ils ont effectuées. La publication en ligne favorisera les ajouts et les révisions ; d'autres binômes ou groupes voudront peut-être aussi à leur tour témoigner pour de nouveaux pays, permettant de conserver la mémoire de ces interactions à travers lesquelles nos cultures didactiques respectives se sont développées.

Comme le montre la lecture des différents chapitres de l'ouvrage, dans les pays concernés, les interactions ont souvent débuté très tôt, dès les années 70. Les Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM), ces structures particulièrement innovantes qui ont été créés en France à cette époque pour soutenir les recherches, assurer une formation continue des enseignants basée sur la recherche, produire et diffuser des ressources pour l'enseignement et la formation, ont été des éléments moteurs, tout comme l'a été l'Institut National de Recherche Pédagogique (INRP) devenu aujourd'hui Institut Français de l'Education (IFé). Les interactions se sont aussi constituées grâce aux nombreux étudiants étrangers qui sont venus préparer des thèses de didactique en France, lorsque se sont ouverts en 1975 les premiers troisièmes cycles de didactique des mathématiques. Elles se ensuite renforcées grâce à des structures comme l'école d'été bi-annuelle de didactique des mathématiques, et, depuis les années 2000, les conférences de l'Espace Mathématique Francophone créé à l'initiative de la CFEM.

La lecture montre bien aussi, que si ces interactions ont été permises par divers soutiens institutionnels et structures existantes, elles ont été souvent initiées par des rencontres personnelles, portées par l'engagement fort et durable d'individus. Chacun des chapitres raconte une histoire singulière façonnée par son contexte, par ces rencontres. Elle nous montre comment la didactique

française à progressivement essaimé au-delà des frontières de l'hexagone, comment aussi elle s'en est trouvée enrichie. Car il ne s'agit en rien d'un mouvement à sens unique comme les auteurs l'ont bien mis en évidence. Tout en lui permettant de tester la solidité de ses constructions, la rencontre avec d'autres contextes, d'autres cultures, a ouvert la didactique française à de nouvelles problématiques, comme celles liées au multilinguisme par exemple. Elle a aussi ouvert la porte à des métissages originaux et productifs de ses cadres théoriques et concepts avec d'autres approches.

Nous espérons que cet ouvrage aidera à garder la mémoire de toutes ces histoires et que lecteur prendra autant d'intérêt à les découvrir que nous en avons eu nous-mêmes. Nous espérons aussi que d'autres histoires de constructions conjointes, par delà les frontières, viendront prolonger celles que nous avons rassemblées ici et contribueront ainsi à garder vivante et ouverte la tradition didactique que nous portons ensemble.

Nous tenons à remercier très chaleureusement les auteurs et tous ceux qui les ont aidés à recueillir des informations.

Michèle Artigue	Luc Trouche
Coordinatrice de l'ouvrage	Président de la CFEM

PREFACE

At the ICME-13 Congress in Hamburg (24-31 July 2016), one strand of the Thematic Afternoon is devoted to the presentation of four major European didactic traditions, the French, German, Italian, and Dutch traditions. One hour is more especially dedicated to how these traditions have disseminated outside their country of birth, to the collaborations that were established and have enriched these traditions in return.

The CFEM (Commission Française pour l'Enseignement des Mathématiques) decided to accompany this event by collecting testimonies of French and foreign didacticians who have been actively engaged in such international interactions. Voluntarily, we decided to focus on collaborations with Africa, Asia, Latin America, and not on the collaborations that seem better known, with close European countries or with Quebec in Canada.

The enterprise results in this online publication made of eight contributions (some of these in two versions French and English or Spanish and English), each of them jointly written by French and foreign researchers. Four contributions address collaborations with francophone African countries: Benin, Mali, Senegal, Tunisia; three chapters concern collaborations with Latin American countries: Brazil, Chile, Mexico; the last chapter is devoted to the collaboration with an Asian country, Vietnam.

This publication does not aim at providing a comprehensive account of the relationships that French researchers in mathematics education have progressively developed with educational researchers, teachers and teacher educators worldwide. Even for the countries concerned here, past or present interactions may have escaped the attention of the authors, despite the inquiries they systematically carried out. The online publication will facilitate additions and revisions; pairs, groups from other countries will have the possibility to add their testimonies to those already collected, contributing to preserve the memory of these interactions through which our respective didactic cultures have developed.

In many of the eight countries considered here, interactions started very early, already in the seventies, as evidenced by the reading of the different chapters. It is also made clear that the support of the Institutes for Research on Mathematics Education (IREM) - highly innovative structures created in France at that time to support educational research, teacher professional development based on research, and to produce and distribute resources for teaching and teacher education -, played an important role; this was also the case for the National Institute for Pedagogical research (INRP), today the French Institute of Education (IFÉ). Interactions also developed thanks to the many foreign students who soon entered French doctorate programs in the didactics of mathematics when the first programs opened in 1975. Interaction reinforced then through structures like the Summer School of Didactics of Mathematics held every two years since 1980, and, since the year 2000, through the regular conferences of the Francophone Mathematical Space, created on the initiative of the CFEM.

The reading also shows that if these interactions have been made possible by various institutional supports and structures, they were most often initiated by personal meetings, and fostered by the strong and sustained commitment of some individuals. Each chapter tells a unique story shaped by

its context, and by these meetings. It shows us how the French didactic culture has progressively disseminated beyond the borders of the French hexagone, and also how it was enriched by these international interactions. As clearly highlighted by the authors, indeed, the move is, by no way, uni-directional. While allowing the French didactics to test the solidity of its constructions, the meeting with other contexts, other cultures, has opened this tradition to new “problématiques”, such as those related to multilinguism for example. It has also opened the door to original and productive combinations of its theoretical concepts and frameworks with other approaches.

We hope that this book will help to keep the memory of all those stories and that the reader will take as much interest to discover them as we took ourselves. We also hope that other stories of joint constructions, across borders, will extend those we have gathered here, contributing to keep alive and open the didactic tradition that we carry together.

We would like to warmly thank the authors and all those who helped them gather information.

Michèle Artigue	Luc Trouche
Coordinator of the Publication	President of the CFEM

SOMMAIRE

Préface	i
Sommaire	v
Exemples de collaborations didactiques avec l'Afrique francophone	**1**
La genèse et la place de la didactique des mathématiques au Bénin	3
Crossed views on the cooperation between École Normale Supérieure in Bamako, Université de Bamako and Université Joseph Fourier in Grenoble	13
Repenser la formation des enseignants en France et au Sénégal : une source d'interactions fécondes	27
Recherches en didactique des mathématiques en Tunisie. Collaborations avec la France	39
Exemples de collaborations didactiques avec l'Amérique Latine	**59**
French-Brazilian collaboration in mathematics education	61
Collaboration didactique entre la France et le Chili	75
French-Chilean collaboration in mathematics education	85
Colaboraciones didácticas entre Francia y México	95
Didactic collaboration between France and Mexico	109
Exemple de collaboration didactique avec l'Asie	**123**
La tradition didactique française dans une coopération entre la France et le Vietnam	125

Exemples de collaborations avec l'Afrique francophone : Bénin, Mali, Tunisie, Sénégal

LA GENESE ET LA PLACE DE LA DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES AU BÉNIN

Alain Bronner*, Joël Tossa**

Université de Montpellier et laboratoire LIRDEF (France)*, Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques Université d'Abomey-Calavi (Bénin)**

Résumé : Nous présentons dans ce texte le contexte qui a conduit à introduire la didactique des mathématiques dans les formations diplômantes et dans la formation initiale et continue des enseignants du secondaire à l'université au Bénin. Cette introduction a débouché sur des collaborations avec des institutions et des enseignants-chercheurs français en didactique des mathématiques et des sciences, que nous décrivons, avant de pointer des apports de ces collaborations en didactique pour les institutions et les acteurs des deux pays.

Abstract : We present in this text the context that led to the introduction of the didactics of mathematics in graduate courses and in pre-service and in-service education of secondary teachers at the university in Benin. This introduction led to collaborations with French institutions and researchers in mathematics and science education. We describe these collaborations, and then point out some affordances of these didactic collaboration for the institutions and actors involved in both countries.

INTRODUCTION : LE CONTEXTE DE LA COLLABORATION AVEC DES ÉQUIPES FRANÇAISES

Le Bénin a introduit dans l'enseignement primaire, à la rentrée scolaire 1993-1994, un programme d'étude selon l'approche par compétences, qui s'est prolongé à l'enseignement secondaire six ans plus tard. Après une phase d'expérimentation à partir de la rentrée d'octobre 2001, la phase de généralisation a débuté à la rentrée scolaire 2005-2006. Mais les enseignants chargés de la mise en œuvre de ces programmes sur le terrain n'ont pas vraiment reçu de formation didactique les préparant à cette évolution curriculaire. En effet, les Écoles Normales Supérieures au Bénin, en charge de la formation des enseignants du second degré, apportent une formation professionnelle aux futurs enseignants, mais elles ne proposent pas un cadre de formation intégrant réellement les résultats de la recherche sur l'enseignement et la didactique, notamment pour ce qui concerne la discipline mathématique. Même si des modules peuvent être qualifiés de formation didactique au Bénin, la didactique n'y est pas comprise comme une science qui étudie les problèmes posés par l'enseignement et l'acquisition des connaissances dans une discipline scolaire ; elle n'apparaît pas comme une technologie de l'enseignement, au sens de la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) développée par Chevallard (1999). La plupart du temps, dans ces modules, d'anciens professeurs du secondaire (conseillers pédagogiques, inspecteurs) donnent des cours basés sur leur expérience d'enseignement en classe et des exemples de préparation de fiches de séance de classe à propos de notions du programme.

Par ailleurs, compte tenu du manque important de professeurs de mathématiques au Bénin, la plupart des professeurs-stagiaires sont recrutés directement sans diplôme universitaire en mathématiques et n'ont aucune formation initiale approfondie en mathématiques. Nombre d'entre eux sont en fait titulaires d'une maîtrise en

sciences économiques, et titulaires en général d'un baccalauréat série D (option sciences de la vie et de la terre) ou d'un baccalauréat série B (sciences économiques).

C'est ce contexte qui a motivé tout d'abord la création d'un parcours recherche intitulé « Didactique des sciences et des technologies » à l'Institut de Mathématiques et de Sciences Physiques (IMSP) de l'Université d'Abomey-Calavi (UAC) du Bénin. Cet Institut est un centre scientifique émergent au niveau panafricain reconnu comme étant un centre d'excellence1 dans le domaine de la formation doctorale par la recherche scientifique en mathématiques et en physique, en Afrique sub-saharienne francophone. Dans sa mission de contribuer substantiellement à la formation et à l'amélioration de la qualification des ressources humaines aussi bien béninoises que régionales, l'IMSP élargit progressivement ses formations aux études supérieures scientifiques spécialisées telles que l'Ingénierie en Informatique, les Sciences Didactiques et la Recherche Opérationnelle, après avoir offert avec succès, entre autres, des formations en Mathématiques de la décision.

Le choix a été de créer un Diplôme d'Études Approfondies (DEA) en didactique (de type Master recherche) qui prenne en compte les mathématiques, les sciences physiques (dénommées aujourd'hui sciences physique, chimique et technologique au Bénin), mais aussi les sciences de la vie et de la terre (SVT). Le DEA « Didactique des sciences » a pour objectif l'acquisition de connaissances académiques, pratiques et professionnelles en didactique des disciplines scientifiques. Il articule, pour cela, un ensemble d'éclairages :

théoriques sur la discipline de référence,

pratiques en rapport avec le contenu disciplinaire,

l'approfondissement des problématiques en éducation et d'une recherche donnant lieu à un mémoire.

Le recrutement se fait tous les deux ans. L'IMSP délivre ce diplôme d'études approfondies à environ une dizaine d'enseignants par an pour les trois disciplines scientifiques. Il permet ainsi aux enseignants de compléter leur formation professionnelle ou de reprendre des études en vue d'une thèse en didactique. Il est important de souligner que ce sont des mathématiciens du Bénin, enseignants-chercheurs, qui ont impulsé ce DEA et créé les conditions, notamment au niveau des collaborations internationales, pour rendre cette formation possible et performante.

LE DEVELOPPEMENT DES COLLABORATIONS AVEC LA DIDACTIQUE FRANÇAISE

Ne disposant pas d'enseignant formé en didactique, les mathématiciens responsables de l'institut IMPS de Porto-Novo ont fait appel à des enseignants-chercheurs en didactique dans les trois disciplines scientifiques pour les aider à mettre en place un plan de formation de type master. C'est ainsi que se sont mises en place des collaborations avec des universités françaises, des Instituts Universitaires de Formation des Maîtres (IUFM) et les Écoles Supérieures du Professorat et de l'Éducation (ESPE) qui leur ont succédé. Actuellement, la plupart des cours de didactique et l'encadrement des mémoires sont assurés par des professeurs invités, lors de missions d'une ou deux semaines. La collaboration a tout d'abord commencé avec des enseignants-chercheurs des universités

[1] L'IMSP est nominé *Label ERCE* pour la période de 2016-2020. ERCE est un label de qualité attribué à des instituts qui montrent un niveau exceptionnel dans leur propre zone d'influence dans la recherche et l'éducation, en étant un attracteur des étudiants d'autres pays et régions. Le label est accordé pour une période de 4 ans avec la possibilité d'être renouvelé. L'objectif de ce projet est l'éducation des étudiants de l'espace régional Africain au niveau de la maîtrise et, éventuellement, du PhD.

de Nantes et de Montpellier, qui ont pris en charge les enseignements de didactique en mathématiques et en sciences expérimentales. Des intervenants d'autres universités (Université Paris Diderot - Paris 7 et Université de Lille) ont aussi été associés. Entre les missions, des séminaires sont programmés pour réinvestir la formation et maintenir une dynamique collective de travail. Pendant les missions, des évaluations sont réalisées en collaboration avec les enseignants béninois de l'IMSP. Des jurys de soutenance de mémoires de didactique, mixant enseignants français et béninois, sont ainsi programmés lors des missions. On pourra se faire une idée des problématiques travaillées dans les mémoires à travers la liste des titres proposés en annexe, couvrant la période 2009-2014.

Ce cadre a permis d'introduire et exploiter les principaux paradigmes de la didactique des mathématiques française : Théorie des Situations Didactiques (TSD), Théorie Anthropologique du Didactique (TAD), la théorie des champs conceptuels, la théorie des registres sémiotiques, l'ingénierie didactique, … Les cours sont complétés par des séances de travail sur les méthodologies de recherche en didactique, la bibliographie et les questions de rédaction et de référencement des articles.

L'APPORT DES COLLABORATIONS

Le développement de ces collaborations a conduit à la mise en place d'une culture commune minimale sur la didactique des disciplines scientifiques et à la prise de conscience de l'intérêt d'une intégration d'éléments de didactique dans les plans de formation des enseignants. Lors des missions, des séminaires plus ouverts à l'environnement éducatif béninois ont été aussi organisés, auxquels ont été invités des enseignants et des inspecteurs de l'éducation nationale. Dans ce cadre, les séminaires organisés sur l'épistémologie et la didactique de certaines notions mathématiques ou sur une analyse didactique de l'approche par compétences des programmes béninois ont accueilli de nombreuses personnes.

Des étudiants du DEA ont également pu bénéficier de séjours en France dans des équipes d'accueil et participer à des colloques comme ceux de l'ARDIST (Association pour la Recherche en Didactique des Sciences et des Technologies) pour la physique ou des Écoles d'été de didactique pour les mathématiques. Pour la première fois, trois étudiants béninois étaient ainsi présents à l'École d'été de didactique des mathématiques organisée en août 2011 à Carcassonne et ils ont pu échanger avec la communauté didactique, au-delà des collaborations établies dans le cadre du DEA.

Des étudiants ont poursuivi cette reprise d'études en thèse. A ce jour, une thèse en didactique des SVT a été soutenue, en 2013, et deux l'ont été en didactique de la physique, en 2014 et 2016. En didactique des mathématiques, trois professeurs de lycée se sont engagés dans la préparation d'une thèse, deux ont été soutenues en mai 2015 (voir ci-après) et une troisième devrait être soutenue en juin 2017.

Ces collaborations ont aussi débouché sur la création récente d'un nouveau master MEF « Métier de l'Enseignement ». Voici comment ce master est présenté dans le cadre de l'appel à candidature :

> « Le master professionnel métier de l'enseignement a pour but de faire acquérir les connaissances et les compétences disciplinaires, pédagogiques et didactiques nécessaires au métier d'enseignant de mathématiques, de physique ou de sciences de la vie et de la terre. Il vise aussi l'articulation et la complémentarité de ces connaissances avec la mise en situation professionnelle au cours de stages ; la maîtrise des compétences méthodologiques nécessaires à l'élaboration d'un mémoire ancré dans l'activité professionnelle et adossé à la recherche. Pour atteindre ces objectifs les enseignants et formateurs

> s'appuieront sur les recherches récentes en épistémologie, en didactique des mathématiques et des sciences expérimentales et sur les pratiques enseignantes. »

Si des chercheurs des traditions françaises interviennent toujours dans ce nouveau master, les nouveaux docteurs sont intégrés à l'équipe enseignante et les étudiants ainsi formés prendront en charge progressivement des unités d'enseignement de didactique.

LES ELEMENTS MOBILISES DE LA TRADITION DIDACTIQUE FRANÇAISE

Dans le cadre du DEA et du master professionnel, les mémoires se sont jusqu'ici situés dans un cadre théorique et méthodologique s'appuyant essentiellement sur la TAD et la TSD. La Dialectique Outil-Objet due à Régine Douady et la Double Approche didactique et ergonomique des pratiques enseignantes ont été également utilisées dans quelques mémoires. La théorie anthropologique du didactique a particulièrement séduit de nombreux étudiants, au-delà des seuls mémoires de didactique des mathématiques, en physique et en SVT. Albert Ayigbede (2016), par exemple, a construit un cadre d'analyse des pratiques enseignantes sur le magnétisme en classe de seconde en mobilisant les notions de praxéologie et de moment de l'étude (Chevallard, 1999) dans sa thèse, soutenue en janvier 2016.

Dans les deux thèses de didactique des mathématiques, soutenues en mai 2015, la TAD a pris une grande place. Florent Gbaguidi (2015) a étudié principalement la question suivante : En quoi les problèmes de construction géométrique peuvent-ils, dès le collège, permettre d'élaborer des situations didactiques efficaces pour l'enseignement et l'apprentissage des concepts géométriques du programme et pour celui du raisonnement ? La TAD a permis d'étudier les conditions et les contraintes de la mise en place de situations efficaces pour les apprentissages géométriques s'appuyant sur les problèmes de construction géométrique. L'utilisation de ce cadre a conduit à :

- une exploration de la place et du rôle des problèmes de construction géométrique dans l'histoire des mathématiques, dans les programmes d'études du Bénin et de la France au collège, ainsi que dans des manuels scolaires de mathématiques ;
- des enquêtes en direction des élèves, menées à l'aide de tests diagnostiques, et des professeurs de mathématiques du secondaire, menées à l'aide de questionnaires et d'entretiens.

Ces analyses ont débouché sur une ingénierie didactique constituée de situations pour les classes de 6e, de 5e et de seconde.

Dans sa thèse, Gervais Affognon (2015) s'est, lui, intéressé à la recherche des conditions d'intégration d'une perspective historique pour l'enseignement et l'apprentissage de la notion de vecteur géométrique en classe de 4e au Bénin. Ce travail commence par l'étude des rapports institutionnels à l'histoire des mathématiques et à la notion de vecteur dans l'institution d'enseignement secondaire Béninoise et des rapports personnels des enseignants de collège à ces objets. Ces études, menées dans le cadre de la TAD, ont ensuite permis d'opérer des choix didactiques pour la conception des situations qui ont été expérimentées. L'approche didactique principalement utilisée a été alors la Dialectique Outil-Objet mentionnée plus haut.

Dans une troisième thèse de didactique des mathématiques en cours (soutenance prévue juin 2017) Henri Dandjinou étudie l'apport d'un enseignement des probabilités conduit à partir de l'approche fréquentiste à l'apprentissage du calcul élémentaire des probabilités. Après avoir fait une étude

diagnostique de l'enseignement et de l'apprentissage du calcul élémentaire des probabilités au Bénin, il envisage d'élaborer puis expérimenter une ingénierie didactique en vue de déterminer des conditions favorables à l'amélioration de l'apprentissage du calcul des probabilités à partir d'un enseignement basé sur l'approche fréquentiste. Les outils de la TAD servent de cadre général d'analyse à cette recherche ; ils seront complétés par ceux offerts par la TSD pour la recherche de situations fondamentales et par la méthodologie d'ingénierie didactique pour ce qui concerne la conception, l'expérimentation et l'analyse des résultats de l'expérimentation.

EN CONCLUSION : L'APPORT DE CES COLLABORATIONS POUR LES ACTEURS DES DEUX PAYS

Comme déjà indiqué, ces collaborations ont soutenu les responsables de l'IMSP dans leur politique d'amélioration de la formation initiale et continue des enseignants du secondaire en mathématiques et en sciences. L'appui des enseignants-chercheurs français didacticiens a apporté une légitimité de leurs engagements dans le développement éducatif du pays, particulièrement dans les disciplines scientifiques pour lesquelles le besoin en enseignants est très important et problématique. Les mathématiciens de l'IMSP ont eux-mêmes pu bénéficier d'une acculturation à la didactique des mathématiques, notamment par la participation aux séminaires et aux jurys de soutenances de mémoires de DEA et de thèses.

La plupart des professeurs du secondaire, étudiants du DEA de didactique, ont élargi leurs compétences sur l'enseignement et l'apprentissage de leur discipline. Si des témoignages importants vont dans ce sens, il resterait à faire une étude rigoureuse pour mesurer l'impact des dispositifs mis en place. Certains d'entre eux ont ainsi poursuivi en thèse et sont devenus formateurs dans des Écoles Normales, en formation initiale. Ils constituent un maillon important dans la chaine de transmission de la didactique des mathématiques. C'est un des apports des plus importants de cette collaboration, malgré l'existence de résistances institutionnelles ou venant d'autres acteurs comme des conseillers pédagogiques et inspecteurs qui les perçoivent comme des concurrents. Enfin, ces docteurs en didactique interviennent déjà dans les licences et master professionnels et dans le DEA de recherche en didactique des universités béninoises et ils commencent à prendre la relève des intervenants français dans certaines unités d'enseignement.

Quant aux enseignants-chercheurs français intervenant dans ces collaborations et dispositifs de formations didactiques, ils mettent en avant le grand enrichissement qu'ont constitué pour eux la découverte d'un autre système universitaire et éducatif, les échanges avec les enseignants de l'IMSP et les étudiants. De façon générale, ils ont dû relever un important défi d'adaptation, malgré une proximité d'apparence des structures et des cursus des étudiants et une limitation des difficultés langagières, le français étant la langue officielle du Bénin. En effet, les contraintes matérielles, institutionnelles et les obstacles culturels ont dû être pris en compte pour une bonne communication et appropriation des enseignements proposés. Mais progressivement, se constitue, dans ces nouveaux systèmes didactiques, une culture commune qui commence à déboucher sur des collaborations orientées davantage sur la recherche. Par exemple, des communications en binômes chercheur béninois-chercheur français sont proposées dans certains congrès. Ce fut le cas pour le cinquième congrès de la TAD, en Espagne, en janvier 2016 (Ayigbede A. et Bronner, à paraître) et cela l'est aussi pour le premier colloque de l'Association de Didacticiens des Mathématiques Africains qui aura

lieu en août 2016 à Yaoundé au Cameroun (Dandjinou et Bronner, à paraître). Il reste encore à aider à la constitution d'une équipe de recherche en didactique des sciences au Bénin.

Références

Affognon, G. (2015). *Perspectives historiques et enseignement des mathématiques : cas du vecteur géométrique en classe de quatrième.* Thèse de doctorat. IMSP.

Ayigbede, A. et Bronner, A. (à paraître). Analyse des pratiques enseignantes en électromagnétisme au lycée au Bénin. Apport de la Théorie Anthropologique du Didactique. *Communication au 5e congrès international sur la théorie anthropologique du didactique,* 26 au 30 janvier 2016. Castro-Urdiales, Espagne.

Ayigbede, A. (2016). *Didactique des Sciences et Technologies Problématiques de l'Enseignement-Apprentissage de la physique en Terminale D : Cas d'une étude en électromagnétisme*, Thèse de doctorat. IMSP.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 19(2). La Pensée Sauvage.

Dandjinou, H. et Bronner, A. (à paraître). Enseignement du calcul élémentaire des probabilités au Bénin. *Communication au Colloque ADiMA 2016*, 17 au 19 août 2016. ENS de Yaoundé, Cameroun.

Gbaguidi, F. (2015). *La place et le rôle des problèmes de construction géométrique dans l'enseignement et dans l'apprentissage de la mathématique au cours secondaire au Bénin*. Thèse de doctorat. IMSP.

ANNEXE : LISTE DE THEME DES MÉMOIRES DEA DE DIDACTIQUE (2009 -2014)

N° d'ordre	Date de soutenance	LIBELLE DES THEMES	Nom et Prénom de l'étudiant	Sexe
1	15 et 16 Juillet 2009	Conditions de l'enseignement de la chimie organique en terminale en D: analyse du point de vue des enseignants	MANGANE NSAYE Destin Judicaël	M
2	15 et 16 Juillet 2009	Le sens commun dans l'enseignement des sciences physiques dans quelques collèges du Bénin	KOUNDE Etienne Noël	M
3	15 et 16 Juillet 2009	Évaluation de l'enseignement de la cinématique à l'aide d'un support de cours en classe de terminale D au CEG 1 Fangni	OKE Sègbénon Eugène	M
4	15 et 16 Juillet 2009	Quels conceptualisation et profil épistémologique acquièrent les apprenants au cours de l'enseignement /apprentissage de l'oxydoréduction en première D au sud Bénin ?	HOVO Dossa Inoussa	M
5	15 et 16 Juillet 2009	Analyse didactique de quelques épreuves de mathématiques de 2006 à 2008 au Championnat National de Mathématiques et de Sciences Physiques	AGUEMON François Sourou	M
6	15 et 16 Juillet 2009	La problématique de l'enseignement/apprentissage de la mathématique au cours secondaire au Bénin à l'ère de l'approche par compétence	GBAGUIDI Ahonankpon Florent	M
7	15 et 16 Juillet 2009	Choix de la série d'études par les élèves en fin du premier cycle de l'enseignement secondaire général au BENIN : cas de deux établissements de Porto-Novo	SOSSA Sêmêvo Boniface	M
8	15 et 16 Juillet 2009	Quelle méthode de formation continue des professeurs de mathématiques au secondaire pour un enseignement culturellement pertinent ?	ALI SABI Imaïla	M
9	15 et 16 Juillet 2009	Formation des enseignants de mathématiques à l'utilisation de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement des mathématiques	AFFOGNON Gervais	M
10	03 et 04 mars 2011	L'implication des élèves dans l'élaboration de protocoles expérimentaux : cas du réflexe médullaire en SVT dans les classes de troisième	HOUNKPATIN Joachim	M
11	03 et 04 mars 2011	La transposition de l'information génétique des programmes à la préparation de projet de cours : cas de la terminale D au Bénin	AFFOLABI O. A. Léonce	M

12	03 et 04 mars 2011	L'étude de la respiration en classe de sixième : fonctionnement de l'enseignant et de l'apprenant au cours/dans la phase de mise en situation	ABOTO Paul	M
13	03 et 04 mars 2011	La conception et de la mise en œuvre des activités de réinvestissement en SVT dans les classes de seconde : étude de cas	ADONOHOUE Luc	M
14	03 et 04 mars 2011	Mise en œuvre du conflit socio-cognitif dans la construction des connaissances : cas de l'immunologie en classe de troisième	VIDEHOUENOU VINOU Pélagie	F
15	03 et 04 mars 2011	Construction d'un texte du savoir par les élèves de la terminale D en génétique formelle et humaine : cas du CEG « AMIS » du Bénin	DOVONOU Thierry	M
16	03 et 04 mars 2011	Perspective pour allègement des programmes de SPCT en terminale C	ADJIBI Hilaire	M
17	03 et 04 mars 2011	L'enseignement de l'électromagnétisme en classe de terminale des collèges et lycées de Porto-Novo : conditions et rémédiations	AYIGBEDE Albert	M
18	03 et 04 mars 2011	La construction de la notion d'accélération : obstacles et perspectives	ENIANLOKO Sébastien	M
19	03 et 04 mars 2011	Modèles chromosomiques pour l'enseignement /apprentissage/évaluation des divisions cellulaires en terminale : une étude de cas au CEG 1 d'Abomey-Calavi	FANOU T. Justin Géro	M
20	03 et 04 mars 2011	La notion d'aliment dans les classes de sixième	WENDEHOU Yvon	M
21	03 et 04 mars 2011	Transposition didactique interne en science de la conservation : analyse de l'écart entre le savoir pratique de la conservation préventive des objets en bois et métaux dans les musées de l'Afrique de l'Ouest : cas du musée ethnographique de Porto-Novo	BALDE Ismaïlou	M
22	Mercredi 27 Avril 2011	La dévaluation dans les pratiques de classe en sciences de la vie et de la terre comme condition d'un apprentissage conséquent: expérience en géologie, classe de 4e	KOUNDE Sylvestre Pierre	M
23	Mercredi 27 Avril 2011	Transposition interne en sciences physique : (cas du mouvement d'une particule soumise à une force constante)	MOUSSILIOU Chérif Abdoulaye	M
24	6-Mar-13	Évaluation et exercice d'une vigilance didactique, une première approche basée sur l'étude du cas de deux professeurs de mathématique Béninois enseignant en 4e et 3e de collège	AKOGNINOU ANATOLE	M

25	6-Mar-13	Apprentissage du calcul élémentaire des probabilités en terminales D au Bénin	DANDJINOU Henri	M
26	22-May-13	Problématique de l'Enseignement / Apprentissage / Évaluation du mouvement d'une particule soumise à une force constante dans les classes de terminales séries C et D	GOUTON Agossou Appolinaire	M

CROSSED VIEWS ON THE COOPERATION BETWEEN ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE IN BAMAKO, UNIVERSITÉ DE BAMAKO AND UNIVERSITÉ JOSEPH FOURIER IN GRENOBLE

Mamadou Sangaré*, Denise Grenier**

École Normale Supérieure de Bamako (Mali)*, Institut Fourier, Université Grenoble Alpes (France)**

Abstract: We describe in this text the historical development of a cooperation agreement between the École Normale Supérieure de Bamako (ENSup) and the Université Joseph Fourier (UJF) in Grenoble, an agreement established 40 years ago and the basis of collaboration in mathematics education between the two countries. We also provide a thoughtful synthesis on this cooperation. highlighting the main aspects of the French didactics that were engaged in these exchanges and their impact on the selection of research « problématiques » for the training of mathematics teachers in Mali. We end by pointing out some crucial issues raised by the teaching and learning of mathematics in the Malian educational system, a system immersed in a cultural environment strongly marked by orality, and moreover stressed by several curricular reforms.

Résumé : Nous décrivons dans ce texte l'origine, le déroulement et l'évolution d'une convention de coopération entre l'École Normale Supérieure de Bamako (ENSup) et l'Université de Grenoble, établie il y a 40 ans, et qui constitue la base de la collaboration en enseignement des mathématiques entre les deux pays. Nous proposons aussi une synthèse réflexive sur cette coopération inter-universitaire, en décrivant les principaux aspects de la didactique française qui ont été mobilisés dans les échanges, et leur impact sur le choix des problématiques de recherche en formation d'enseignants de mathématiques au Mali. Nous évoquons enfin les questions vives de l'enseignement dans le système éducatif malien, immergé dans un environnement socioculturel fortement marqué par l'oralité et qui a été soumis à rude épreuve par plusieurs reformes curriculaires.

INTRODUCTION

The basis for the development of collaboration in mathematics education between France and Mali has been a cooperation agreement between the École Normale Supérieure de *Ba*mako (ENSup) and the Université Joseph Fourier (UJF) in Grenoble. This agreement was established 40 years ago and, from the beginning, financially supported by the French Ministry of Foreign Affairs. The initial request initiated by Mali only involved the doctoral level of fundamental disciplines, in mathematics and physical sciences (grants for joint PhD theses, financial support for invitation of guests and stays in research laboratories). This request coincided with three major challenges that the Malian education system had to face. The first challenge was related to the necessity of school enrollment throughout the country in the early 1980s, the rate of enrollment of Mali being only about 23% at that time. The second challenge was related to the first attempts to introduce some national languages in the formal education system. Finally, the convention was drawn up when Mali started a curricular reform in mathematics, following the controversial results of the period of "New Math". It is in this context that several initially targeted areas of cooperation evolved

significantly towards the integration of a component relating to the teaching and learning of mathematics, to the preparation of teacher educators, and to the initial training of student teachers at the ENSup of Bamako.

Somewhat later, a component of mathematics education was set up with the gradual introduction of a specific training for student teachers at the ENSup Bamako, leading to its institutionalization in the initial training of students. This educational strategy continued in the 1990s through the creation of a "Diplôme d'Études Approfondies" (DEA = Post Graduate Diploma preparing to Ph.D.) and a Specialty Doctorate at the Institute of Training and Applied Research (ISFRA)[1] in Bamako. The first positive results of this initiative led the two partner institutions to open their cooperation to another French university institution, the IUFM (University Institute for Teacher Education) of Montpellier, through an amendment to the original agreement covering the period 1998-2005. This amendment focused specifically on the professional aspects of teacher training in mathematics, particularly on workplace training practices.

This text describes the historical development of this cooperation, before entering into a reflective stance, discussing the main aspects of French didactics involved together with their consequences in terms of research "problématiques" for the education of mathematics teachers in Mali. We then point out the most relevant issues pertaining to the teaching and learning of mathematics in the context of the Malian education system, a system immersed in a cultural environment strongly marked by orality, and moreover stressed by several consecutive curricular reforms. An appendix illustrates some outcomes of this collaboration through the professional trajectories of Malian didacticians.

HISTORICAL OVERVIEW OF THE COOPERATION UJF-GRENOBLE / ENSUP-BAMAKO

The cooperation between the University Joseph Fourier (UJF) of Grenoble (France) and the École Normale Supérieure in Bamako (Mali) is based on a Partnership Agreement (Accord Inter Établissements, AIE) signed in 1973. It concerned originally exclusively the following disciplines : mathematics, computer science, physics, chemistry. For this presentation, three periods characteristic of the evolution of the cooperation, particularly in the higher education sector, will be considered:

The phase known as "Grandes Écoles" from *1973 to 1994*;

The phase of the establishment of the University of Bamako: from *1995 to 2009*;

The phase of the creation of five universities: *from 2009 to present*.

Phase of "Grandes Écoles"

The "Grandes Écoles" have been established in Mali after the 1962 reform of the education system to overcome the lack of executives following the accession of Mali to independence in 1960. They were seven in number, including the "École Normale Supérieure of Bamako (ENSup), recruiting at the high school level. This École mostly had to train teachers for secondary education

[1] The ISFRA was the only institution entitled to prepare the doctorate level, except for the PhD in medicine and pharmacy, before the creation of the University of Mali in 1995.

(corresponding to high school in France). The duration of training was 4 years. We describe below the main aspects of that period.

1973 – 1980. The École Normale Supérieure of Bamako had very few qualified university professors of mathematics that could train teachers. At the same time, very few scientific textbooks were available. These constraints led the ENSup Bamako to sign a Partnership Agreement with the UJF Grenoble in 1973. The main actions that were conducted are:

Organization of missions of UJF professors from Grenoble to Bamako, in scientific domains where the Bamako ENSup had no professors, especially in numerical analysis and computer science;

Short-term missions of professors of ENSup Bamako to UJF Grenoble, aimed at training them in computer science and documentary research;

Visits of ENSup graduates from Bamako to the Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM) in Grenoble, and participation to the preparation of French national recruitment sessions and examinations for secondary education teachers (CAPES and Agrégation).

•

1980 – 1989. These years were mainly devoted to the following actions:

Consolidation of the results obtained during the first period: the focus was set particularly on the training of Bamako ENSup professors on programmable calculators and their introduction into the teaching of mathematics at secondary level through academic exchanges in applied mathematics;

Training of mathematics professors at ENSup Bamako in numerical analysis, in view of the establishment in Mali of a first curriculum for final year students of this school in this new domain;

Doctoral training of Malian assistant professors, in didactics of mathematics in Grenoble, and in applied mathematics in Rennes;

Creation in Bamako of a Master of Mathematics Education, the scientific support of which was provided by a university team of the UJF, following an agreement signed on the 08/11/1988 between the Institut Supérieur de Formation et de Recherche (ISFRA), the ENSup of Bamako and the UJF Grenoble through planned missions of experts in didactics of mathematics.

Supply of documentation to the DER Library of Mathematics at ENSup Bamako, especially textbooks in didactics of mathematics and annual subscriptions to journals (*Recherche en Didactique des Mathématiques*; *Petit x; Repères; Cahiers des Séminaires LSD de Didactique des Mathématiques*, and finally, *Séminaires DidaTech*).

1990 – 1995. This phase was marked by the interruption of internship missions of graduates from ENSup Bamako, as a consequence of the very large number of students involved in the curriculum. This plethora of applicants resulted in a readjustment of the cooperation towards the establishment of new missions, again in the framework of the Partnership Agreement, focusing on the following items :

The supervision of a "Diplôme d'Études Approfondies" (DEA, the first level after graduation) in didactics of mathematics; this promotion of 4 students has been a real success: the two year

curriculum included both an improved training in mathematics[2] and a theoretical and practical approach of didactics of mathematics. The DEA dissertations of the laureates had to contain an epistemological study of a mathematical concept or theme, and the construction of classroom experiments leading to the analysis of a didactic situation that takes into account the specific socio-cultural factors of the Malian education system (large number of pupils in classes, language problems, lack of available teaching resources for mathematics teachers and learners);

Training sessions in computer science for teachers, at ENSup Bamako (through missions of UJF staff from Grenoble, and through the preparation and organization of computer science workshops at ENSup Bamako). This part actually allowed to integrate IT in the training program of future teachers, by highlighting the use of certain applications in terms of educational innovation in the teaching of mathematics at high school level.

The creation of a research team in didactics of mathematics (EDiMath)[3] within the DER of mathematics at ENSup Bamako.

I.2. Phase of the creation of the University of Mali: 1995-2005.

This period saw the opening of the University of Mali. Consequently, the cooperation "ENSup-Bamako / UJF-Grenoble" took a new direction, endorsed by the report of the joint meeting between the two institutions, held from 4 to 8 November 1996 in Grenoble[4]. Cooperation activities were focused on the accomplishment of new missions assigned to the ENSup Bamako.

Support of the UJF Grenoble to Bamako ENSup in order to manage the transitional period 1996-1998. This support was, firstly, the development of curricula for the new Faculty of Science and Technology (FAST) (mathematics, physics, chemistry, computer science) and secondly, on the refocusing of ENSup Bamako missions towards greater professionalization of pre-service teacher training courses. Another aspect of this support was on exchanging experiences, documents with the IUFM of Grenoble and Montpellier.

Coaching and defense (in 2000) in Mali of the first didactic Ph.D. in mathematics under co-supervision of ISFRA-Bamako / UJF-Grenoble.

Logistical support from the UJF-Grenoble didactic team of mathematics to the EDiMath team at Bamako ENSup in fulfilling its initial training tasks and carrying out its first research projects. This support was also directed at a continuing education with the creation of the training cell: creation of a documentation center on the teaching of mathematics and experimental sciences.

Logistical support for the participation of members of the team EDiMath to international scientific events, especially the Summer School of Mathematics Education in France.

---

[2] All four students of the DEA were mathematics teachers in high school, with at least 5 years of teaching experience.

[3] EDiMath is a team made of 3 researcchers from the DER of Mathematics of ENSup Bamako (S.B. Sokona, M.L. Kanouté and M.S. Sangaré), a lecturer-researcher from the Faculty of Economics and the University of Bamako Management (M. Traoré), a lecturer-researcher from the Catholic University of Sao Paulo in Brazil (S. Ag Almouloud).

[4] See Final Report entitled "Support to the scientific training of Malian teachers"; text written under the responsibility of Marc Pierre, professor of chemistry at the University Joseph Fourier.

I.3. Transition from the single University of Bamako to five Universities in Mali: 2006-2016

In order to meet the growing demand for graduates enrollment in higher education, Mali split Bamako University into four universities[5]. The University of Segou was previously created in 2009 with the purpose of establishing professional qualification curricula[6]. Alongside these five universities, two "Grandes Ecoles" (Great Schools) were created[7], and three others were restructured[8].

That decade sees, at ENSup Bamako and at the Faculty of Science and Technology (FAST), the advent of the Licence-Master-Doctorate (LMD, Licence=Bachelor), to which must be added the reforming of high school in Mali in 2011. Cooperation UJF-Grenoble / ENSup-Bamako has been repeatedly revised, based on these new challenges for Mali. Thus, the following actions were taken:

Support of the UJF-Grenoble to the three scientific DER[9] of ENSup-Bamako for the implementation of the LMD reform (information and training missions; workshops elaborating training offers; documentary support ; etc.);

Setting up a University Institute of Technology (IUT) within the FAST with short professional qualification courses (two-year duration)[10]. The requirements of the LMD reform led to the transformation of these short courses into Professional Licences, under a new name: Institute of Applied Sciences (ISA)[11].

Training and qualification with a Master Diploma of the first teachers of ENSup-Bamako in the domain "Engineering Cognition, Creation and Learning - Speciality Teaching of Science (2011 and 2013) of the UJF-Grenoble[12].

Creation, by a convention UJF-Grenoble / ENSup-Bamako / FST, of a Master entitled "Training Curriculum for Secondary Teachers, in Mathematics, Life and Earth Sciences, and Physics and Chemistry."

---

[5] They are: University of Science, Techniques and Technologies of Bamako (USTTB); University of Social Sciences and Management of Bamako (USSGB); University of Literature and Social Sciences of Bamako (ULSHB); University of Juridical and Political Sciences of Bamako (USJPB). Ordinance No. 2011/020 / PRM of 28 September 2011.

[6] Decree No. 09-128 / PM-RM of 27 March 2009.

[7] These are: the National School of Administration (École Nationale d'Administration, ENA), the Normal School of Technical and Professional Education of Bamako (École Normale d'Enseignement Technique et professionnel, ENETP).

[8] They are: the École Normale Supérieure (ENSup), The Rural Polytechnic Institute / Institute of Education and Applied Research of Katibougou (Institut Polytechnique RuraI, IPR / Institut de Formation et de Recherche Appliquée, IFRA), the National Engineering School (École Nationale d'Ingénieurs, ENI).

[9] These are the DER (Department od Education and Research) of Mathematics, of Physics and Chemistry, and of Life and Earth Sciences (Science de la Vie et de la Terre, SVT).

[10] Electrical Engineering, Biology (food production), Chemical Engineering (led by the IUT1 – Institut Universitaire de technologie - in collaboration with the French IUT of Bourg en Bresse, attached to Université Lyon 1).

[11] Ordinance No. 2011/020 / PRM of 28 September 2011, ratified by Act No. 2011-082 of 29 December 2011.

[12] They are: Mr. S. Tounkara (2011), Beredogou Koné (2013) and Sinaly Dissa (2013).

SYNTHETIC PRESENTATION OF THE COOPERATIVE ACHIEVEMENTS UJF-GRENOBLE / ENSUP & FAST-BAMAKO

Our presentation of the outcome of this cooperation, is focused on three main areas of collaborative actions of the UJF-Grenoble with ENSup and FAST Bamako, in the fields of mathematics, computer science and experimental sciences: the training of human resources; support for equipment and documentation resources; support for professional development and research.

Training of Human Resources

Training human resources, especially those devoted to university level is one of the most significant results of this inter-university cooperation:

14 faculty members were trained in mathematics, computer science, physics, chemistry; they are all based at ENSup or the Faculty of Science and Technology of Bamako. Currently, 90% of all courses in these four disciplines are taught by Malian colleagues, up to the Master degree.

12 students were enrolled in 2005 in the DEA of didactics of mathematics at the Faculty of Science and Technology of Bamako. Scientific supervision was provided by the EDiMath team at ENSup and three expert professors from abroad (including two from UJF and one from the Catholic University of Sao Paulo in Brazil), for a 2-year training period. The results at the end of training are quite significant: 11 have passed the final examination, 10 got a position in universities and colleges of Mali.

Graduates of the Institute of Bamako Applied Sciences (Institut des Sciences Appliquées, ISA), successor to the former IUT of the Faculty of Science and Technology are popular on the national labor market.

The University of Grenoble (and especially its Valence center) welcomes since the 2000s, Mali highly gifted students, especially in science and technology. Their academic results have been indeed quite high – as could be expected. The aim of this cooperation is currently focused on the issue of integration of these graduates in Mali.

Following the expansion of cooperation with the IUFM (Institut Universitaire de Formation des Maîtres) of Montpellier in 1996, the Bamako ENSup hosted students[13] of several promotions of this institution until 2005. The purpose of these trips was to enable the trainees to a comparison of the French education system with that of a developing country, by making them actually live the daily life of the host country for three weeks.

Support for equipment and documentation ressources

The cooperation has enabled ENSup Bamako, to set up its first computer center dedicated to faculty: it had 20 workstations to begin with. The expansion of cooperation with the IUFM of Montpellier in 1996, helped to provide the DER of mathematics with programmable calculators. Furthermore, the UJF-Grenoble periodically ensures a supply of new documents to the ENSup-Bamako.

Support for professional development and research

Several communities of professional practice and research have emerged at ENSup Bamako with the support of the UJF.

[13] The number of students for a study mission and for one academic year ranged between 6 and 10 students.

At the DER of mathematics, the EDiMath team has significantly participated in several projects of complementary training for secondary teachers in activity[14]; EDiMath has also supported several research projects that were initiated by national call to projects[15]. The same team formed the backbone of the local organization committee for the first edition of the eponym School of Didactics and Mathematics (EDiMath) in Francophone West Africa, the first realization of the CANP program launched by the International Commission on Mathematical Instruction (ICMI)[16].

Creation and support for development of the "Research Group in Didactics of Science" (Groupe d'Étude des didactiques des Sciences, GEDIS) within the ENSup-Bamako,. The group consists of faculty members from Life and Earth Sciences (SVT), Physics, Chemistry and Mathematics[17]. The actions address the multidisciplinary and/or interdisciplinary study of high school program contents in the three disciplines.

The creation of a Master Diploma "Math and experimental sciences" at ENSup Bamako by an agreement UJF-Grenoble / ENSup-Bamako (2014).

The most emblematic example is the MALIMATH.NET[18] project. This is a platform that generates exercise sheets for mathematics, dedicated to general education. The design and administration of this site is entrusted to two former recipients of the cooperation[19].

MUTUAL INFLUENCES OF THE TRADITIONS OF UJF-GRENOBLE AND ENSUP-BAMAKO

In the direction UJF-Grenoble → ENSup-Bamako

Certainly mathematics are universal; however, their teaching and learning are generally forged in different sociocultural contexts. At ENSup-Bamako, didactic engineering in the "Theory of Didactic Situations" (TDS) and "Didactic Transposition", are the first didactic concepts of the French tradition that were introduced and studied, in the framework of exchanges with the UJF Grenoble. In fact, the appraisal and various applications of these concepts made in Bamako led to establish a new mindset for teaching, learning, and training student teachers in mathematics. As a consequence, the period 1985-1995 was marked by research work relating to the meaning of

[14] EDiMath provided the scientific and pedagogical responsibility of the "Spring Vacation University School-Geometry 2000" (from 27 March to 08 April 2000), in collaboration with the Embassy of France and the active participation of Mathematics Teachers of the French High School of Bamako, for the training of 100 secondary education teachers in mathematics. It led to the production of dedicated booklets for trainers and trainees.

[15] Including projects funded below, by the National Scientific and Technological Research Centre of Mali (CNRST): Experimental Approach and Teaching / Learning of Mathematics: Case Study at the Bamako Technical High School (2007)University teaching in the system L.M.D. : *Design and testing of a coaching professional memory device in Bamako ENSup's Mathematics DER (2009)*.

[16] See: http://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/docs/Rapport_final._10_2012_website.pdf

[17] With also SCAC support of the Embassy of France in Bamako.

[18] See http://malimath.net

[19] They are Thomas Castanet, Teacher of mathematics in the French establishment "Liberté" of Bamako and former intern of the IUFM of Montpellier in Mali, and Sinaly Dissa, doctoral student and trainer at the Bamako ENSup with a Master "Engineering Cognition, Creation and Learning - Speciality Didactics of Science (2013) of the UJF-Grenoble.

mathematics conveyed in any teaching-learning project or teacher training project. The growing interest for such questions resulted from the major challenge that Mali had to face: the completion of a curriculum, and the adoption of appropriate methodological tools, following the controversial reform of "New Math"[20].

Moreover, a significant contribution of these exchanges has definitely been the source of inspiration for Mali that was found at the IREM Grenoble, through its status, its actions and its working methods, characterized by a total connectivity between all levels of education, from kindergarten to university. This type of provision that is clearly favorable to the emergence of innovative projects in the areas of popularization, education and training in mathematics, had been most often obstructed by the institutional compartmentalization, acting against the systemic nature of formal education, particularly in mathematics.

In the direction ENSup-Bamako → UJF-Grenoble

A number of issues pertaining to the teaching and learning of mathematics in the Malian education system have fed the exchanges between the two partner universities. In particular, the problem of teaching arithmetic in national language in the early years of formal schooling before switching to a French centric education has been posed with increased acuity[21].

On another level, UJF Grenoble has heavily invested in understanding the determinants of the education system of Mali while advocating early, concerted management of cooperation: all actions taken within this framework were made by faculty members from both institutions that were directly involved in the corresponding tasks; administrations have endorsed in most cases the proposals made by applicants; these were first submitted to the groups of (Malian and French) experts involved in the cooperation. This very cooperation mechanism allowed UJF to train Mali students benefitting from the "Excellence Fellowships", by grouping them in a special class at the Valence center of UJF. The dual purpose of creating such a class was to avoid a too abrupt break with the original country socio-cultural context, and to allow each of the students to progress at their own (usually very rapid) pace, in accordance to the international standards of university curricula.

PROJECTS AND PROSPECTS

The transition to the implementation phase of the master project "Math and experimental sciences" at the ENSup-Bamako appears to be of a high priority in view of the forthcoming opening at ENSup of the master curriculum "Professeur d'Institut de Formation de Maîtres" (Professor of an Institute

[20] This period saw the establishment of a DEA in mathematics education, and two memoirs focused on the study of conceptions of students of the second fundamental cycle were produced:
– Traoré M. (1991). Conceptions of students fundamental 7th year on adding decimals. DEA – ISFRA, Bamako.
– Sangaré M.S. (1991). Symmetry and oriented segments in the plane: student designs at the exit of the second fundamental cycle. DEA - ISFRA, Bamako.

[21] See Kanouté M.L. (2007) The influence of oral learning in Bambara on the teaching and learning of Mathematics in the first stage of elementary education in Mali. PhD Thesis, specialty teaching of mathematics - University of Mali.

for teacher training)[22]. In addition, a reactivation of the scientific school project "Edi-Sciences" is to be considered, as a consequence of the reform of general education high schools in Mali; it led from three distinct "series" (specialities) for the last grade in the old system, to six high school series, starting from 2011.

In terms of perspectives, research projects "North-South" are to be explored; especially projects related to the evaluation of the reform of Mathematics, Physics, Chemistry and Biology in high schools.

[22] Graduates of this master curriculum will have to take care of the training of teachers of the fundamental levels (first and second cycles; primary education and middle school in France).

APPENDIX

QUELQUES PARCOURS PROFESSIONNELS RENDUS POSSIBLES GRÂCE À LA COOPÉRATION UJF-GRENOBLE / ENSUP-BAMAKO

A. Période 1980 - 2006

Mr Sidi Bekaye SOKONA

Formation

Thèse de Doctorat (1993). "Á PROPOS DE LA PROPORTIONNALITÉ : Avatars d'une situation didactique dans sa transmission à un enseignant et son insertion dans un curriculum existant". Spécialité didactique des mathématiques, Université Joseph Fourier, Grenoble.

DEA (1991). "Étude d'une situation de formulation dans un problème de proportionnalité." Didactique des Disciplines scientifiques, Université Joseph Fourier, Grenoble.

Participation aux écoles d'été de didactique des Mathématiques de l'ARDM en France et à des missions d'étude et de recherche à l'UJF de Grenoble (1993, 1995) - Participation aux colloques de l'Espace Mathématique Francophone (2009, 2012, 2015) - Participation aux Écoles de Didactique et de Mathématiques de la sous-région ouest africaine francophone, EDiMaths (CANP1-2011, 2012).

Expérience professionnelle

Enseignement au DER de mathématiques ENSup-Bamako (de 1994 à nos jours): didactique des mathématiques.

Chargé de Travaux Dirigés au DER de Mathématiques à la Faculté de Sciences et Techniques de Bamako (1998-2005).

Chef de département des mathématiques de l'École Normale Supérieure, Bamako (de 1996 à 2014).

Responsable de l'Équipe de Didactique des Mathématiques (EDiMath). DER de Mathématiques, ENSup-Bamako.

Inspecteur d'Enseignement Secondaire, Groupe Mathématique (de 2001 à 2014).

Inspecteur Général de l'Éducation Nationale (depuis 2014).

Sélection de publications

Sokona S.B. (1989). Aspects analytiques et aspects analogiques de la proportionnalité dans une situation de formulation, *Petitx*, 19, 5-27.

Sokona S.B. et Sangaré M.S. (2011). La Formation des enseignants au Mali, in *La Formation des enseignants en Afrique Francophone Sub-saharienne. Cinq études de cas : Burkina Faso, Côte d'Ivoire, Mali, Niger, Sénégal*. CANP National Report Series #1 http://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/docs/Rapport_final._10_2012_website.pdf

Mr Mamadou Lamine KANOUTÉ

Formation

DEA (1992). "Problème d'un enseignement en langue seconde au Mali ; cas des structures additives". Spécialité didactique des mathématiques, Cotutelle Université du Mali / Université Joseph Fourier, Grenoble.

Thèse de Doctorat (2007). "L'influence de l'apprentissage oral en bamanan sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques au premier cycle de l'enseignement fondamental au Mali" ; Spécialité didactique des mathématiques, Université du Mali.

Participation à l'école d'été de didactique des Mathématiques de l'ARDM en France et à des missions d'étude et de recherche à l'UJF de Grenoble (1995, 1999) - Participation à l'École de Didactique et de Mathématiques, de la sous-région ouest africaine francophone, EDiMaths (CANP1-2011);

Expérience professionnelle

Enseignement au DER de mathématiques ENSup-Bamako (de 1992 à nos jours): Mathématiques et langues nationales ; Méthodologie de l'enseignement des mathématiques.

Chargé de Travaux Dirigés au DER de Mathématiques à la Faculté de Sciences et Techniques de Bamako (1998-2005).

Membre fondateur de l'Équipe de Didactique des Mathématiques (EDiMath) - DER de Mathématiques, ENSup-Bamako.

Sélection de publications

Kanouté M.L. (2000). Mathématiques et langue nationale en milieu scolaire bambara au Mali, *Nordic Journal of African Studies* 9(3), 80-97.

Mr Moumine TRAORÉ

Formation

DEA (1992). " Conceptions d'élèves de 7ème sur la comparaison des nombres décimaux au Mali". Spécialité didactique des mathématiques, Cotutelle Université du Mali / Université Joseph Fourier de Grenoble.

Thèse de Doctorat en Recherche Opérationnelle.

Participation à l'école d'été de didactique des Mathématiques de l'ARDM en France et à des missions d'étude et de recherche à l'UJF de Grenoble (1995).

Expérience professionnelle

Enseignement au DER de mathématiques ENSup-Bamako (de 1992 à 1994) : Structures fondamentales en algèbre.

Membre fondateur de l'Équipe de Didactique des Mathématiques (EDiMath) - DER de Mathématiques, ENSup-Bamako.

Enseignement à l'institut Universitaire de Gestion (IUG) : Mathématiques pour la gestion.

Secrétaire Principal de la Faculté des Sciences Juridiques et de Gestion de Bamako.

Directeur Général du Centre de Recherche et de Formation pour l'Industrie Textile (CERFITEX) à Ségou.

Secrétaire Général du Ministère de l'Éducation Nationale du Mali (depuis janvier 2016).

Mr Seydou COULIBALY

Formation

DEA (1992). Spécialité didactique des mathématiques, Cotutelle Université du Mali / Université Joseph Fourier de Grenoble.

Participation à l'école d'été de didactique des Mathématiques de l'ARDM en France et à des missions d'étude et de recherche à l'UJF de Grenoble (1995)

Expérience professionnelle

Adjoint au Chef de section Mathématiques de l'Institut Pédagogique National du Mali (IPN).

Chef de section Mathématiques de l'Institut Pédagogique National du Mali (IPN).

Mr Mamadou Souleymane SANGARÉ

Formation

Thèse de Doctorat (2000). "Aspects cognitifs, aspects didactiques : une étude de cas au Mali", spécialité didactique des mathématiques, Cotutelle Université du Mali / Université Joseph Fourier de Grenoble.

DEA (1992). " Symétrie centrale et segments orientés : conceptions d'élèves à la sortie du second cycle fondamental ", spécialité didactique des mathématiques, Cotutelle Université du Mali / Université Joseph Fourier de Grenoble.

Participation aux écoles d'été de didactique des Mathématiques de l'ARDM en France et à des missions d'étude et de recherche à l'UJF de Grenoble (1995, 1999, 2003,2009) - Participation aux colloques de l'Espace Mathématique Francophone (2009, 2012, 2015) - Participation aux Écoles de Didactique et de Mathématiques, de la sous-région ouest africaine francophone, EDiMaths (CANP1-2011, 2012).

Expérience professionnelle

Enseignement au DER de mathématiques ENSup-Bamako (de 2003 à nos jours): Responsable de l'UE de didactique des mathématiques et du mémoire professionnel en master Professeur d'Enseignement Secondaire, spécialité mathématiques.

Chargé de Travaux Dirigés au DER de Mathématiques de la Faculté de Sciences et Techniques de Bamako (1998-2005).

Membre fondateur de l'Équipe de Didactique des Mathématiques (EDiMath)- DER de Mathématiques, ENSup-Bamako.

Sélection de publications

Sangaré M.S. (2008). La machine de Sylvester: conception et réalisation de deux modèles à usage didactique. In *Procedings symposium on Occasion of the 100th Anniversary of International Commission Mathematical Instruction (ICMI). 1908*-2008 - Rome: 05-08 mars. Rome2008/WG4/SANGARE.pdf.

Sangaré M.S. (2009. Interactions «Angle~Rotation»: pertinence et limite dans l'enseignement au Mali. *Educaçao Matematica Pesquisa* - ISSN 1983-3156 – Vol.11, No1.

Sangaré M.S. (2010). Une caractérisation non usuelle des transformations géométriques du plan pour une formation d'enseignants, *Petit x*, 82, 31-56.

Sokona S.B. et Sangaré M.S. (2011). La Formation des enseignants au Mali, in *La Formation des enseignants en Afrique Francophone Sub-saharienne. Cinq études de cas : Burkina Faso, Côte d'Ivoire, Mali, Niger, Sénégal*. CANP National Report Series #1 http://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/docs/Rapport_final._10_2012_website.pdf

Sangaré M.S. (2012). Formation d'enseignants de mathématiques à l'Ecole Normale Supérieure de Bamako. Quelle articulation entre mathématiques et didactique ? *Actes du Colloque Espace Mathématique Francophone-Genève* (GT#1).

Sangaré M.S. (2014). Activités géométriques en formation d'enseignants de mathématiques au lycée : une étude de cas à l'école normale supérieure de Bamako. http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/22012/pdf

Ag Almouloud S., Koné C., Sangaré M.S. (2014). Study of the mathematical and didactic organizations of the conics in the curriculum of secondary schools in the Republic of Mali. http://www.sbem.com.br/ojs/index.php/ripem/article/view/122

B. Période 2006 - 2016

Le premier DEA de didactique des mathématiques entièrement habilité par l'université du Mali a été mis en place sur 2 années universitaires (2005-2007). L'encadrement scientifique fut assuré par l'équipe EDiMath de l'ENSup-Bamako, deux enseignants-chercheurs de l'UJF-Grenoble et un enseignant-chercheur de l'Université Catholique de San Paulo au Brésil. Les noms de ceux qui ont pu mener un parcours post-universitaire sont listés ci-dessous :

Chadou Hassimi TOURÉ : docteur en statistique, enseignant-chercheur à l'ENSup ; Inspecteur Pédagogique Régional de l'Enseignement Secondaire-groupe mathématiques- District de Bamako.

Cyrille KONÉ : Doctorant en didactique des mathématiques appliquées à l'économie ; Assistant à la Faculté des Sciences Économiques et de Gestion de Bamako.

Aboubacar BAMBA : Doctorant en didactique des mathématiques ; Assistant à l'ENSup de Bamako.

Ousmane ALPHA: Doctorant en didactique des mathématiques ; Assistant à l'ENSup de Bamako.

Ibrahima Kériba DOUMBIA : Doctorant en didactique des mathématiques ; Assistant à l'ENSup de Bamako.

Cheick Oumar DOUMBIA : Doctorant en didactique des mathématiques ; Assistant à l'ENSup de Bamako.

Fafré CAMARA : Doctorant en didactique des mathématiques ; Assistant à l'École Normale d'Enseignement Technique et Professionnel de Bamako (ENETP).

Avec la mastérisation des parcours à l'université et dans les grandes écoles du Mali, certains diplômés de l'ENsup de Bamako parmi les meilleurs de leurs promotions respectives ont pu s'inscrire et terminé avec succès le diplôme « Master2, Ingénierie de Cognition, de la Création et de l'Apprentissage – Spécialité Didactique des Sciences (2011 et 2013) de l'UJF-Grenoble. Ils sont tous doctorants dans leurs spécialités respectives :

Sinaly DISSA : Master2, Ingénierie de Cognition, de la Création et de l'Apprentissage – Spécialité Didactique des Sciences (2013) de l'UJF-Grenoble – option mathématiques ; Doctorant en didactique des mathématiques à l'ENSup ; Formateur au DER de mathématiques de l'ENSup.

Beredogo KONÉ : Master2, Ingénierie de Cognition, de la Création et de l'Apprentissage – Spécialité Didactique des Sciences (2013) de l'UJF-Grenoble – option SVT ; Doctorant en didactique des SVT à l'ENSup ; Formateur au DER de SVT de l'ENSup.

Sidi Mohamed TOUNKARA : Master2, Ingénierie de Cognition, de la Création et de l'Apprentissage – Spécialité Didactique des Sciences (2011) de l'UJF-Grenoble – option

Physique-Chimie ; Doctorant en didactique de la chimie à l'ENSup ; Formateur au DER de Physique-Chimie de l'ENSup.

REPENSER LA FORMATION DES ENSEIGNANTS EN FRANCE ET AU SÉNÉGAL : UNE SOURCE D'INTERACTIONS FÉCONDES

Moustapha Sokhna*, Luc Trouche**

FASTEF, Université Cheikh Anta Diop (Sénégal)*, Institut Français de l'Éducation, ENS de Lyon (France)**

Résumé : Partant de l'évolution politique du Sénégal, d'une colonie de la France à un état indépendant développant ses propres institutions d'éducation et de recherche, l'article retrace la genèse d'une collaboration scientifique entre deux chercheurs. Au-delà d'une histoire de personnes, il s'agit bien d'une construction scientifique, répondant à des besoins éducatifs forts : au Sénégal, la nécessité d'assurer une formation mathématique et didactique à des enseignants qui, souvent, arrivent dans les classes sans les ressources initiales nécessaires pour « faire leur métier » ; en France la nécessité de repenser les formations initiale et continue pour faire face aux nouvelles conditions du métier (nouveaux outils, nouveaux dispositifs d'enseignement, prise en compte des difficultés d'apprentissage). La contribution alterne les contributions des deux auteurs. Elle retrace les différentes étapes de cette collaboration : d'abord une mission de formation de la France vers le Sénégal, s'étendant au fil des années à de nouvelles institutions et à de nouveaux acteurs ; puis des séjours d'étude longs, qui conduisent à des masters et à une thèse impliquant les deux auteurs ; ensuite le développement d'une réflexion articulée à la création de dispositifs de formation dans les deux pays, dispositifs fondés sur la conception collaborative de ressources. L'article montre alors la double germination des concepts, nourrie par les expériences de part et d'autre. C'est une nouvelle approche théorique qui émerge, donnant un rôle particulier aux ressources des enseignants, et aux interactions entre enseignants et ressources. Cette approche conduit à de nouveaux projets communs. Au delà de ces projets, il s'agit bien d'une recomposition des relations entre le Nord et le Sud, qui se traduit par l'émergence de nouvelles structures ; EMF (Espace Mathématique Francophone) en est un exemple emblématique.

Abstract: Political evolution of Senegal, from a French colony to an independent state with its own educational and scientific institutions, constitutes the background to this paper, which traces the emergence and development of a scientific collaboration between French and Senegalese researchers. Beyond a story of people, it is indeed a scientific design responding to educational needs: (a) in Senegal, the need for mathematical and didactical teacher education, as teachers often enter the classroom without the required competencies "to do their job"; (b) in France, the need to rethink pre- and in-service teacher education to meet new/changed conditions of teaching (e.g. new/different learning tools and teaching devices; different audience/s with different learning difficulties). The paper traces the various stages of the collaboration: first a training mission (with French colleagues going to Senegal) spreading over time to new institutions and new actors; long study periods (both in France and in Senegal) leading to masters and one PhD (involving the two authors); then the development and furthering of thinking/discussions/reflections around the creation of training systems (in both countries), including devices based on collaborative design of resources. As the paper shows, this resulted in a reciprocal germination of concepts nurtured by the experiences in each country. Moreover, a new theoretical approach emerged giving a special role to teachers' resources and to the interactions between teachers and resources, which in turn led to

new joint projects. Beyond these projects, the collaborative projects have indeed reorganized the relations between Francophone North and South, which resulted in the emergence of new structures (e.g. EMF, Espace Mathématique Francophone).

INTRODUCTION

La coopération entre le Sénégal - indépendant - et la France en matière d'éducation est à l'image de la coopération économique. Après l'indépendance, obtenue en 1960, le système éducatif n'a pas été réinventé, il est longtemps resté comme une copie d'un système éducatif français, conservant les stigmates des politiques coloniales. La langue d'enseignement est restée le français avec un statut élevé (78,35 %) et un corpus faible (45,68 %), le corpus d'une langue incluant la compétence linguistique, la production et la consommation langagière des locuteurs de cette langue. Malgré ce corpus faible, tous les enseignements, y compris ceux de mathématiques, se font en français de l'élémentaire au supérieur. Les contenus d'enseignement en mathématiques n'ont pas beaucoup changé, à l'inverse d'autres disciplines où des réformes fortes ont été décidées : les professeurs d'histoire, par exemple, n'ont pas accepté d'enseigner à leurs élèves que leurs ancêtres étaient des Gaulois… En mathématiques, au nom de l'universalité de cette discipline, les programmes et les méthodes d'enseignement n'ont pas évolué et n'ont pas pris en compte les expressions culturelles du pays. Les structures d'enseignement, de formation et de recherche du Sénégal sont pour la plupart des reflets des institutions sœurs qui existent en France : le système éducatif est organisé autour d'un cycle fondamental, d'un cycle secondaire, du supérieur et de la formation professionnelle. Une Ecole Normale Supérieure (ENS) a été créée pour la formation des enseignants de lycée et collège dès 1962. Un Institut de Recherche sur l'Enseignement de la Mathématique (IREM), a été créé en 1972 à Dakar (décret n° 72-281 du 16 mars 1972). Il est devenu en 1975 Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, de la Physique et de la Technologie (IREMPT), avec les mêmes missions que les IREM en France.

Aujourd'hui, ce passé est interrogé. La volonté de domination, d'exploitation ou d'indépendance ne détermine plus les échanges. Des nouvelles collaborations naissent. Elles sont incarnées par des hommes et des femmes qui veulent opérer des ruptures et fonder leur relation autour d'un même but et d'une foi en l'égalité et la fraternité. Ce texte retrace quelques éléments de cette nouvelle collaboration, portée par une voix sénégalaise, celle de Moustapha, et une voix française, celle de Luc, qui alternent dans les sections qui suivent, croisant des fils pour tisser une histoire commune.

D'UNE RENCONTRE FORTUITE A UNE RENCONTRE CONSTRUITE (LUC)

L'initialisation de cette collaboration, en 1998 repose sur un hasard, la nomination d'un IPR (Inspecteur pédagogique régional) de mathématiques de l'académie de Montpellier, Daniel Boutté, au poste de conseiller culturel à l'ambassade de France à Dakar ; elle s'est poursuivie ensuite sur la base de relations bilatérales entre l'IREMPT de Dakar et l'IREM de Montpellier, avant de s'élargir à d'autres institutions des deux régions.

Une première mission de contact

Dès 1998, le conseiller culturel de l'ambassade de France, connaissant les ressources de l'IREM de Montpellier, a mis en relation cet IREM avec le service de formation continue du ministère de l'éducation sénégalais, dans lequel la coopération française était très présente. La coopération

française était aussi très présente dans le programme HPM (Harmonisation des programmes de mathématiques dans les pays francophones d'Afrique de l'Ouest), visant, au-delà des programmes, la conception d'un manuel de mathématiques, unique pour chaque classe, et commun à tous les pays de la zone. J'ai participé, juste après la soutenance de ma thèse (Trouche, 1997), à une première mission, en 1998, portant sur l'utilisation des calculatrices et l'enseignement de l'algèbre. Cette mission de formation a permis de nouer des contacts avec l'IREMPT (voir introduction). En 2000, je suis devenu directeur de l'IREM de Montpellier ; avec le directeur de l'IREMPT, Magatte Thiam, et aidés par la coopération française, nous avons alors établi une convention entre les deux établissements, étendue à deux autres établissements (l'ENS de Dakar et l'institut universitaire de formation des maîtres (IUFM) de Montpellier).

Partenariats croisés

Dans le prolongement des premiers contacts, la collaboration s'est développée dans deux directions : l'intégration des nouvelles technologies et la didactique des mathématiques. Chaque année était marquée par deux temps forts : visite de deux formateurs-chercheurs de Dakar à Montpellier, et visite de deux formateurs-chercheurs de Montpellier à Dakar. Entre ces temps forts, la collaboration a trouvé des formes de travail continu à distance, entre des équipes jumelées sur les deux thèmes choisis, développant des ressources qui étaient testées dans les deux contextes. C'est sans doute ces formes de travail à distance qui ont développé l'intérêt des deux parties pour les processus de conception de ressources, pour la sensibilité des ressources aux formes différentes de mise en œuvre (en particulier les différences d'effectifs de classe – plus de 80 élèves parfois au Sénégal, et les différences d'équipement technologique), et pour les plateformes de travail à distance.

Ces interactions continues ont conduit à élargir le partenariat aux actions nouvelles développées de part et d'autre. Ainsi, lorsque, pour accompagner la mise en œuvre des nouveaux programmes de lycée de 2000 en France, qui proposaient un point de vue nouveau sur la statistique, comme étude de la variabilité, l'IREM de Montpellier a créé un concours « A vos stats », c'est tout naturellement que le concours s'est ouvert à l'IREMPT (table 1).

Au cours de l'année scolaire 2001/2002, l'IREMPT s'était aussi engagé à participer au concours d'affiche « à vos stats » organisé par l'IREM de Montpellier. La remise des prix qui a eu lieu mercredi 6 juin 2002 à l'Université Montpellier II a d'ailleurs réservé une bonne surprise à nos collègues sénégalais qui se sont investis dans ce projet : les deux premières affiches récompensées au niveau lycée sont parmi celles qui nous sont parvenues du Sénégal. Premier prix collège, catégorie affiche. Etablissement : lycée Thierno Saïdou Nourou Tall (Sénégal) ; thème *: Les transports urbains à Dakar, état des lieux* Premier prix lycée, catégorie affiches. Etablissement : lycée moderne de Rufisque (Sénégal) ; Thème *: Les heures d'arrivée des élèves au lycée le matin.*

Table 1: Extrait du rapport de bilan 2002 de la coopération IREMPT-ENS-IREM-IUFM

Des missions qui s'allongent

Dès 2000, des formateurs de l'ENS de Dakar obtiennent des bourses pour faire des séjours d'un ou deux mois, permettant d'approfondir des questions de recherche (problématique, méthodologie) ou de s'engager dans des études universitaires. C'est ainsi que j'ai rencontré Moustapha, l'ai accompagné visiter des collègues du département de mathématiques pour explorer les possibilités de faire une thèse qui prolonge les travaux d'algèbre qu'il avait déjà entrepris. Moustapha a aussi visité les équipes de l'IREM et de l'IUFM de Montpellier, déjà engagées dans la construction du SFoDEM (voir plus loin). Finalement, ces interactions ont conduit Moustapha à s'inscrire au DEA de didactique de l'université de Montpellier. J'ai eu le plaisir de diriger son mémoire (Sokhna, 2002) qui, dans le fil des collaborations engagées, portait sur la technologie et sur la formation à distance. Puis ce fut une inscription en doctorat, le premier doctorat que j'ai dirigé.

De ces années (15 ans déjà), je conserve le souvenir d'un foisonnement de ressources, nourries par des rencontres (Figure 1), des observations et des analyses croisées, en matière d'enseignement, de formation et de recherche, qui convergent vers un questionnement des dispositifs de formation des enseignants : pour le Sénégal, il s'agit d'un sujet critique (voir la section suivante) ; pour la France, il s'agit d'une prise de conscience de l'inadaptation de la formation continue aux besoins (CREM 2002). C'est sans doute cette convergence qui va conduire aux expérimentations et aux analyses qui vont suivre.

Figure 1 : Photo de fin de séminaire à l'IREMPT (première rangée : à gauche, Moustapha ; à droite, Magatte Thiam, directeur de l'IREMPT et Luc)

GENÈSE D'UNE RENCONTRE (MOUSTAPHA)

C'est à la fois la dynamique d'un cheminement recherche, des mathématiques à la didactique des mathématiques, et l'opportunité d'une lecture d'article qui ont produit cette rencontre…

De la lecture d'un article à la préparation d'un DEA

De 1960 jusqu'en 1990, la plupart des professeurs de mathématiques du Sénégal étaient des Français. Or la France avait également un déficit de professeurs de mathématiques. Les deux pays

ont alors mis en place un programme de relève de l'assistance technique française. En 1992, alors que je terminais ma formation comme professeur de mathématiques à l'ENS de Dakar, je participais à un séminaire sur l'enseignement des mathématiques, organisé par les formateurs de l'ENS et une équipe de didacticiens venue de Strasbourg. Nous faisions ainsi notre première rencontre avec la didactique des mathématiques française. En 1994, alors que j'étais professeur de lycée, j'avais sollicité et obtenu une préinscription à l'université de Strasbourg pour faire un DEA de didactique. Les difficultés rencontrées par le Sénégal ne m'avaient pas permis la réalisation de ce projet. En 1998, après une thèse soutenue en mathématiques, j'ai été recruté comme formateur à l'ENS puis, comme assistant, à l'Université Cheikh Anta Diop (UCAD) de Dakar. Le directeur de l'IREMPT, qui était membre de mon jury de thèse, m'a offert un numéro de la revue Repères-IREM. Ce numéro 14 m'a permis de rencontrer Luc Trouche. L'article de Luc (Trouche, 1994) m'a fait revivre mes rêves de faire de la didactique. En 2000, l'ENS a engagé une collaboration avec l'IREM de Montpellier. En 2001, j'ai bénéficié d'un voyage d'étude de l'UCAD pour venir en France. J'en ai profité pour aller à Montpellier échanger avec des collègues du département de mathématiques de l'université Montpellier 2 qui travaillaient en géométrie algébrique. Le président de mon jury de thèse, Hamet Seydi, était un ancien élève d'Alexandre Grothendieck et l'un des rares étudiants de Grothendieck avec qui il a cosigné un article (Grothendieck et Seydi, 1971). Ce séjour m'a permis de rencontrer Luc, et cette rencontre de concrétiser mon envie de faire de la didactique. J'ai suspendu ma deuxième inscription en thèse d'état pour faire un DEA de didactique avec lui. Après le DEA (Sokhna, 2002), j'ai fait ma thèse avec Luc sur la formation à distance des professeurs de mathématiques et le processus de genèse instrumentale de ressources pédagogiques (Sokhna, 2006). De cette collaboration est née la notion de « genèse documentaire ».

Du DEA à une thèse et à ses prolongements opérationnels et conceptuels

Nous avions tenté dans ce travail de thèse de prendre en compte les préoccupations du Sénégal en matière de formation et de recherche. En effet, à partir de 1995, les difficultés liées à la formation continue des enseignants en mathématiques ont pris une nouvelle dimension. Il y eut un recrutement massif et régulier de professeurs de mathématiques vacataires, c'est-à-dire de professeurs non titularisés, pour la plupart, sans formation pédagogique et avec un niveau de formation disciplinaire très faible (niveau baccalauréat). Le recours massif à des vacataires n'est pas propre au Sénégal, cette situation se retrouve dans plusieurs pays de la sous-région ouest africaine avec des effectifs qui sont parfois plus élevés (EDiMaths, 2012). Notre travail de thèse voulait décrire ce phénomène, ses implications didactiques et proposer un dispositif de formation et de recherche permettant de former les vacataires. Des dispositifs ont effectivement été conçus au Sénégal sur cette lancée, avec des effets positifs et des limites que nous avons pu analyser (Sokhna & Trouche, 2007).

J'avais commencé à étudié avec Luc les processus de genèse instrumentale : processus par lequel un artefact devient instrument à travers deux processus duaux, *l'instrumentation* et *l'instrumentalisation* (Rabardel, 1999). Dans le cadre de mes recherches, j'ai tenté de travailler et d'étendre cette idée de genèse instrumentale à d'autres artefacts. Cela me permettait d'analyser avec plus de pertinence les usages des instruments dans les classes de mathématiques. La compréhension de la non neutralité des artefacts dans les apprentissages m'a permis, par exemple, d'analyser les relations dialectiques, chez les élèves de 6e au Sénégal (12-13 ans), entre l'usage de couples d'artefacts (règle et compas, ou règle et équerre) et le processus de conceptualisation de la

médiatrice d'un segment. Rappelons que, dans le programme de 6e du Sénégal, une médiatrice est une droite qui passe par le milieu d'un segment et qui est perpendiculaire au support du segment, alors qu'être l'ensemble des points équidistants des extrémités d'un segment est une propriété caractéristique de la médiatrice. On voit là aisément le lien entre les artefacts matériels compas et règle et les artefacts conceptuels « équidistance à deux points du plan ». L'enseignant qui comprend les enjeux, sélectionne en conséquence ses ressources, organise les *orchestrations instrumentales* associées (Trouche, 2005b), afin de concevoir des documents pour son enseignement. Ces ressources-documents sont aussi les produits de son ou ses enseignements. Les enseignants ne travaillent pas seuls, ils échangent avec d'autres enseignants. Le document est donc le résultat de ces usages. Dans cette perspective, les documents deviennent des ressources qui deviennent des documents à leur tour. On espère ainsi une amélioration qualitative des ressources et un développement des compétences des usagers. Dans le cadre de notre collaboration, je m'appliquerai le même raisonnement. Mes rencontres avec Luc m'ont permis de mieux interroger ces processus.

LA QUESTION CRITIQUE DES RESSOURCES, LE SFODEM ET SA « TRANSMUTATION » AU SÉNÉGAL (LUC)

Le temps de la thèse de Moustapha a été exactement le temps du développement du SFoDEM. Nous allons mettre en évidence, dans cette section, le caractère fructueux de ces genèses croisées.

Le SFoDEM, une expérience critique pour penser les modèles de ressources et de collaboration

Le SFoDEM (Suivi de formation à distance des enseignants de mathématiques) a été développé à partir de 2000, dans l'académie de Montpellier, sur la base d'un large partenariat (IREM, Centre régional de documentation pédagogique (CRDP, IUFM, Ministère de l'Éducation nationale…). Il s'agissait de penser un renouvellement des dispositifs de formation continue des enseignants qui prenne en compte leurs besoins pratiques en ressources (Guin & Trouche, 2008). Plusieurs principes ont guidé la conception du SFoDEM : la nécessité d'un travail vraiment continu, qui alterne des phases de conception de ressources et des phases de mise en œuvre, des phases de travail en présence et des phases de travail à distance ; le principe didactique de prise en compte du contenu (chaque groupe du SFoDEM était centré sur une question critique d'enseignement mathématique, par exemple : la transition arithmétique-algébrique) ; le principe de conception dans l'usage (nécessité de penser très en amont la contribution des utilisateurs finaux des ressources à la conception des ressources de leur enseignement). Cette émergence de la thématique des ressources (*ressources pédagogiques* dans le cas du SFoDEM), de la collaboration, et de la conception dans l'usage était finalement caractéristique, à un niveau international, de cette période (Trouche *et al.,* 2013).

Le SFoDEM a mobilisé, pendant 5 ans, quatre groupes de formateurs et de stagiaires, sur des thèmes précis. Chacun des groupes a pensé, simultanément, son propre développement (étapes de conception, modes de travail, outils pour la collaboration) et un modèle de ressources facilitant à la fois la conception pour les auteurs, le partage dans le groupe, et les usages pour la classe. Chaque mois, une réunion commune des groupes, accompagnés par des chercheurs, permettait un croisement des regards. Ces expériences ont débouché sur la conception de deux modèles : un modèle de parcours pour les dispositifs de conception collaborative de ressources (*explorer, définir,*

réfléchir sur l'utilisation, échanger, réviser) ; et un modèle de ressources pédagogiques (Figure 2). Ce modèle de ressources pédagogiques n'était pas censé représenter un format unique que chaque ressource devait atteindre, mais plutôt un guide de conception permettant d'orienter le développement d'une ressource à partir d'un questionnement commun : séparer les aspects pédagogiques et les aspects techniques (pour penser l'instanciation d'un projet dans plusieurs environnements), séparer ce qui est à destination du maître et ce qui est à destination de l'élève, penser la transmission d'expérience (à partir de comptes rendus d'expérimentation et de relevés de traces d'usage), enfin et surtout penser les ressources comme des entités vivantes. Le rôle du CV de la ressource est ainsi de garder la mémoire des principales contributions de chaque utilisateur à l'enrichissement des ressources. Il s'agit simplement de prendre en compte les processus d'instrumentation et d'instrumentalisation dont Moustapha souligne le caractère crucial pour tout processus d'appropriation.

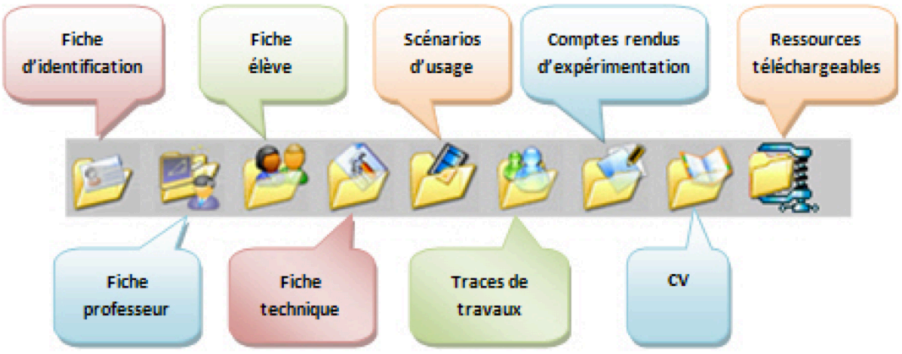


Figure 2 : un modèle de ressources pédagogiques pensé par/pour la collaboration (Guin, Joab et Trouche 2008)

Le SFoDEM et son questionnement pour le Sénégal

Moustapha, dans sa thèse (Sokhna 2006), a questionné le SFoDEM de plusieurs points de vue.

D'abord d'un point de vue pratique : dans le SFoDEM, les outils de communication étaient transparents : les acteurs du dispositif communiquaient via Internet. Dans les conditions du Sénégal, les choses n'étaient pas aussi simples, et Moustapha a envisagé un ensemble d'outils complémentaires (courrier postal, téléphone, mel, visites), conduisant à repenser les formes supposées naturelles de la communication dans le dispositif français, en particulier l'intérêt des interactions à l'intérieur des établissements.

Le questionnement a aussi porté sur le modèle de ressources. L'idée du SFoDEM était que la formation (mathématique, didactique, pédagogique) découlait directement du processus collaboratif de conception de ressources. Ce n'était pas du tout évident au Sénégal, où les difficultés générales des vacataires supposaient un apport théorique articulé avec les apports pratiques. Moustapha a ainsi proposé l'intégration dans le modèle d'une « fiche formation », dont le contenu mathématique et didactique devait être pensé en fonction des contextes de chaque ressource pédagogique. Il a enfin pensé des « paramètres de qualité » d'une ressource. Cela a amené du côté SFoDEM à repenser le contenu de la fiche professeur du modèle initial.

Enfin, le questionnement a été théorique : dans la « transmutation » du modèle du SFoDEM qu'il a

proposée, Moustapha a aussi suggéré un élargissement de l'approche instrumentale, pensant non seulement le développement des artefacts, mais la genèse des milieux didactiques constitutifs de chaque ressource, ouvrant la voie à ce qui allait devenir ultérieurement l'approche documentaire du didactique, proposée en 2007 à l'École d'été de didactique, par un cours conçu par Ghislaine Gueudet et moi (Gueudet & Trouche 2009).

LES PROLONGEMENTS INSTITUTIONNELS D'UNE COLLABORATION RECHERCHE (MOUSTAPHA)

Cette collaboration recherche a eu des prolongements institutionnels à trois niveaux.

La réunion de EMF 2009 à Dakar

L'ICMI (International Commission on Mathematical Instruction) qui fait de l'ouverture à la diversité culturelle un enjeu et outil de sa politique a soutenu la création de l'Espace Mathématique Francophone (EMF) et conféré à ses conférences tri-annuelles le statut de conférences régionales de l'ICMI. EMF s'est constitué ainsi pour promouvoir réflexions et échanges sur les questions vives de l'enseignement des mathématiques dans toutes les sociétés francophones actuelles et dans tous les ordres d'enseignement. EMF s'est réuni à Dakar en 2009 (http://emf.unige.ch/index.php/emf), sur le thème « Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation ». Pour la première fois dans son histoire, ce colloque avait dédié un groupe de travail à la question des ressources : « Technologie et enjeux de développement : formation à distance, ressources numériques, plateformes, multimedia » (http://emf.unige.ch/index.php/emf/groupe-de-travail-6/). C'était une nouvelle occasion de collaboration avec Luc, dans le cadre de la coordination (avec R. Floris et H. Touré) de ce groupe de travail. Deux contributions à ce groupe de travail portaient la marque de cette collaboration : (Gueudet & Trouche, 2011) et (Sokhna & Sar 2011). Six ans après, au colloque EMF d'Alger, nous tirions les leçons dans une contribution conjointe (Sokhna & Trouche, 2015).

La création d'EDiMaths

Les colloques EMF et la collaboration didactique nouée avec le Sénégal ont aussi aidé à l'organisation à Bamako, au Mali, en 2011, de la première réalisation du programme CANP (Capacity and Networking Project) lancé conjointement par l'ICMI et l'IMU (International Mathematical Union) avec le soutien de l'UNESCO : l'Ecole de Didactique et de Mathématiques en Afrique au sud du Sahara, EDiMaths[1], et la constitution d'un réseau régional éponyme. EDiMaths s'adresse à des formateurs d'enseignants de mathématiques et vise à renforcer le potentiel de formation mathématique et didactique dans la région ainsi qu'à contribuer à la construction et au développement d'une communauté professionnelle régionale regroupant mathématiciens, didacticiens, enseignants et institutionnels concernés par l'enseignement des mathématiques.

Vers EDIMA

Aujourd'hui, le réseau EDiMaths traverse les frontières de l'Afrique de l'Ouest pour s'ouvrir sur toute l'Afrique, notamment francophone. Cette initiative a contribué à la naissance de l'Association des Didacticiens des Mathématiques en Afrique (ADiMa) qui veut promouvoir, en Afrique, la

[1] http://www.mathunion.org/icmi/activities/outreach-to-developing-countries/canp-project-2011-2012-sub-saharan-africa/

recherche en didactique des mathématiques et l'enseignement et la formation dans ce domaine. L'association ADiMa est de fait née le 14 octobre 2015, à Alger, lors du sixème colloque EMF et, malgré sa jeunesse, elle est déjà en mesure d'organiser une manifestation scientifique internationale en didactique des mathématiques. Celle-ci aura lieu du 17 au 19 août 2016 à Yaoundé au Cameroun. Les membres du comité d'organisation de ce colloque (Mamadou Souleymane Sangaré du Mali, Alexandre Mopondi Bendeko Mbumbu de la République Démocratique du Congo, Adolphe Adihou du Québec et Judith Dadjia du Cameroun) ont jeté le pont de la collaboration entre l'Afrique centrale et l'Afrique de l'Ouest d'une part, et entre des didacticiens des mathématiques africains de la diaspora et ceux vivant sur le continent d'autre part.

Une longue marche donc, de EMF à ADiMa. Il faut noter que EMF est devenu depuis quelques années plus que tout cela : il est le ciment d'un métissage culturel à travers les mathématiques. L'ADN des colloques EMF est la base du développement d'une communauté riche de ses diversités culturelles, autour de l'enseignement des mathématiques au carrefour des continents, des cultures et des générations. Mon attachement aux idées chères à Léopold Sédar Senghor que sont le métissage culturel et la civilisation de l'Universel, n'est pas étranger au sentiment de satisfaction que j'ai de présider, depuis le dernier colloque EMF d'Alger, le bureau exécutif de cette structure (http://emf.unige.ch/index.php/presentation/).

DES PROJETS DANS LE FIL DE CETTE COLLABORATION AU LONG COURS

Ces projets concernent la formation à distance, et le développement des structures de recherche.

Le MOOC eFAN Maths

La deuxième saison du MOOC eFAN Maths[2] a été l'occasion de reprendre la collaboration entre la France et le Sénégal en matière de formation continue des enseignants de mathématiques (Sokhna, 2016). eFAN Maths (enseigner et Former Au Numérique en mathématiques) est un MOOC porté par l'ENS de Lyon et l'Institut français de l'éducation. Pour sa deuxième saison (février 2016), il s'est élargi à l'ensemble de la communauté francophone, dans le cadre d'un partenariat avec l'AUF (Agence universitaire de la francophonie), avec une relation privilégiée avec les ENS de Dakar et de Yaoundé. Moustapha a participé à l'équipe pédagogique de ce MOOC que je coordonnais. Les contenus du MOOC privilégiaient les nouveaux enseignements du cycle 4 français (algorithmique et enseignements pratiques interdisciplinaires), mais se situaient dans une perspective large d'évolution des curriculums d'enseignement des mathématiques au niveau international. L'objectif du MOOC était de penser de nouveaux modèles de formation, combinant des dispositifs très larges de mises à disposition de ressources, et de petites communautés structurées de re-travail de ces ressources et de développement de nouvelles ressources. Nous n'en sommes ici qu'au début de cette recherche : un séminaire international est prévu en septembre 2016 pour un bilan approfondi de cette deuxième saison et l'organisation de la saison suivante.

Le développement des structures de recherche

Réconcilier l'activité de recherche en éducation avec la prise en charge efficace des interrogations

[2] MOOC porté par l'ENS de Lyon dans le cadre d'un large partenariat (Agence universitaire de la francophonie (AUF), réseau des IREM et réseau des ESPÉ (Écoles supérieures du professorat et de l'éducation qui ont succédé aux IUFM), en relation avec la FASTEF (Faculté des sciences et technologies de l'éducation et de la formation) de l'UCAD de Dakar qui a succédé à l'ENS et les ENS du Cameroun (https://www.fun-mooc.fr/courses/ENSDeLyon/14003S02/session02/about)

de nos sociétés est un défi majeur dans les pays du Sud. Un autre défi, apparu dans ce troisième millénaire marqué par l'inumérisme, est la mise en place d'activités de recherche qui peuvent apporter des réponses appropriées aux multiples interrogations qui assaillent l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. La formation doctorale en didactique des mathématiques se veut être une réponse à ces défis.

Avec l'avènement du système LMD (Licence, Master, Doctorat) dans nos universités, les opportunités offertes par le développement des recherches en didactique des mathématiques et la volonté des autorités de mettre de la cohérence dans les politiques d'éducation, la formation doctorale en didactique des mathématiques apparait comme le maillon manquant de la chaîne qui devrait relier les éléments du système éducatif sénégalais. L'École doctorale Mathématiques et Informatique de l'Université de Dakar, en autorisant cette formation doctorale en didactique des mathématiques à la FASTEF, a ouvert la voie de la mise en place de groupes mixtes de recherche entre chercheurs en didactique des mathématiques et chercheurs en mathématiques.

Compte tenu de la mobilisation forte des didacticiens des mathématiques du Nord comme du Sud à accompagner cette initiative, nous pouvons dire que l'aboutissement du rêve d'une collaboration soutenue autour de la recherche qui prenne en charge des préoccupations de l'humanité commence à voir le jour.

CONCLUSION : LES VRAIES RICHESSES (LUC ET MOUSTAPHA)

Arrivés au terme de cet article, nous avions en tête ce beau nom d'une librairie d'Alger, bien connue pour son ouverture, avant comme après l'indépendance de l'Algérie : « Les vraies richesses » (https://fr.wikipedia.org/wiki/Edmond_Charlot). Les vraies richesses, ce sont celles des relations humaines, et la rencontre entre nous a été, de ce point de vue, très forte. Nous avons choisi de donner à cette contribution une forme qui privilégie ce duo particulier, mais la collaboration a engagé des institutions – nous l'avons déjà souligné – et bien d'autres personnes, en France comme au Sénégal. Les richesses, ce sont donc celles, aussi, des collectifs humains, et des collectifs de pensée (Fleck, 1935) qu'ils développent ensemble. Ce sont celles aussi des cultures sociales, historiques, didactiques, et de leurs rencontres, dès lors qu'il y a reconnaissance commune. Les vraies richesses, enfin, ce sont les ressources propres des enseignants, des œuvres qu'ils constituent pour eux, leurs élèves et leurs écoles, qu'ils partagent et enrichissent sans cesse.

Il s'agit là d'un terrain de recherche particulièrement fructueux, nous sommes bien conscients de n'en être qu'au début de son exploration conjointe…

RÉFÉRENCES

CREM (2002). *La formation des maîtres en mathématiques*. Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques. Consulté le 5 juin 2016 à http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/up/Formation-des-maitres%20-%20Perrin.pdf

EDiMaths (2012). *La Formation des Enseignants en Afrique Francophone Sub-Saharienne. Cinq Etudes de Cas : Burkina Faso, Côte D'Ivoire, Mali, Niger, Sénégal.* ICMI : CANP National Report Series #1. Consulté le 15 juin 2016. http://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/docs/Rapport_final._10_2012_website.pdf

Fleck, L. (1935/2005). *Genèse et développement d'un fait scientifique*. Paris : Les Belles Lettres.

Grothendieck, A., & Seydi, H. (1971). Platitude d'une adhérence schématique et lemme de Hironoka

généralisé. *Manuscripta Math.* 5, 323-339.

Gueudet, G., & Trouche, L. (2009). Vers de nouveaux systèmes documentaires des professeurs de mathématiques, in I. Bloch, & F. Conne (Eds.), *Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques* (pp. 109-133). Grenoble : La Pensée Sauvage. Consulté le 6 juin 2016 à https://www.academia.edu/5076500/Vers_de_nouveaux_syst%C3%A8mes_documentaires_des_professeurs_de_math%C3%A9matiques

Gueudet, G., & Trouche, L. (2011). Développement de ressources pour l'enseignement et dispositifs de formation : éléments de réflexion à partir du dispositif français Pairform@nce. In A. Kuzniak & M. Sokhna (Eds.), *Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation. Actes du Colloque Espace Mathématique Francophone* (pp. 853-866). *Revue Internationale Francophone*, Numéro Spécial 2010. Consulté le 17 mai 2016 à http://emf.unige.ch/files/6114/5329/8064/EMF2009_GT6_Gueudet.pdf

Guin, D., Joab, M., & Trouche, L. (Eds.) (2008). *Conception collaborative de ressources pour l'enseignement des mathématiques, l'expérience du SFoDEM (2000-2006),* cédérom. Lyon & Montpellier : INRP et IREM, Université Montpellier 2. Consulté le 17 mai 2016 à http://www.math.univ-montp2.fr/sfodem/

Guin, D., & Trouche, L. (2008). Un assistant méthodologique pour étayer le travail documentaire des professeurs : le cédérom SFoDEM 2006, *Repères-IREM 72*, 5-24. Consulté le 17 mai 2016 à http://www.univ-irem.fr/exemple/reperes/articles/72_article_486.pdf

Rabardel, P. (1999). Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. In M. Bailleul (Ed.), *Actes de la Xe Ecole d'été de didactique des mathématiques* (pp. 202-213). Caen : IUFM.

Sokhna, M. (2002). *Formation à distance et intégration des technologies dans l'enseignement des mathématiques*. Mémoire de DEA, Université des sciences et techniques Montpellier 2.

Sokhna, M. (2006). *Formation continue à distance des professeurs de mathématiques au Sénégal. Genèse instrumentale de ressources pédagogiques*. Thèse de doctorat, Université des sciences et techniques Montpellier 2, consulté le 17 mai 2006 à https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00917620/

Sokhna, M. (2016). Les besoins de la formation des enseignants au Sénégal. *Bulletin de liaison de la CFEM 36*, 3. Consulté le 17 mai 2016 à http://www.cfem.asso.fr/liaison-cfem/lettre-cfem-fevrier%202016

Sokhna, M., & Sar, J. (2011). L'Université Virtuelle Africaine : passage d'une formation d'enseignants aux mathématiques à une formation d'ensegnants de mathématiques au Sénégal. In A. Kuzniak & M. Sokhna (Eds.), *Enseignement des mathématiques et développement: enjeux de société et de formation. Actes du Colloque Espace Mathématique Francophone* (pp. 907-921). *Revue Internationale Francophone*, Numéro Spécial 2010. Consulté le 17 mai 2016 à http://emf.unige.ch/files/7314/5329/8079/EMF2009_GT6_Sokhna.pdf

Sokhna, M., & Trouche, L. (2007). Accompagnement continu de professeurs de mathématiques en difficulté, quel dispositif, quelles ressources ? *Colloque Res@tice,* Rabat. Consulté le 19 juin 2016 à http://cursus.edu/article/2338/res-tice-action-stimuler-utilisation-des/#.V2azcXDETtY

Sokhna, M., & Trouche, L. (2015). Formation mathématique des enseignants : quelles médiations documentaires ? In L. Theis (Ed.), *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et apprentissage.* Actes du colloque EMF2015 – GT6 (pp. 624-639). Consulté le 10 juin 2016 à https://www.emf.unige.ch/files/1614/6410/2182/EMF2015GT6SOKHNA.pdf

Trouche, L. (1994). Calculatrices graphiques, la grande illusion. *Repères-IREM* 34, 39-55. Consulté le 17 mai 2016 à http://www.univ-irem.fr/exemple/reperes/articles/14_article_94.pdf

Trouche, L. (1997). *A propos de l'apprentissage des limites de fonctions, étude des rapports entre processus d'instrumentation et processus de conceptualization.* Thèse de doctorat, Université des sciences et techniques Montpellier 2.

Trouche, L. (2005a). Les IREM : des raisons des réseaux. *Plot* 11, 2-7. Consulté le 17 mai 2016 à

http://www.apmep.fr/IMG/pdf/IREM.pdf

Trouche, L. (2005b). Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques : nécessité des orchestrations. *Recherches en didactique des mathématiques* 25, 91-138.

Trouche, L., Drijvers, P., Gueudet, G., & Sacristan, A. I. (2013). Technology-Driven Developments and Policy Implications for Mathematics Education, in A.J. Bishop, M.A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F.K.S. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (pp. 753-790). New York : Springer.

RECHERCHES EN DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES EN TUNISIE COLLABORATIONS AVEC LA FRANCE

Faïza Chellougui*, Viviane Durand-Guerrier**

Université de Carthage (Tunisie)*, Université de Montpellier (France)**

Résumé : La mise en place d'un réseau de recherche en didactique des mathématiques en Tunisie s'est, à l'origine, appuyée sur des collaborations déjà développées avec le réseau des IREM en France et sur l'engagement de didacticiens des mathématiques français. Plusieurs institutions ont participé à cette mise en place, parmi lesquelles l'Association tunisienne des sciences mathématiques (ATSM), la plus ancienne association de professeurs de mathématiques du Monde arabe et d'Afrique, et l'Institut supérieur de l'éducation et de la formation continue (ISEFC) qui a été chargé de développer un programme de formation en didactique des mathématiques de haut niveau. Ceci s'est concrétisé par la création d'un DEA (Diplôme d'études approfondies) de didactique des mathématiques en septembre 1998, avec le soutien de laboratoires français. En 2006, le DEA s'est transformé en Master et, en 2010, l'ISEFC a été habilité à offrir un Master de Recherche en Didactiques des Sciences et Pédagogie. Dans ce texte, nous décrivons ce développement progressif et le rôle important des collaborations entre chercheurs tunisiens et français dans ce développement. Nous dressons ensuite un bilan de cette collaboration et des résultats qu'elle a produits.

Abstract : The development of a network in didactic research in mathematics in Tunisia was originally leaning on collaborations already developed with the IREM network in France and on the involvement of French researchers in didactics of mathematics: Several institutions have contributed to this development among with:

- The Tunisian Association of Mathematical Sciences (ATSM), the oldest association of mathematics teachers in the Arab World and Africa, which has played an important role in disseminating didactics. At its national days, in 1977, Professor Guy Brousseau came to present the didactics of mathematics, its concepts, issues and research methods illustrated with a presentation on its work on (finite) decimal numbers, to a large audience of teachers.

- The Institute for higher education and teacher training in Tunis (ISEFC), responsible for developing an advanced course in didactics of mathematics. Professor Mahdi Abdeljaouad played an important role in this process, supporting the emergence of didactic research and contributing to the institutional set-up of courses in didactics of mathematics, which resulted in the creation of a DEA (Diploma of advanced studies) in this field. He also had exchanges and fruitful collaborations with Claude Tisseron who was member of the research team LIRDHIST in the University Lyon 1, and at that time also the head of the IREM of Lyon. It is important to note that Claude Tisseron who had been a mathematics teacher at the École Normale Supérieure (ENS) of Tunis in the seventies, and then at the ENS of Bizerte in the eighties, contributed significantly to the first accreditation of the DEA (Abdeljaouad, 2009).

By September 1998, the ISEFC was authorized to open a DEA in didactics of mathematics. This DEA was opened to in-service teachers of mathematics. In order to set-up this course, a fruitful

collaboration was developed between the ISEFC and four French research teams: Lirdhist (University Lyon 1), Leibniz (University Grenoble 1), DIDIREM (University Paris 7) and LACES (University of Bordeaux). Gradually, Tunisian scholars took in charge some parts of the courses.
In 2006, the DEA turned into a recognized Master of the LMD (Licence-Master-Doctorate) reform. The establishment of the Masters led to modify the organization of the course. From the fall of 2010, ISEFC was empowered to offer a Master of research in didactics of science and pedagogy. The overall objective is ensuring a high level of training taking into account the multiple components of careers in science education. A new Master in didactics of mathematics was set-up in October 2015, aiming to be innovative and open to the international community.
Before the creation of advanced courses in didactics of mathematics in Tunisia, three doctoral theses had been defended in France. Between 2004 and 2014, thirteen doctoral theses and over forty DEA and masters were defended. Theses are performed most often under joint supervision between Tunisia and France. Therefore, they have crowned collaborations with research teams in renowned laboratories in France, and contributed to the dynamic and continuous development of scientific research in the host laboratories. The collaborations developed during doctoral work are going on between French research teams and the research community in didactics of mathematics in Tunisia, which reinforces existing relationships and is the source of new research directions.
A first evaluation of the results highlights two main aspects: the recruitment of most doctors in higher education in Tunisia, and the national and international recognition of Tunisian researchers in mathematics education. Nationally, didactic research conducted in Tunisia resulted in publications in al-hisab miftah journal published by the ATSM. In 2007, the Tunisian Association of Mathematics Education (ATDM) was created to structure the emerging community and ensure the dissemination of research in didactics of mathematics. Internationally, in recent years several Tunisian researchers have been involved in various conferences around the world, and more recently also sollicited for scientific responsibilities: ICME, CERME, EMF, Indrum. Moreover, the work conducted by these researchers led to several contributions in proceedings of international conferences: ICME, CERME, EMF on the one hand, and published articles in journals (Recherches en Didactique des Mathématiques and Petitx), chapters and books on the other hand.

LE CONTEXTE ÉDUCATIF TUNISIEN ET LA MISE EN PLACE DU PROGRAMME NATIONAL DE FORMATION DES DIDACTICIENS DES MATHÉMATIQUES

Cette partie a pour objet de présenter l'ancrage de la didactique des mathématiques en Tunisie. Pour cela, nous nous baserons, en particulier, sur Abdeljaouad[1] (2009) et Durand-Guerrier et Ben Kilani (2005). Avant d'entrer dans le vif du sujet, il nous semble utile de présenter le système éducatif tunisien qui a connu deux grandes réformes depuis l'indépendance (1956). La première, celle de 1958, s'est assigné pour objectifs d'unifier, de généraliser et de démocratiser le système éducatif ; elle s'est reposée sur le modernisme, le rationalisme et l'ouverture sur les autres civilisations, le but étant essentiellement de former une élite tunisienne capable d'être au diapason de son époque et de promouvoir le développement du pays selon le modèle occidental. La formation d'instituteurs et de

[1] Article publié en 2009 dans la revue *Radisma*, intitulé « L'introduction de la didactique des mathématiques en Tunisie ». Cet article pointe la dynamique développée au sein de l'ISEFC (Institut Supérieur de l'Éducation et de la Formation Continue) et la mise en place du DEA de didactique.

professeurs était parmi les soucis des responsables de cette réforme, et les grandes priorités étaient, à cette époque :

l'augmentation de la capacité des écoles normales d'instituteurs, et des sections normales dans les lycées

la création d'une école normale pour la formation de professeurs de collège (en 1958), qui s'est transformée en école normale de professeurs adjoints dans un premier temps, puis en école normale supérieure de l'enseignement technique.

l'augmentation de la capacité de l'école normale supérieure pour former des professeurs d'enseignement secondaire.

C'est ainsi que le système éducatif tunisien a été fondé. La seconde réforme a commencé en 1989 et a jeté les bases d'une réforme profonde qui a touché la philosophie et les choix fondamentaux du système éducatif. Cette réforme est entrée en vigueur en 1993. Elle s'est attachée à préciser non seulement les objectifs généraux de l'éducation, mais aussi à remettre à plat les objectifs de l'enseignement de chaque discipline, ses méthodes pédagogiques et ses outils. Dans ce cadre et suite à une large consultation des acteurs de la sphère éducative, une commission nationale de réforme de l'enseignement des mathématiques, formée d'universitaires, d'inspecteurs et de professeurs du lycée, a évalué les programmes et les manuels de l'enseignement de base (Ecoles Primaires et Collèges) et de l'enseignement secondaire (Lycées) et les a révisé en tenant compte de trois principes : cohérence entre les cycles, apprentissage en spirale et allègement. La formation initiale des instituteurs a été améliorée : le recrutement des étudiants des Instituts Supérieurs de Formation des Maîtres (ISFM) se faisant désormais à partir du Baccalauréat, la durée de formation initiale étant de deux années. Un cycle de formation continue en cours d'exercice des maîtres du Primaire devait accompagner ce projet. A l'intention de tous les enseignants, des Centres Régionaux de Formation Continue (CREFoC) ont été créés dans chaque Gouvernorat afin de permettre l'accès à la documentation pédagogique et aux sources de la didactique de la discipline, et d'offrir un espace de discussion, de formation et de recherche.

La diversité et la profusion d'idées, d'hésitations, de concertations et de décisions ont montré la nécessité de lancer un programme de formation de docteurs en didactiques des disciplines. Les docteurs en sciences de l'éducation, enseignant à la Faculté des sciences humaines ou exerçant à l'Institut national des sciences de l'éducation, dont les recherches restaient éloignées de la didactique, ne pouvaient pas être sollicités pour assurer ce type d'enseignement. C'est ainsi qu'il a été décidé de commencer par envoyer en Europe, et éventuellement au Canada, un certain nombre d'étudiants préparer un doctorat en didactique des disciplines et de prévoir à leur retour, cinq ou six ans plus tard, la création de postes dans les universités pour leur permettre d'enseigner dans le cadre des ISFM, des Facultés et de l'ISEFC (Institut Supérieur de l'Education et de la Formation Continue).

UN HISTORIQUE DE L'ÉMERGENCE DE LA COLLABORATION ET DE SON DÉVELOPPEMENT

Depuis plus de quarante ans, les professeurs tunisiens de mathématiques sont en contact avec la didactique des mathématiques à travers leur participation aux conférences internationales sur l'enseignement des mathématiques et aux journées nationales des associations de professeurs de mathématiques en France, en Belgique ou en Suisse.

Dans ce sens, la collaboration entre la France et la Tunisie, a été bien marquée par le rôle joué par les deux associations que sont l'APMEP[2] et l'ATSM[3]. En effet, celles-ci développent depuis longtemps des relations d'échanges : invitation mutuelle à leurs journées nationales, diffusion mutuelle de brochures de chaque association, participation à des séminaires ou colloques organisés par l'une des associations. Notons, par ailleurs, que l'ATSM est membre fondateur depuis 1976 de l'Union Mathématique Africaine, et membre depuis 1993 du CIJM[4].

Chaque année, l'ATSM participe en France à la Finale Internationale des Jeux Mathématiques et Logiques organisée par la FFJM[5] à Paris, au Salon de la Culture Mathématique et à la compétition inter-régionale Euromath organisées par le CIJM à Paris, ainsi qu'aux Journées Nationales de l'APMEP. Récemment, le 20 mars 2016, journée de la francophonie, l'APMEP, l'ATSM, l'A2DEMTI[6] et la SBPMef[7] ont crée la FFAEM : Fédération Francophone des Associations pour l'Enseignement des Mathématiques.

D'autre part, l'ATSM a joué un rôle important dans la diffusion de la didactique, que ce soit à travers ses journées nationales d'études, ses écoles d'été et la publication d'articles dans sa revue *Miftah al-hissab*. Lors des journées nationales de l'ATSM organisées en 1977, le professeur Guy Brousseau est venu présenter, à un large public d'enseignants, la didactique des mathématiques, ses concepts, ses problématiques et méthodes de recherche et a illustré ses propos par un exposé sur ses travaux sur les décimaux.

Rappelons aussi que l'École Normale Supérieure (que ce soit à Tunis ou plus tard à Bizerte) a introduit la didactique des mathématiques dans la formation des futurs professeurs. Cet enseignement assuré par les professeurs Claude Tisseron et Pierre-Edouard Gauthier, a perduré jusqu'à la transformation de l'ENS de Bizerte en Faculté des Sciences en 1990.

Par ailleurs, il y a eu des échanges et des collaborations fructueuses avec Claude Tisseron enseignant-chercheur au sein du laboratoire LIRDHIST[8] de l'Université Lyon 1, qui était à l'époque directeur de l'IREM de Lyon. Il est important de souligner que Claude Tisseron avait été enseignant de mathématiques à l'École Normale Supérieure de Tunis dans les années soixante dix et à l'École Normale Supérieure de Bizerte dans les années quatre vingt., et qu'il a contribué à la mise en place de la première habilitation du DEA (Abdeljaouad, 2009).

Tous ces facteurs ont créé un terrain favorable à la mise en place d'un programme de formation en didactique des mathématiques de haut niveau. L'ISEFC a été chargée de mettre en place ce programme. Il faut noter que, dans ce processus le professeur Mahdi Abdeljaouad a joué un rôle essentiel dans le succès du développement de la recherche en didactique des mathématiques ; il a favorisé l'émergence de la recherche et a contribué à la mise en place institutionnelle

[2] L'APMEP : Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public, fondée en 1910.
[3] L'ATSM : Association Tunisienne des Sciences Mathématiques, fondée en 1968, la plus ancienne association de professeurs de mathématiques du Monde arabe et d'Afrique.
[4] Le CIJM : Comité International des Jeux Mathématiques, association fondée en 1993.
[5] La FFJM : Fédération Française des Jeux Mathématiques.
[6] L'A2DEMTI : Association Algérienne pour le Développement et l'Enseignement des Mathématiques et Technologies de l'Information, fondée en 2010.
[7] La SBPMef : Société Belge des Professeurs de Mathématiques d'expression française, fondée en 1974.
[8] Le LIRDHIST (Laboratoire Interdisciplinaire de Recherche en Didactique et Histoire des Sciences et des Techniques) est un laboratoire de l'Université Claude Bernard de Lyon-1.

l'enseignement de la didactique des mathématiques en Tunisie. Par ailleurs, il a eu des échanges et des collaborations fructueuses avec l'équipe de Lyon, en particulier avec Claude Tisseron, qui se sont concrétisées par la création d'un DEA de didactique des mathématiques en Tunisie. Les premiers mémoires de DEA et thèses ont été co-dirigés par Abdeljaouad et, jusqu'à son départ à la retraite en 2003, il a fourni des encouragements passionnés et constants à tous les candidats. Grâce à son travail acharné, Abdeljaouad a assuré et continue d'assurer un suivi et un accompagnement des jeunes chercheurs tunisiens.

LA FORMATION EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES A L'ISEFC

Dans la suite de notre texte, nous proposons de donner les principaux éléments sur l'émergence de la collaboration entre la Tunisie et la France, une synthèse de ce qu'elle a produit et l'influence de cette collaboration sur les deux traditions.

Dès septembre 1996, l'ISEFC fut donc habilité à ouvrir des enseignements de DEA[9] de didactique des disciplines[10]. Il a fallu attendre la rentrée 1998 pour recevoir les premiers étudiants en didactique des mathématiques, la formation étant de deux ans.

Comme cela a été mentionné plus haut, Claude Tisseron a contribué à la mise en place de la première habilitation du DEA, non seulement en prodiguant des conseils utiles sur l'organisation du DEA, mais aussi en étant la cheville ouvrière de la collaboration intense qui s'est nouée entre le laboratoire LIRDHIST et l'ISEFC, ce qui a facilité l'encadrement d'un grand nombre d'étudiants.

Organisation du cursus : Un DEA en deux ans

Le DEA s'adressant à des enseignants en poste titulaires d'une maîtrise de mathématiques a d'emblée été pensé comme une formation en deux ans, la deuxième année étant consacrée exclusivement à un travail de recherche finalisé par un mémoire écrit et une soutenance orale. Nous décrivons ci-dessous l'organisation de la première année du DEA.

Au premier semestre, l'analyse des expériences étrangères et des discussions avec nos collègues francophones ont permis de mettre en place une formation théorique approfondie respectant un équilibre entre une formation transversale commune à toutes les didactiques à raison de cinq modules de trente heures enseignés par les spécialistes des sciences de l'éducation ; théories de l'apprentissage ; théories de l'évaluation ; méthodologies des sciences de l'éducation ; langues étrangères (français et anglais) ; bureautique. Le second semestre est consacré à la formation spécialisée en didactique des mathématiques. Cinq modules sont offerts au cours de ce semestre : textes fondamentaux en didactique des mathématiques ; application des concepts de didactique à l'enseignement des mathématiques ; histoire et épistémologie des mathématiques ; évaluation en didactique des mathématiques et nouvelles technologies ; initiation à la recherche en didactique des mathématiques.

Pour assurer cette formation, une collaboration importante s'est développée entre l'ISEFC et essentiellement quatre laboratoires français : LIRDHIST (Université Lyon1), Laboratoire Leibniz

[9] DEA - Diplôme d'Études Approfondies- était un diplôme universitaire existant en Tunisie avant la création du diplôme de Master reconnu de la réforme LMD qui a été mise en place en 2006.

[10] L'équipe, qui a mis en place cette habilitation, était composée des professeurs Malika Trabelsi-Ayadi, Mahdi Abdeljaouad, Samir Marzouki et Ahmed Chebchoub. Il faut signaler l'importante contribution dans ce domaine des professeurs Claude Tisseron et Pierre-Edouard Gauthier.

(Université Grenoble 1), LACES (université de Bordeaux) et le laboratoire DIDIREM (Université Paris 7). Plusieurs professeurs membres de ces laboratoires ont été appelés à enseigner dans l'un ou l'autre de ces modules, parmi lesquels Claude Tisseron, Colette Laborde, Gérard Vergnaud, Sylvette Maury, Nicolas Balacheff, Viviane Durand-Guerrier, Isabelle Bloch, Brigitte Grugeon et Hamid Chaachoua. Progressivement, tout au long des promotions qui se sont suivies depuis la création de ce DEA, une partie des enseignements a été assurée par des universitaires tunisiens pour compléter la formation, principalement Mahdi Abdeljaouad, Hikma Smida, Faouzi Chaabane, Karim Boulabiar, Marouan Ben Miled, Hanène Abrougui Hattab et Faïza Chellougui.

La plupart des cours ont été regroupés sur une semaine profitant des missions des enseignants français en Tunisie ; certains cours ont été aussi assurés par vidéo-conférence à partir de Lyon. La participation des professeurs français s'est faite dans le cadre de la coopération culturelle et scientifique entre la Tunisie et la France. Les services culturels de l'Ambassade de France à Tunis ont largement financé les missions des enseignants français en Tunisie, les stages des étudiants dans les laboratoires français et l'acquisition d'un important fond documentaire sur la didactique des disciplines.

La première année du DEA s'achève par un examen écrit qui permet la passation à la deuxième année avec une moyenne supérieure à 10.

Résultats de la formation

Nous présentons dans le tableau suivant le nombre d'étudiants inscrits en DEA et admis en première année, à partir de la première promotion du DEA de Tunis. La deuxième colonne indique le nombre d'admis à l'issue de la première année et la dernière colonne de ce tableau présente respectivement le nombre d'étudiants de chaque promotion, ayant préparé et soutenu leur mémoire de DEA.

Promotion	Inscrits	Admis	DEA
1998-1999	9	6	4
1999-2000	8	5	3
2000-2001	10	5	5
2001-2002	11	4	3
2002-2003	8	6	2
2003-2004	5	3	4
2004-2005	8	6	3
2005-2006	13	12	5

Table 1: Bilan de la formation en DEA 1998-2006

Transformation du DEA en Master

A partir de l'année universitaire 2006-2007, la mise en place du Master a conduit à modifier l'organisation des enseignements : les dix modules s'enseignent en un semestre, les deux semestres qui suivent sont consacrés à un séminaire de méthodologie et à la rédaction du mémoire.

Le nouveau cursus

A partir de la rentrée de 2010, l'ISEFC a été habilité à offrir un Master de recherche en didactiques des sciences et pédagogie. Cette habilitation a pour objectif général d'assurer une formation de haut niveau prenant en compte les composantes multiples des métiers de l'enseignement et de la formation en sciences. Pour cela, il y a eu une intégration de 4 types de formation : (1) disciplinaire qui approfondit les connaissances fondamentales, (2) didactique des sciences, (3) pédagogie classique et numérique (théories d'apprentissage/évaluation, rénovation pédagogique, nouvelles technologies de l'information et de la communication), (4) méthodologie de recherche. Les objectifs spécifiques de cette habilitation sont les suivants :

expertise de documents éducatifs

conceptions de programmes d'enseignement

réflexions en ingénierie didactique et en innovation pédagogique.

Promotion	Inscrits	Admis	DEA/Master
2006-2007	7	5	3
2007-2008	10	7	2
2008-2009	14	11	2
2009-2010	3	3	1
2010-2011	18	9	4
2011-2012	15	9	4
2012-2013	13	13	4
2013-2014	6	6	X

Table 2: Bilan de la formation de Master 2006-2014

La nouvelle habilitation

Une nouvelle habilitation du master de recherche en didactique des mathématiques est entrée en vigueur en octobre 2015. La sélection faite pour l'admission à cette formation durant l'année universitaire 2015/2016 a débouché sur l'inscription de 11 étudiants**.** Ce nouveau programme de formation fait suite à l'arrêt du master de recherche en didactique des mathématiques à l'ISEFC durant l'année universitaire 2014/2015. Cet arrêt a été demandé par la communauté des didacticiens des mathématiques en Tunisie et appuyé par l'institution. La demande faite par la communauté était basée sur un certain nombre d'indicateurs négatifs par rapport à la survie et au développement de cette discipline. Le nouveau programme se voulant innovateur et ouvert sur la communauté internationale est structuré selon deux domaines de formation, à côté de la formation en langues française et anglaise :

Le premier domaine de formation comporte les unités d'enseignement fondamentales de la didactique des mathématiques : Histoire et épistémologie des mathématiques ; Langages mathématiques/Construction des nombres ; Théories des mesures ; Introduction aux catégories mathématiques ; Théorie des situations didactiques ; Théorie anthropologique du didactique ; Developmental and discursive theories ; La sémiotique et le conceptuel dans les théories

didactiques ; Modélisation des pratiques enseignantes ; Modélisation informatique de l'apprentissage ; Ingénierie didactique y compris de développement.

Le deuxième domaine de formation est plutôt transversal aux didactiques des disciplines : Introduction aux didactiques des disciplines ; Théories d'apprentissage ; Méthodologie quantitative et qualitative.

La formation s'étale sur quatre semestres, le quatrième semestre étant réservé à l'élaboration du mémoire de master. Tout au long des trois premiers semestres, les étudiants sont sollicités pour élaborer des projets personnels dans toutes les unités d'enseignement, sous la direction du professeur en charge de l'unité en question.

UNE VISION SYNTHÉTIQUE DE CE QUE LA FORMATION A PRODUIT

Diplômés en didactique des mathématiques

Avant la création du cursus « didactique des mathématiques » en Tunisie, trois thèses[11] de doctorat ont été soutenues en France. Entre 2004 et 2014, treize thèses[12] de doctorat et plus de quarante DEA et Masters ont été soutenus et six thèses de doctorats sont actuellement en cours. Certains mémoires de DEA, essentiellement ceux des premières promotions, ont été co-encadrés par un didacticien français et un enseignant-chercheur tunisien. Le travail bibliographique et une grande partie de ces mémoires ont été réalisés dans des laboratoires français. Les autres mémoires de DEA et de Master ont été co-dirigés par des docteurs en didactique des mathématiques tunisiens et des enseignants-chercheurs spécialistes de divers domaines mathématiques.

D'autre part, les compétences développées dans le cadre de la collaboration entre la Tunisie et la France ont permis à certains enseignants chercheurs[13] ayant été recrutés dans l'enseignement supérieur d'assurer des enseignements au sein de l'école doctorale de didactique des mathématiques en Tunisie et d'intervenir dans le DEA et/ou le Master en donnant des cours en didactique, épistémologie et histoire des mathématiques. Concernant les thèses, elles sont réalisées le plus souvent en cotutelle entre la Tunisie et la France. Ces cotutelles sont rendues possibles grâce aux conventions signées entre l'ISEFC et plusieurs universités françaises.

Les mémoires de DEA et de mastère ainsi que les thèses se sont centrés essentiellement sur l'analyse des processus d'enseignement de certains concepts mathématiques, en pointant les aspects épistémologiques des phénomènes proprement didactiques. Une part importante des recherches en Tunisie porte sur l'enseignement supérieur et la transition secondaire/supérieur, en lien avec la position institutionnelle de nombreux chercheurs, et en lien avec un certain nombre de mathématiciens. Dans de nombreux travaux, les contenus mathématiques et leur épistémologie font l'objet d'une attention particulière. De même, les travaux menés depuis longtemps par les chercheurs tunisiens sur l'histoire des mathématiques (Abdelajouad, 1986, 2005-a, 2005-b, 2011 ; Ben Miled 2005) ont nourri la formation doctorale en didactique des mathématiques.

Notons que les problématiques de ces thèses ainsi que le terrain de la recherche concernent le contexte tunisien. Les principales théories de l'école française sont utilisées dans les travaux (la

[11] Voir Annexe A
[12] Onze thèses en co-tutelle et deux en co-encadrement. Voir Annexe A
[13] Hanène Abrougui, Faiza Chellougui, Imène Ghedamsi, Rahim Kouki, Mounir Dhieb et Faten Khalloufi

Théorie Anthropologique du Didactique, la Théorie des Situations Didactiques, la Théorie des Champs Conceptuels), ce qui reflète la diversité des collaborations. Les spécificités des questions liées au contexte ont fait émerger des questions de recherche spécifiques (exemple du changement de langue dans l'enseignement). Dans le tableau suivant, nous décrivons les différentes thématiques proposées par les docteurs tunisiens ainsi que la nature de la recherche correspondante en mettant l'accent sur la sensibilisation des exigences relatives à chaque thématique.

Docteurs	Thématique	Nature de la recherche
Faiza Chellougui (2004), Imed Ben Kilani (2005), Rahim Kouki (2008)	Logique, Langage et Raisonnements mathématiques	• Mobilisation d'énoncés quantifiés. • Processus et genèse des éléments logiques. • Formulation de la négation des énoncés. • Congruence des trois registres arabe, français et logico-mathématique du point de vue de la négation des énoncés universels. • Articulation syntaxe / sémantique des objets mathématiques et paramathématiques (équation / courbe / fonction).
Najoua Haj Ali (2005), Abdessattar Hdia (2007)	Enseignement des mathématiques pour les économistes	• Ecart entre les savoirs institutionnels et les exigences économiques. • Ebauche de conception de curriculum pour l'enseignement des mathématiques à de futurs économistes. • Algèbre linéaire dans le domaine de l'économie.
Imène Ghedamsi (2008), Sassi Haddad (2012)	L'enseignement de l'analyse dans la transition lycée / université	• Mise en évidence de certaines caractéristiques épistémologiques de l'analyse réelle. • Gestion/régulation de l'enseignement de l'analyse réelle dans la transition. • L'enseignement du concept d'intégrale : étude épistémologique et historique des notions d'aire et d'intégrale.
Ridha Najar (2010)	L'enseignement de l'algèbre dans la transition lycée / université	• Effets des choix institutionnels d'enseignement sur les possibilités d'apprentissage des étudiants des notions ensemblistes fonctionnelles
Hanène Abrougui (1998), Mohamed Essahbi El-Amri (2001), Faten Khalloufi (2009)	L'enseignement de la géométrie	• Difficultés d'élèves dans un travail de démonstration. • Exigences d'enseignants par rapport à un travail de démonstration. • L'implicite dans l'enseignement de la géométrie au

Slim Mrabet (2010), Fadhel Adel (2014)		collège. • Effets des rapports institutionnels / personnels d'enseignants sur l'organisation d'un milieu d'apprentissage. • Enseigner la trigonométrie au secondaire. • Analyse du processus de construction du signifié de fonction trigonométrique. • Le théorème de Thalès à l'articulation enseignement de base-enseignement secondaire en Tunisie. • Enseigner les isométries en terminale Math en Tunisie : une étude comparée du manuel officiel et des pratiques d'enseignants en classe - régularités et conséquences.
Mounir Dhieb (2009)	L'enseignement des probabilités au collège	• Difficultés de conceptualisation des objets probabilistes pour les élèves et les enseignants.
Sonia Ben Nejma (2009)	Evolution curriculaire	• Réforme du curriculum et réalité de pratiques enseignantes. • Difficulté de la mise en place de la réforme institutionnelle, du côté des pratiques des enseignants.

Table 2: Thématiques des différentes thèses de doctorat

Un premier bilan de ces résultats met en lumière plusieurs aspects :

1/ Recrutement de tous les docteurs[14] dans l'enseignement supérieur tunisien et survie de la formation en didactique des mathématiques en Tunisie

2/ Reconnaissance internationale et nationale des chercheurs tunisiens en didactique des mathématiques.

PRINCIPAUX APPORTS DE LA COLLABORATION POUR LA TRADITION FRANÇAISE

Les treize thèses en co-encadrement ont couronné des collaborations avec des équipes de recherches dans des laboratoires renommés en France. Par conséquent, ces thèses ont contribué à la dynamique et au développement continu de la recherche scientifique au sein des laboratoires d'accueil. Les collaborations développées à l'occasion des travaux doctoraux se poursuivent entre les équipes françaises et la communauté de recherche en didactique des mathématiques en Tunisie, ce qui permet de faire fructifier les relations existantes et dégager de nouvelles orientations.

[14] Mis à part Ridha Najar qui est professeur régulier à l'université du Québec et Fadhel Adel qui a choisi de garder son poste d'inspecteur principal des collèges et des lycées.

Outre les apports de l'école française de didactique des mathématiques à travers le co-encadrement des thèses en cotutelle, depuis 2001, la plupart des chercheurs formés dans ce cadre participent régulièrement aux écoles d'été biannuelles de didactique des mathématiques organisées en France par l'ARDM (Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques). La délégation tunisienne est régulièrement la plus nombreuse des délégation étrangères aux écoles d'été avec des contributions significatives permettant de contribuer à l'avancement des travaux au sein de ces écoles de haut niveau par l'élaboration et planification de travaux dirigés (Chellougui (2007), Chellougui, Ghedamsi & Kouki. (2015), Ghedamsi, Sassi & al. (à paraître)). En 2007, Faïza Chellougui était membre du comité scientifique de la 14ème école d'été de didactique des mathématiques, elle a contribué à la publication de l'ouvrage scientifique des actes de cette école (Bloch & al. (2009)). Elle est aussi sollicitée comme membre du comité scientifique de la 19ème école d'été qui aura lieu en 2017 à Paris.

Certains des travaux de recherche menés en Tunisie contribuent à l'émergence des recherches prenant en compte la diversité linguistique dans l'espace francophone. C'est le cas en particulier du travail de Imed Ben Kilani (Durand-Guerrier & Ben Kilani 2004, Ben Kilani 2005) sur les différences de fonctionnement de la négation dans la langue arable, la langue française et la logique du premier ordre, qui sert de référence pour d'autres travaux émergents (Edmonds-Wathen et al.). En outre, la collaboration avec Mélika Ouelbani pour les travaux relevant de la logique et du langage a permis de développer des regards croisés entre philosophie, histoire et didactique des mathématiques qui se sont concrétisés par une collaboration dans le cadre d'un partenariat de recherche entre la Tunisie et la France ayant abouti à un colloque international qui s'est tenu à Tunis les 10 et 11 décembre 2010 (Ouelbani, 2012).

VISIBILITÉ SCIENTIFIQUE A L'ÉCHELLE INTERNATIONALE

Malgré le dynamisme de la communauté de recherche en didactique des mathématiques en Tunisie dont témoignent les paragraphes précédents, les chercheurs rencontrent des difficultés pour obtenir des financements nécessaires pour s'inscrire dans les communautés internationales et pour participer aux différentes conférences. Ces difficultés sont dues au fait qu'il n'existe pas d'équipe institutionnelle reconnue en didactique des mathématiques en Tunisie : quelques chercheurs ont été rattachés pendant un certain temps à quatre laboratoires de recherches[15] tunisiens.

Congrès internationaux CERME et INDRUM

Plusieurs chercheurs Tunisiens participent depuis quelques années aux congrès biannuels CERME et ont obtenu pour cela des soutiens financiers de la part de l'association ERME. En 2016 s'est tenu le premier congrès de l'International Network for Research in University Mathematics (INDRUM 2016), reconnu comme ERME topic Conference. La reconnaissance des travaux conduits en Tunisie sur l'enseignement supérieur s'est concrétisée par l'invitation de Faiza Chellougui comme membre du comité scientifique du réseau. Trois chercheurs tunisiens ont participé à cette manifestation qui a accueilli plus de quatre-vingt-dix chercheurs du monde entier. Dans la dynamique du réseau INDRUM, il est prévu de mettre en place une collaboration formelle dans le cadre des projets Averroés entre l'université de Tunis Carthage et l'université de Montpellier.

[15] Laboratoire de recherche "éducation, didactique et psychologie" (EDIPS) de l'ISEFC. Trois unités de recherches en mathématiques : deux à la Faculté des Sciences de Tunis et une à la Faculté des sciences de Bizerte.

Congrès internationaux organisés sous les auspices de l'ICMI

L'organisation d'EMF 2003 à Tozeur, sous la responsabilité scientifique de Hikma Smida, a permis d'initier une participation régulière aux congrès triannuels EMF et aux congrès quadriannuels ICME qui a débouché récemment sur des invitations pour des responsabilités scientifiques.

Au congrès EMF2012 qui a eu lieu à Genève, F. Khalloufi a été invitée comme co-responsable du projet spécial n°2[16]. Dans le cadre des tables rondes, une session plénière a été l'occasion de mettre en évidence les évolutions curriculaires et conceptions sous-jacentes à l'enseignement des mathématiques en Tunisie (H. Smida, S. Ben Nejma & F. Khalloufi, 2012).

De 2012 à 2015, F. Chellougui était membre du comité scientifique du congrès EMF 2015 ; depuis octobre 2015, elle est membre du bureau exécutif de EMF. I. Ghedamsi, et R. Kouki ont été invités respectivement comme coordonnateurs des groupes de travail n°7[17] et n°3[18] du congrès EMF 2015.

En 2016, F. Chellougui est invitée à donner une conférence[19] dans le cadre des « invited lectures » au congrès ICME 13 et I. Ghedamsi est co-chair du groupe de travail n°16 « Teaching and learning of calculus ».

Publications internationales

La participation aux différents colloques mentionnés ci-dessus a donné lieu à de nombreuses publications dans des actes avec comités de lectures : trois dans les actes du congrès ICME (ICME2004, ICME2012) ; quatre dans CERME (CERME8 et CERME9) ; plusieurs dans les actes des différents congrès de l'espace mathématique francophone depuis 2003 (EMF2003, EMF2006, EMF2009, EMF2012 et EMF2015) et dans les actes des écoles d'été de didactique des mathématiques EEDM, depuis 2001.

Les travaux en didactique des mathématiques déjà menés ont permis de mieux connaître l'enseignement des mathématiques en Tunisie. Certains travaux conduits par les docteurs formés dans le cadre de la collaboration entre la Tunisie et la France ont donné lieu à deux articles publiés dans la revue *Recherches en Didactique des Mathématiques* (Chellougui, 2009 ; Najar, 2015), à deux chapitres d'ouvrages (Coulange, Ben Nejma et al., 2012 ; Winslow, Chellougui & Thi Tu, 2015) et à un ouvrage (Bressoud, Ghedamsi et al., 2016).

Publication dans des revues d'interface

Les travaux de recherche en didactique des mathématiques ont également donné lieu à des publications d'interface à destination des enseignants, tant en Tunisie (voir ci-dessous) qu'en France, où F. Chellougui et I. Ghedamsi sont membre du comité de rédaction de la revue *Petit x*[20]

[16] PS2: Evaluation, compétences et orientation dans les transitions scolaires: rôle des mathématiques
[17] GT7: Enseignement des mathématiques au niveau post-secondaire et supérieur
[18] GT3: Les différentes pensées mathématiques et leur développement dans le curriculum
[19] "Students' use of calculus formalism At the first year university".
[20] Huit articles publiés dans la revue *Petit x*. Voir Annexe B

DEVELOPPEMENT NATIONAL : ROLE DE L'ATDM

Dès la mise en place du DEA et l'aboutissement des premières thèses, les travaux de recherche conduits en Tunisie ont donné lieu à des publications dans la revue nationale *Miftah al-Hisab* publiée par l'ATSM.

Afin de structurer la communauté émergente en Didactique des Mathématiques, une association tunisienne de didactique des mathématiques (ATDM) a été crée. L'ATDM assure la diffusion de travaux de recherche engagés par des chercheurs en didactique. La diffusion de ces travaux permet de les mettre en débat dans la communauté et d'informer sur les nouvelles tendances. Dans cette perspective, l'ATDM organise un séminaire annuel de didactique des mathématiques pendant trois jours, en général au cours de la deuxième semaine des vacances de printemps au mois de mars, avec des chercheurs internationaux invités et des présentations de travaux en cours. Ce séminaire a pour but de permettre la diffusion régulière des recherches nouvelles ou en cours, et de favoriser les échanges et débats au sein de la communauté des chercheurs en didactique des mathématiques.

CONCLUSION

Plus de quinze ans après la première mise en place de la formation doctorale en didactique des mathématiques en Tunisie, la communauté tunisienne a su développer des problématiques de recherche originales, dont les travaux irriguent en retour la didactique française et contribuent au rayonnement de la didactique des mathématiques dans l'espace mathématique francophone. Parmi ces travaux, ceux qui étudient les questions de logique, de langue, de l'analyse réelle, de la transition institutionnelle notamment secondaire/supérieur ont un rôle particulier dans le développement et la visibilité de la communauté tunisienne à l'échelle internationale. Nous assistons par ailleurs dans cette formation doctorale à une diversification des recherches en didactique des mathématiques, à la fois du point de vue des objets abordés, des outils théoriques mobilisés et des approches méthodologiques mises en œuvre. En dépit des difficultés financières liées notamment à l'absence de laboratoires de recherche spécifiques à la didactique des mathématiques, la communauté tunisienne a su préserver ses acquis, les développer afin d'honorer la confiance accordée par les tutelles académiques tant tunisienne que française. Après une période de latence, un mouvement de relance de la part de la communauté a été initié depuis trois ans, ce qui s'est concrétisé en particulier par la mise en place de la nouvelle habilitation d'un master de recherche, entrée en vigueur en octobre 2015. Sur le moyen terme, tous les critères sont favorables pour l'engagement de certains membres de cette communauté à parachever leurs travaux dans un sens leur permettant d'être institutionnellement habilités à diriger les recherches. Ceci ouvrira comme perspective la possibilité de créer une équipe de recherche en didactique des mathématiques.

REFERENCES

Abdeljaouad, M. (1986), L'enseignement des mathématiques en Tunisie au XIXe siècle, *Cahiers de Tunisie*, Tomes 41-42, n° 151-152 et 153-154 (pp. 247-263).

Abdeljaouad M. (2005-a), Le manuscrit mathématique de Jerba : Une pratique des symboles algébriques maghrébins en pleine maturité, *Actes du Septième Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes* : Marrakech, 30-31 mai et 1er juin 2002, Vol. 2. Marrakech 2005 (pp. 1-98).

Abdeljaouad, M. (2005-b). *Les arithmétiques arabes du IXe au XVe siècle*, édition Ibn Zeidoun, Tunis.

Abdeljaouad, M. (2009). L'introduction de la didactique des mathématiques en Tunisie. *Revue africaine de didactique des sciences et des mathématiques*, Numéro 4, 10 décembre 2009.

Abdeljaouad, M., & Hedfi, H. (2011). Vers une étude des aspects historiques et mathématiques des problèmes ouverts d'Ibn al-Khawwâm (XIIe siècle), *Actes du Premier Colloque Maghrébin sur l'Histoire des Mathématiques Arabes :* Alger, 1-3 décembre 1986 (pp. 159-178).

Bloch, I., Conne, F., Chellougui, F., Chiocca, C.-M., Gueudet, G., Hersant, M., Pressiat, A, Roditi, E., Trouche, L., Vandebrouck, F. (Coord.). (2009). *Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques – Actes de la 14e école d'été de didactique des mathématiques*. Cours de la XIVe école d'été de didactique des mathématiques Sainte Livrade (Lot et Garonne), 2007. Grenoble : La pensée sauvage.

Ben Miled, M. (2005). Opérer sur le Continu (traditions arabes du Livre X des Eléments d'Euclide, avec l'édition et la traduction du commentaire d'al-Mâhânî), 386 p. Coll. *Histoire des sciences*, Publiée par l'Académie tunisienne des sciences des lettres et des arts : Beït al-Hikma, Carthage, 2005.

Bressoud, D., Ghedamsi, I., Martinez-Luaces, V., & Günter, T. (2016). Teaching and Learning of Calculus. *ICME-13 Topical Surveys*. Springer

Chellougui, F. (2007). La quantification dans l'enseignement secondaire/supérieur, Etude de cas : la notion de borne supérieure, Travaux Dirigés en lien associé au thème : Étude d'une question ouverte : Les transitions entre l'enseignement secondaire et les filières post-Baccalauréat. In I. Bloch, & A. Rouchier, (Eds). *Perspectives en didactique des mathématiques*, *Cours de la XIIIème École d'été de didactique de mathématiques, 2005*. Actes (CDROM) de EEDDM13. La Pensée Sauvage

Chellougui, F. (2009). L'utilisation des quantificateurs universel et existentiel, entre l'explicite et l'implicite, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 29, n°2 (pp. 123-154). La Pensée Sauvage.

Chellougui, F., Ghedamsi, I. & Kouki, R. (2015). Entre le formalisme mathématique et ses "significations" : l'acte interprétatif, un maillon faible de la relation didactique ? Une étude dans le contexte de l'enseignement secondaire / supérieur, Travaux Dirigés associé au thème : Les élèves en difficulté dans l'enseignement ordinaire. In D. Butlen, & al. (Eds.). *Rôles et places de la didactique et des didacticiens des mathématiques dans la société et le système éducatif.* Actes de EEDM17 (pp. 465-474). La Pensée Sauvage

Coulange, L., Ben Nejma, S., Constantin, C., & Lenfant-Corblin, A. (2012). Des pratiques enseignantes aux apprentissages des élèves en algèbre, à l'entrée au lycée. In L. Coulange, J. P. Drouhard, J. L. Dorier, & A. Robert (Eds), *Enseignement de l'algèbre élémentaire, Bilan et perspectives, Hors-série de la revue RDM*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Durand-Guerrier, V., & Ben Kilani, I. (2004). Négation grammaticale versus négation logique dans l'apprentissage des mathématiques, Exemple dans l'enseignement secondaire Tunisien. *Les Cahiers du Français Contemporain*, 9 (pp. 29-55).

Durand-Guerrier, V., & Ben Kilani, I. (2005) .La didactique des mathématiques aujourd'hui, in Chabchoub (ed.) Regards actuels sur les didactiques des disciplines, Tunis : ATURED.

Edmonds-Wathen, C., Trinick, T., & Durand-Guerrier, V. (2015). Impact of Differing Grammatical Structures in Mathematics Teaching and Learning. *ICMI Study 21 Mathematics and Language Diversity.*

Ghedamsi, I., Haddad, S., & Lecorre, T. (à paraitre). Les notions de limite et d'intégrale, du secondaire au supérieur, Travaux Dirigés associé au cours : La notion de limite comme emblématique du système de preuve de l'Analyse (SPA) : travaux antérieurs, situations, problèmes de logique. EEDM18, Brest, 19-26 août 2015.

Najar, R. (2015). À propos de l'enseignement de la théorie des ensembles : les choix institutionnels dans la transition secondaire/supérieur en Tunisie. *Recherches en didactiques des mathématiques,* Vol. 35, n°2 (pp. 141-182). La Pensée Sauvage.

Ouelbani., M. (2012). *Des mathématiques à la philosophie. Regards croisés : Didactique, Histoire et Philosophie*. Publication de l'Université de Tunis. Faculté des Sciences Humaines et Sociales.

Smida, H., Ben Nejma, S., & Khalloufi-Mouha, F. (2012) Evolutions curriculaires et conceptions sous-jacentes à l'enseignement des mathématiques en Tunisie – Une étude de cas dans le cadre des tables rondes EMF2012 : évolutions curriculaires récentes dans l'enseignement des mathématiques de l'espace francophone. In J-L. Dorier, & S. Coutat (Eds.), *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle* – Actes du colloque EMF2012 (Plénières, pp. 127–141). http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012

Winslow, C., Chellougi F., & Thi Thu H. (2015). Language diversity in research and its consequences. In R. Barwell, P. Clarkson, A. Halai, M. Kazima, J. Moschkovich, N. Planas, M. Phakeng, P. Valero, & M. Villavicencio Ubillús (Eds.), *Mathematics Education and Language Diversity* (pp. 85-101). New York: Springer.

ANNEXE A : LISTES DES THÈSES DE DOCTORAT

Les trois thèses soutenues en France avant la création du cursus *didactique des mathématiques* en Tunisie

Auteur / Année	Titre	Directeur	Laboratoire et Institution associée
Hanène Abrougui, 1998	La démonstration en géométrie dans l'enseignement mathématique secondaire tunisien	Colette Laborde,	IMAG, Université Joseph Fourier de Grenoble
Mondher Tangour, 1999	Analyse des acquisitions des élèves du collège en mathématiques et en sciences naturelles	Jean Pierre Jarousse	IREDU, Université de Bourgogne
Mohamed Essahbi El-Amri, 2001	L'implicite dans l'enseignement de la géométrie au collège : Analyse des effets des rapports institutionnels et des rapports personnels d'enseignants sur l'organisation d'un milieu d'apprentissage	Claude Tisseron	LIRDHIST, Université Claude-Bernard Lyon 1

Les onze thèses en co-tutelle

Auteur / Année	Titre	Directeurs (tunisien / français)	Laboratoires et Institutions associées (Tunisie / France)
Faïza Chellougui, 2004	L'utilisation des quantificateurs universel et existentiel en première année universitaire entre l'explicite et l'implicite.	Mahdi Abdeljaouad / Claude Tisseron & Viviane Durand-Guerrier	ISEFC, Université de Tunis / LIRDHIST Université Claude Bernard Lyon1
Najoua Haj Ali, 2005	Quelles mathématiques enseigner dans une école supérieure d'économie ? Une étude de cas en Tunisie.	Mahdi Abdeljaouad / Jean-Luc Dorier	ISEFC, Université de Tunis / LIRDHIST, Université Claude Bernard Lyon1
Imed Ben Kilani, 2005	Les effets didactiques des différences de fonctionnement de la négation dans la langue arabe, la langue française et le langage mathématique	Mahdi Abdeljaouad / Michèle Artigue & Viviane Durand-Guerrier	ISEFC, Université de Tunis / LIRDHIST, Université Claude Bernard Lyon1
Imène Ghedamsi, 2008	Enseignement du début de l'analyse réelle à l'entrée à l'université : Articuler contrôles pragmatique et formel dans des situations à dimension a- didactique.	Hikma Smida / André Rouchier & Isabelle Bloch	ISEFC, Université de Tunis / LACES, Université Bordeaux 2

Rahim Kouki, 2008	Enseignement et apprentissage des équations, inéquations et fonctions au secondaire : entre syntaxe et sémantique	Mélika Ouelbani / Viviane Durand-Guerrier	EDIPS, ISEFC, Université de Tunis / LEPS, Université Claude Bernard Lyon1
Sonia Ben Nejma, 2009	D'une réforme à ses effets sur les pratiques enseignantes : une étude de cas en algèbre dans le contexte scolaire tunisien.	Faouzi Chaabane / Michèle Artigue & Lalina Coulange	ISEFC, Université de Tunis / LDAR, Université Denis-Diderot, Paris 7
Mounir Dhieb, 2009	Contribution à l'introduction des probabilités au collège : rapports d'élèves à quelques notions probabilistes	Abdennebi Achour / Sylvette Maury	ISEFC, Université de Tunis / EDA, Université Paris Descartes
Slim Mrabet, 2010	Le théorème de Thalès à l'articulation enseignement de base-enseignement secondaire en Tunisie	Abdennebi Achour / Marie-Jeanne Perrin-Glorian	ISEFC, Université Virtuelle de Tunis / LDAR, Université Paris-Diderot, Paris 7
Ridha Najar, 2010	Effets des choix institutionnels d'enseignement sur les possibilités d'apprentissage des étudiants. Cas des notions ensemblistes fonctionnelles dans la transition Secondaire / Supérieur	Houcine Chebly / Michèle Artigue	ISEFC, Université Virtuelle de Tunis / LDAR, Université Paris-Diderot, Paris 7
Sassi Haddad, 2012	L'enseignement du concept d'intégrale en Terminale : étude épistémologique et historique des notions d'aire et d'intégrale, analyse dans le contexte tunisien et ingénierie didactique.	Faouzi Chaabane / Jean-Batiste Lagrange	ISEFC, Université de Virtuelle de Tunis / LDAR, Université Paris-Diderot, Paris 7
Fadhel Adel , 2014	Enseigner les isométries en terminale Math en Tunisie : une étude comparée du manuel officiel et des pratiques d'enseignants en classe - régularités et conséquences	Karim Boulabiar / Aline Robert	ISEFC, Université de Virtuelle de Tunis / LDAR, Université Paris-Diderot, Paris 7

Les deux thèses encadrées officiellement par un directeur tunisien (élaborées et finalisées via des collaborations avec des laboratoires français).

Auteur / Année	Titre	Directeur tunisien	Laboratoires et Institutions associés (Tunisie / France)
Abdessattar Hdia, 2007	Approche didactique de l'enseignement des mathématiques aux étudiants futurs économistes : Cas de l'algèbre linéaire., Thèse de Doctorat de l'Université de Tunis, Tunis.	Hikma Smida	ISEFC, Université de Tunis./ LIRDHIST Université Claude Bernard Lyon1

Faten Khalloufi, 2009	Analyse des acquisitions des élèves du collège en mathématiques et en sciences naturelles	Hikma Smida	ISEFC, Université de Tunis / IMAG, Université Joseph Fourier de Grenoble

ANNEXE B : ARTICLES PUBLIÉS DANS LA REVUE PETITX

Petit x, IREM de Grenoble, revue d'interface de didactique des mathématiques

http://www-irem.ujf-grenoble.fr/spip/spip.php?rubrique12

Ben Nejma, S. (2010). Quel impact d'une évolution du curriculum officiel sur les pratiques enseignantes ? Etude de cas dans le contexte tunisien. *Petit x*, n° 82 (pp. 5-30), IREM de Grenoble.

Bloch, I., & Ghedamsi, I. (2006). Comment le cursus secondaire prépare-t-il les élèves aux études universitaires ? Le cas de l'enseignement de l'analyse en Tunisie, *Petit x*, n° 69 (pp. 7-30), IREM de Grenoble.

Chellougui, F. (2003). Approche didactique de la quantification dans la classe de mathématiques dans l'enseignement tunisien, *Petit x*, n°61 (pp. 11-34). IREM de Grenoble.

Ghedamsi, I., & Tanazefti, R. (2015). Difficultés d'apprentissage des nombres complexes en fin de Secondaire, *Petit x*, n°61 (pp. 29-52). IREM de Grenoble.

Haddad, S. (2013). Que retiennent les nouveaux bacheliers de la notion d'intégrale enseignée au lycée ?, *Petit x*, n° 92 (pp. 5-30). IREM de Grenoble.

Kouki, R. (2006). Equations et inéquations au secondaire entre syntaxe et sémantique, *Petit x*, n°71 (pp. 7-28). IREM de Grenoble.

Najar, R. (2005). La démonstration euclidienne, *Petit x*, n° 67 (pp. 7-11). IREM de Grenoble.

Najar, R. (2006). Analyse de la conception de vecteur émergente d'un manuel scolaire, *Petit x*, n° 72 (pp. 52-81). IREM de Grenoble.

Listes des acronymes

A2DEMTI	Association Algérienne pour le Développement et l'Enseignement des Mathématiques et Technologies de l'Information	FFAEM	Fédération Francophone des Associations pour l'Enseignement des Mathématiques
APMEP	Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public	FFJM	Fédération Française des Jeux Mathématiques
ATDM	Association Tunisienne de Didactique des Mathématiques	ICME	International Congress on Mathematical Education
ATSM	Association Tunisienne des Sciences Mathématiques	INDRUM	International Network for Didactic Research in University Mathematics
CERME	Congress of European Research in Mathematics Education	IREM	Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques
CIJM	Comité International des Jeux Mathématiques	ISEFC	Institut Supérieur de l'Education et de la Formation Continue
CREFoC	Centres REgionaux de Formation Continue	ISFM	Institut Supérieur de Formation des Maîtres
DEA	Diplôme d'Etudes Approfondies	LACES	LAboratoire Cultures Éducation Sociétés
DIDIREM	Equipes de recherche en didactique des mathématiques de l'Université Paris Diderot	LDAR	Laboratoire de Didactique André Revuz
EEDM / EEDDM	Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques	LEPS	Laboratoire d'Etude du Phénomène Scientifique
EMF	Espace Mathématique Francophone	LIRDHIST	Laboratoire Interdisciplinaire de Recherche en Didactique et Histoire des Sciences et des Techniques
ENS	Ecole Normale Supérieure	LMD	Licenec Master Doctorat
ERME	European society for Research in Mathematics Education	SBPMef	Société Belge des Professeurs de Mathématiques d'expression française

Exemples de collaborations avec l'Amérique latine : Brésil, Chili, Mexique

FRANCO-BRAZILIAN COLLABORATION IN MATHEMATICS EDUCATION

Tânia Maria Mendonça Campos*, Jana Trgalová**

UNIBAN, São Paulo (Brasil)*, University Claude Bernard, Lyon (France)**

Résumé. Ce texte retrace l'histoire d'une longue collaboration entre le Brésil et la France dans le domaine de l'éducation mathématique dès le début des années 1970. Cette collaboration est notamment soutenue depuis près de 30 ans par la CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento do Pessoal de Nível Superior – Coordination de perfectionnement du personnel du supérieur) du côté brésilien et le COFECUB (Comité Français d'Evaluation de la Coopération Universitaire et Scientifique avec le Brésil) du côté français qui finance des projets de recherche bilatéraux. Cinq projets d'une durée de 2 à 4 ans chacun ont pu être ainsi menés depuis 1990 dans le domaine de la didactique des mathématiques et un sixième est en cours d'évaluation. Après une brève présentation de ces projets et de la production scientifique qu'ils ont permise, le texte propose une réflexion sur l'influence mutuelle de cette collaboration. Elle se traduit au Brésil notamment via la formation de jeunes chercheurs à la didactique française, grâce aux nombreuses thèses préparées dans des universités françaises ou en cotutelle, grâce aux cours dispensés par des didacticiens français dans le cadre de l'Ecole des Hautes Etudes, ainsi que par la création de programmes d'études supérieures en didactique des mathématiques dans les universités brésiliennes et la création d'un IREM au Brésil. En France, l'influence de la didactique brésilienne est visible notamment dans la prise en compte de la dimension socio-culturelle de l'éducation mathématique et la sensibilité croissante aux travaux d'ethnomathématique.

Resumo. Este artigo busca traçar a história de uma longa colaboração entre Brasil e França no campo da educação matemática desde o início do ano 1970. Esta colaboração é quase que totalmente financiada durante quase 30 anos pela CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento do Pessoal de Nível Superior – Coordination de perfectionnement du personnel du enseignement supérieur) do lado brasileiro e pelo COFECUB (Comité Français d'Evaluation de la Coopération Universitaire et Scientifique avec le Brésil) – Comitê Francês de Avaliação da Cooperação Universitária e Científica com o Brasil, do lado francês, que financia projetos de pesquisas bilaterais. Cinco projetos de duração de 2 a 4 anos cada um, puderam ser desenvolvidos desde 1990 no campo da didática da matemática e um sexto projeto está em fase de avaliação pelo CAPES-COFECUB. Após uma breve apresentação destes projetos e da produção científica advinda dos mesmos, o artigo propõe uma reflexão sobre a mútua influência desta colaboração. No Brasil, ela é representada particularmente pela formação de inúmeros jovens pesquisadores que utilizaram o quadro teórico da didática da matemática francesa na sua formação doutoral ou no sistema de co-tutela em universidades francesas e na consequente orientação desses novos doutores em Universidades brasileiras além da criação de Programas de Pós-graduação em Educação Matemática em universidades brasileira e graças aos Cursos Monográficos no Programa da Escola de Altos Estudos e ainda pela criação de um IREM no Brasil. Na França, a influência da didática brasileira é visivel notadamente no que se refere a dimensão socio-cultural da educação matemática e a crescente sensibilidade dos trabalhos da etnomatemática.

Abstract: This paper traces the history of the extensive collaboration between Brazil and France in the field of mathematics education since the early 1970s. This collaboration has been supported for almost 30 years by CAPES (Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel) on the Brazilian side and COFECUB (French Committee for Evaluation of Academic and Scientific Cooperation with Brazil), which funds bilateral research projects, on the French side. Five projects of between 2 to 4 years have been conducted since 1990 in the field of mathematics education and a sixth is under evaluation. After a brief presentation of these projects and of the scientific production that has resulted from them, the paper proposes a reflection on the mutual influence of this collaboration. In Brazil, this influence is particularly evident in relation to the qualification of young researchers in the French didactics of mathematics, through their doctoral studies in French universities and through courses taught by French didacticians in the framework of the School for Advanced Studies, as well as by the creation of post-graduate progammes in mathematics education in Brazilian universities and by the creation of an IREM in Brazil. In France, the Brazilian research has impacted on considerations of the socio-cultural dimension of mathematics education and contributed to an increasing awareness of work in the area of Ethnomathematics.

INTRODUCTION – THE EMERGENCE OF THE FRANCO-BRAZILIAN COLLABORATION

The French *didactique des mathématiques* (DDM) – didactics of mathematics - was introduced to Brazil in September 1970 with the creation of GEEMPA (Grupo de Estudos sobre o Ensino da Matemática de Porto Alegre – the study group on mathematics education of Porto Alegre) by Professor Esther Pilar Grossi who obtained her PhD in Paris under supervision of Professor Gérard Vergnaud in 1985.

Currently, GEEMPA is a non-governmental organization that continues to develop studies related to mathematics education, using the DDM as one of the theoretical frameworks for this research.

In February 1976, GEPEM (Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática – the group of study and research on mathematics education) was created in Rio de Janeiro by Maria Laura Mousinho Leite Lopes who developed studies and research in the IREM[1] of Strasbourg. The group enabled meetings with French and international researchers aware of the reformulation of the teaching of mathematics at the time.

These two groups have grown and influenced mathematics education in Brazil that still bears the traces of this influence.

The Franco-Brazilian cooperation is supported in Brazil by CAPES (Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel, a sector of the Ministry of Education) and in France by the Ministry of Foreign Affairs and International Development and the Ministry of National Education, Higher Education and Research, via COFECUB, the French Committee for Evaluation of the University and Scientific Collaboration with Brazil. A number of joint research projects, presented in the following section, have been carried out in the framework of this programme.

[1] Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (Institute of Research on Mathematics Education) are institutes associated to universities gathering together primary, secondary and university teachers to conduct research on issues in mathematics teaching and learning at all school levels, to offer teacher training programmes based on research results, and produce and disseminate pedagogical resources. http://www.univ-irem.fr

CAPES-COFECUB INTERNATIONAL COOPERATION

The visits of Guy Brousseau and Gérard Vergnaud, and the later ones of Michèle Artigue, Régine Douady and Colette Laborde were key in furthering and deepening the studies of the French DDM, which resulted in the first international cooperation CAPES-COFECUB in the domain of mathematics education, in 1990 coordinated in Brazil by Tania Maria Mendonça Campos (PUC university, São Paulo) with the cooperation of Paulo Figueiredo Lima (Federal University of Pernambouco - UFPE, Recife) and João Bosco Pitombeira (PUC university, Rio de Janeiro), and whose French coordinators were Régine Douady and Michèle Artigue (University Paris 7) with the cooperation of Colette Laborde (Joseph Fourier University, Grenoble) and Michel Henry (University of Besançon). This project aimed to engage participants in the following actions: training of human resources to work at all three educational levels, as well as at the post-graduate level, conducting research focusing on the classroom in order to support educational policies; creating, consolidating and articulating centres of excellence in the domain of didactics of mathematics; and developing scientific production in the domain of didactics of mathematics. The specific objectives of the project were strengthening of the Masters in Mathematics Education of the Centre of Exact Sciences and Technology at PUC in São Paulo; the creation of Masters in Science and Mathematics at PUC In Rio de Janeiro; and the creation of Masters in Mathematics Education at UFPE. The outcomes of this collaboration between 1990 and 1996 included: 9 PhD theses defended in France, 6 Master theses defended in Brazil, 1 joint Franco-Brazilian PhD thesis, 135 congress papers, 41 journal papers, 34 book chapters, 5 books, 234 seminars and meetings.

After this first CAPES-COFECUB project and with the return of the first doctors, core research groups were created focusing on DDM and other collaborations followed, which allowed several visits of French researchers to Brazilian universities, as well as the participation of Brazilian researchers at French universities, which contributed to the development of joint research and the training of young doctors in France and Brazil.

The first CAPES-COFECUB project mentioned above was followed by other cooperations, namely:

- The second international CAPES-COFECUB project, in 1999, in the domain of DDM, led in Brazil by Jorge Falcão (UFPE) and whose French leader was Marc Rogalski (University Paris 7). One of the axes of this project focused on teaching practices and teacher training. Another axis studied didactic issues of analytic geometry, with the participation of Paulo Figueiredo Lima.
- The third international CAPES-COFECUB project, in 2000, in the domain of DDM, led in Brazil by Regina Dann (Federal University of Santa Catarina) and whose French leader was François Pluvinage (University of Strasbourg).
- The fourth international CAPES-COFECUB project, in 2004, led by Jean-François Nicaud from the French side and Marcelo Câmara dos Santos from the Brazilian side, bringing together Grenoble University, the Federal University of Pernambuco (UFPE) and the Federal University of Mato Grosso do Sul (UFMS), with the participation of Marilena Bittar, Jana Trgalová and Hamid Chaachoua. The aim of this project was to model students' knowledge in Aplusix, a computer-based environment for learning algebra.

- The fifth international CAPES-COFECUB project, in 2008, led in France by Luc Trouche (Lyon University and INRP[2]) and in Brazil by Licia Maia (UFPE), with the involvement in France of University Paris Diderot - Paris 7 represented by Michèle Artigue, Aline Robert and Fabrice Vandebrouck, and in Brazil the Universidade Bandeirante de São Paulo – UNIBAN represented by Ana Paula Jahn, Marlene Alves Dias and Tânia Maria Mendonça Campos. The project focused on teacher' professional practices. Within this extensive area of research, the following four interrelated axes were investigated: (1) teachers' social representations and their impact on teaching practices; (2) teachers' didactic decisions and the knowledge which mediates decision making; (3) the integration of educational technology to classroom practices and the associated documentational work of teachers'; and (4) the articulation of secondary and tertiary education.

Following on from these CAPES-COFECUB projects of cooperation in the domain of mathematics education, a new proposal was submitted in 2015 entitled "PREM (Les professeurs et les ressources en mathématiques : conception, usage, partage, évaluation et évolution - Teachers and resources in mathematics: design, use, sharing, evaluation and evolution)". This project aims at investigating mathematics teachers' work with resources from two complementary and strongly connected perspectives. The first concerns the analysis of teachers' documentational work, from the design to the application of teaching resources, with a particular focus on the collective aspects of the teachers' documentational work. The second axis focuses on didactical and computational modelling of decision making by mathematics teachers and connections with teacher training. This project is led by Luc Trouche (École Normale Supérieure, Lyon and IFÉ) and Paula Baltar Bellemain (UFPE).

THE INFLUENCE OF THE FRENCH DIDACTICS OF MATHEMATICS IN BRAZIL

This section focuses on the most tangible influences of the French didactics of mathematics on the Brazilian mathematics education community. Among these influences, most emblematic are the School for Advanced Studies that welcomed French scholars from the field and the creation of an IREM in Brazil.

French scholars at the School for Advanced Studies

In June 8, 2006, a School for Advanced Studies (Escola de Altos Estudos – EAE) was created by decree 5801 of the Presidency of the Republic and published in D.O. of 8/6/2006 by President Luiz Inacio Lula da Silva. It is an initiative of the Coordination for the Improvement of Higher Education Personnel (CAPES) that seeks to put Brazil on the world map of high quality scientific production. Conceived by Fernando Haddad, the Minister of Education at the time, the School for Advanced Studies was designed to promote visits of foreign professors and researchers of high international renown, to conduct monographic courses with the aim of strengthening, expanding and qualifying *stricto sensu* post-graduate programmes – at the Master, Doctoral and Post-doctoral levels – in Brazilian institutions.

Given that some professors from UNIBAN were involved in the cooperation programmes listed above, the Post-graduate programme in Mathematics Education of this university hosted seven

[2] Institut National de Recherche Pédagogique (National Institute for Pedagogical Research), replaced since 2011 by the French Institude of Education (IFÉ – Institut Français de l'Éducation).

Schools for Advanced Studies from 2008 to 2011, coordinated by Tania Maria Mendonça Campos, among which four were given by French professors renowned for their important role in the international arena. Such courses allowed the dissemination of the French Didactics of Mathematics to post-graduate programmes across the country. It is noteworthy that the courses taught by eminent professors had simultaneous translation, were transmitted in real time over the internet, were video-recorded for teaching purposes and are being widely disseminated.

In addition, more than 50 scholarships were distributed to post-graduate students from other Brazilian states who attended the courses. This small number does not include the attendance of other students who were present with other types of funding.

The four above-mentioned courses given in the School for Advanced Studies at UNIBAN were:

1) Experimental and theoretical studies of didactical situations (October 2009) – given by Prof. Dr. Guy Brousseau (University of Bordeaux), winner of the Felix Klein Medal and other awards granted to him.
2) The theory of conceptual fields (August 2010) – given by Prof. Dr. Gérard Vergnaud (Paris 10 University) and emeritus researcher of the CNRS (National Centre for Scientific Research). Prof. Vergnaud's PhD thesis was supervised by Jean Piaget.
3) Design and engineering in didactics of mathematics (September 2010) – given by Prof. Dr. Michèle Artigue (Paris 7 University) and President of ICMI (International Commission for Mathematical Instruction) of the International Union of Mathematicians, winner of the Felix Klein Medal.
4) Introduction to the anthropological theory of didactics (March 2011) – given by Prof. Dr. Yves Chevallard (University of Aix-Marseille), winner of the Hans Freudenthal Medal.

In 2015, another School for Advanced Studies was held at the Federal University of Pernambuco, with a course given by Prof. Dr. Luc Trouche (École Normale Supérieure, Lyon) and coordinated by Franck Bellemain of the Graduate Program in Mathematics and Technological Education - EDUMATEC UFPE.

It is worth noting that the researchers involved in the cooperation projects presented above, as well as the Schools for Advanced Studies, have had a considerable influence on the production of knowledge in mathematics education, impacting the training of new teachers and post-graduates who have used the theoretical frameworks of DDM in their research studies.

Some of the students who obtained Master and PhD degrees are teachers in Brazilian public and private schools and they certainly have a positive impact on the classroom. We further note that, even if to a reduced extent, the French didactics is a reference in the official curricular documents and there are also textbooks that contain in their bibliography references to French didactics of mathematics research studies.

IREM in Brazil

In 2008, a head office of IREM Brazil was created at UNIBAN. It aims to disseminate knowledge in an environment of collaboration, to study phenomena related to mathematics teaching and learning, to be involved in the education of primary and lower secondary school mathematics teachers and to produce and disseminate educational materials built on the research results.

The activities carried out in IREM Brazil since its creation have always been funded by the Ministry of Education. Between 2008 and 2014, the following projects were developed:

- Academic project between UNIBAN and Federal University of Sergipe.
- Klein project in Portuguese.
- Research-based in-service education projects for primary and lower secondary school teachers dealing with various mathematical topics.

In 2015, three projects of in-service teacher education were in progress, one designed for teachers in the early years of elementary school, a second conducting research on the reconstruction of teaching practices and a third on the learning of probability and statistics concepts.

Influence of the didactics of mathematics in Brazil

In Table 1 below we present a non-exhaustive overview of the influence of the French didactics of mathematics in some Brazilian states. It is based on data gathered from researchers who refer to the didactics of mathematics as a theoretical underpinning of their research. As already mentioned, this picture is not exhaustive as not all requests have been answered.

For each university and federal institute of education, the following questions were asked:

a) Number of professors with a PhD obtained in France: a) full-time study; b) "sandwich", i.e., a scientific study in France (usually 6 months to 1 year); c) under a joint Brazilian-French supervision.
b) Number of professors referring to the didactics of mathematics in their research.
c) Master theses (defended) with elements of didactics of mathematics as part of the theoretical framework.
d) PhD theses (defended) with elements of didactics of mathematics as part of the theoretical framework.
e) Academic publications referring to the didactics of mathematics.
f) Joint publications with French researchers.
g) French researchers visiting Brazilian universities.
h) Number of course conclusion works using DDM as a theoretical framework.
i) Number of specialization courses using DDM as a theoretical framework.
j) French-Brazilian cooperation projects.
k) Number of professors having been post-doctoral fellows in France.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)	j)	k)
Universidade Federal do Rio Grande do Sul - RS	1	10	36	3	...	1	G. Vergnaud J.-B. Lagrange M. Artigue	...	...	5	...
Centre Universitario Franciscano - RS	...	1	1	...	4	...	J.-C. Régnier N. A. Régnier	...	...	...	...
Universidade Federal de Sergipe - SE	...	2	5	2	7	1	M. Rogalski J. Rogalski G. Brousseau	...	...	...	...

Universidade Estadual de Santa Cruz - BA	1	1	4	...	4	...	…	27	7	...	...
Universidade Federal da Bahia - BA	1	22	2	1	26	3	A. Bessot H. Chaachoua P. Clément C. Comiti	20	22	3	...
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - MS	3	3	48	10	56	6	G. Vergnaud H. Chaachoua	...	...	1	2
Universidade Federal de Santa Catarina - SC	3	3	18	7	51	3	R. Duval C. Dupuis M. A. Egret	23	8	1	...
IFC CE	...	2	...	...	4	...	...	...	...	...	...
Universidade Federal de São Carlos - SP	...	1	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - SP	2	7	130	65	230	...	G. Vergnaud G. Brousseau R. Douady M. Rogalski M.-J. Perrin-Glorian I. Bloch D. Grenier N. A. Régnier J.-C. Régnier R. Gras M. Bailleul N. Balacheff J.-L. Dorier J.-B. Lagrange M. Artigue	85	51	1	1
Universidade Federal de Pernabouco - PE	a) 6 b) 1	16	120	18	500	17	C. Comiti G. Vergnaud R. Douady M. Henry M. Rogalski H. Chaachoua J. Trgalová N. A. Régnier F. Vandebrouk L. Trouche	40	75	4	4
Universidade Federal Rural de Pernambouco - PE	a) 1 b) 1 c) 1	6	12	1	50	7	J.C.Régnier N.Acioly-Régnier	...	10	...	...
Universidade de Pernambouco - PE	1	2	...	...	20	...	...	10	3	...	...

Universidade Bandeirante de São Paulo - SP	2	6	36	15	262	6	G. Brousseau G. Vergnaud Y. Chevallard R. Duval A. Duval M. Rogalski J. Rogalski M. Artigue J. Trgalová M.-J. Perrin-Glorian E. Barbin A. Micali R. Guitart L. Trouche R. D'Enfert M. Moyon	...	...	1	2
Universidade Federal do Ceará - CE	...	4	15	8	15	...	...	2	...	...	2
Universidade de São Paulo - SP	1	1	13	1	61	3	...	2	...	...	1
Universidade de Brasília - DF											
Universidade Estadual Paulista - SP						2	J. Trgalová				

Table 1: Data from Brazilian universities and federal institutes of education

In Table 1, we can see that 18 public and private Brazilian universities and federal institutes in 8 states and the Federal District among the 27 states of the Brazilian Federation include researchers who develop their research using didactics of mathematics as a theoretical framework of reference. These data stress the importance of didactics of mathematics in the proposals and research projects in mathematics education in Brazil.

Dissemination in Brazil and in the Americas

Since 2000, the International Research Seminar in Mathematics Education - SIPEM has been organised in Brazil by the Brazilian Society of Mathematics Education – SBEM. Its goal is to bring together researchers in groups inspired by the ICME for a scientific debate. With the increasing number of researchers using the DDM as a theoretical reference, a group "Didactics of mathematics" was created in SIPEM in 2015 to discuss more specifically research mobilizing this reference.

After the approval of the group, the members of the group decided to organize the First Latin American Symposium on Didactics of Mathematics (LADIMA)[3]: theories and methods in didactics of mathematics, that will be held in Mato Grosso do Sul in November 2016.

We also emphasize that since 2009, a group of professors from the UNIBAN participates annually in the Latin American Meeting of Mathematics Education (RELME), which has enabled the discussion of Brazilian studies on mathematics education, in particular studies whose theoretical

[3] http://matematica.sistematuse.com.br

reference is the didactics of mathematics. Since the meetings are generally held in countries in the Americas, students from several states have participated in these meeting, in particular, students from the UNIBAN working with the framework of didactics of mathematics.

THE INFLUENCE OF THE COLLABORATION WITH BRAZIL ON THE FRENCH TRADITION IN DIDACTICS OF MATHEMATICS

This section shows that the influence of the Franco-Brazilian collaboration has not been unidirectional, but has strongly impacted upon the French didactics of mathematics as well as upon research in Brazil. Ethnomathematics, contributions to research on the integration of technology and comparative studies on mathematics teaching and learning in Brazil and in France are among the most influential elements of the bilateral collaboration. The next section describes these in some detail.

Ethnomathematics

The French tradition of research in mathematics education focuses on understanding the functioning of didactic systems and their actors, taking into account the institutional conditions and constraints that impose to them, in order to understand the sources of students' difficulties in learning mathematics, teachers' practices, and to search for more efficient teaching strategies. This research is accompanied by a deep reflection on mathematical knowledge, taking the mathematics of mathematicians ("savoir savant") and their practices as the main reference. As a consequence, until recently, rather few studies have examined the knowledge involved in social, professional or artisanal practices.

Ethnomathematics, introduced by Ubiratan D'Ambrosio in the 1970's, has opened avenues for studies of practices including a mathematical dimension beyond those usually acknowledged and valued, especially in Latin American and African cultures. Indeed, the development of the ethnomathematics field of research relies on "a broader concept of `ethno', to include all culturally identifiable groups with their jargons, codes, symbols, myths, and even specific ways of reasoning and inferring" (D'Ambrosio, 1997, p. 17). A number of French researchers (anthropologists, epistemologists, didacticians) are now active in this field, which evidences the undeniable influence of D'Ambrosio's work.

Brazilian contribution to the research on digital technology integration

Brazilian researchers are very active in the field of digital technology in mathematics education. An emblematic example are the studies of the use of dynamic geometry with Cabri-geometry software. The privileged relation of Brazilian researchers with the French team of the software designers resulted in the organization of the first international congress devoted to dynamic geometry in mathematics education, CabriWorld, in October 1999 in São Paulo.

From the rich scientific contribution in the field, let us mention for example the distinction between robust and soft constructions brought to the fore by Healy (2000), which has been since taken over in a number of French research studies (e.g., Laborde, 2005; Coutat, 2006, or Restrepo, 2008), or the human-with-media conceptual framework for reflecting on the role of information and communication technology in mathematics education elaborated by Borba and Villareal (2005) that

is becoming more and more influential in the French research, in particular in the field of distance education.

Comparative studies

The Franco-Brazilian collaboration has given rise to a number of comparative studies in mathematics education, which resulted in the identification of conditions and constraints within which the teaching and learning of mathematics takes place and understanding their origins and evolutions. In addition to doctoral theses with a comparative dimension carried out mostly by Brazilian doctoral students (e.g., Juvencio de Araujo in 2009, Faria in 2010, or Bastos in 2014 – see Annex), joint research studies with comparatist objectives have been carried out to investigate, for example, the issue of secondary – tertiary transition in the domain of functions (Alves Diaz, Artigue, Jahn, & Campos, 2010) and the teaching and learning of the concept of area (Bellemain, Bronner, & Larguier, 2013). The French Groupe d'Histoire et Diffusion des Sciences d'Orsay (Science History and Dissemination Group at Orsay) organized, in 2013 at the University Paris Sud – Orsay, a two-day workshop focusing on mathematics teaching at primary level in the 19th and 20th centuries in Brazil and in France[4]. Such comparative studies, by pointing out the differences in educational cultures of both countries, help us better understand the reasons behind curricular choices and, consequently, the flexibilities in each educational system.

CONCLUDING REMARKS AND PERSPECTIVES

This brief overview of the collaboration of Brazil and France in mathematics education shows a mutual contribution both parties benefit from. In particular, the influence of the didactics of mathematics in Brazil shows that the support of French researchers has helped in training researchers, creating doctoral schools, producing new knowledge in the field and disseminating the results of such research both in Brazil and abroad. Conversely, the French didactics has also been enriched by this collaboration, for example by better taking into account aspects related to the socio-cultural dimension of mathematics education. There are certainly many other places, not here reported, that would evidence the mutual influence of the research in mathematics education in both countries.

The fruitful Franco-Brazilian collaboration has a number of opportunities to continue to thrive. Five out of seven key speakers at the First Latin American Symposium on Didactics of Mathematics (LADIMA) to be held in Mato Grosso do Sul in November 2016 are French scholars representing the main trends in the French research in mathematics education. Four Brazilian students are engaged in their doctoral studies in the French universities, deepening scientific relationships between their home and host institutions. A new project proposal submitted to the CAPES-COFECUB programme is under evaluation.

We have to acknowledge that research and actions with students and teachers both in post-graduate pre-service and in-service teacher education have only been possible thanks to the strong support of the Ministry of Education.

[4]http://www.ghdso.u-psud.fr/cms/index.php/seminaires-colloques-journees-d-etude/l-enseignement-des-mathematiques-a-l-ecole-primaire-xixe-xxe-siecle

ACKNOWLEDGMENTS

We are thankful to all our colleagues who provided information that greatly contributed to the overview presented in the paper. We are also grateful to Michèle Artigue for her comments on earlier versions of the text and to Lulu Healy for her careful revisions; they both helped the paper improve significantly.

REFERENCES

Alves Dias, M., Artigue, M., Jahn, A.P., & Campos, T. (2010). A comparative study of the secondary-tertiary transition. In, Pinto M.F. & Kawasaki T.F. (Eds.), *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 129-136). Belo Horizonte, Brazil.

Bellemain, P. M. B., Bronner, A., & Larguier, m. (2013). Étude comparative de la reprise de l'enseignement de l'aire en classe de sixième en France et au Brésil. In *Actes du 4e congrès international sur la Théorie Anthropologique du Didactique*, Toulouse, France.

Borba, M. C., & Villareal, M. E. (2005). *Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: Information and Communication Technologies, Modeling, Visualization and Experimentation*. Springer-Verlag US.

Coutat, S. (2006). *Intégration de la géométrie dynamique dans l'enseignement de la géométrie pour favoriser une liaison école primaire-collège : une ingénierie au collège sur la notion de propriété*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble I.

D'Ambrosio, U. (1997). Ethnomathematics and its address in the history and pedagogy of mathematics. In Powell, A. B. and Frankenstein, M. (Eds.) *Ethnomathematics. Challenging Eurocentrism in Mathematics Education* (pp. 13-24), State University of New York Press, Albany NY.

Healy, L. (2000). Identifying and explaining geometric relationship: interactions with robust and soft Cabri constructions. In *Proceedings of the 24th conference of the IGPME*, (Vol. 1, pp. 103–117) Hiroshima, Japan.

Laborde, C. (2005). Robust and soft constructions: two sides of the use of dynamic geometry environments. In *Proceedings of the 10th Asian Technology Conference in Mathematics* (pp. 22-35), Korea National University of Education.

Restrepo, A. M. (2008). Genèse instrumentale du déplacement en géométrie dynamique chez des élèves en 6ème. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble I.

Annex

List of PhD degrees obtained by Brazilian researchers in France

Título of the doctoral dissertation	University where the PhD was obtained	Doctoral student	Supervisor	Current position of the doctor in Brazil
Sur le radical d'une algèbre non-associative (1979)	Université Montpellier II	Tânia Maria Mendonça Campos	Artibano Micali	Universidade Bandeirante de São Paulo (UNIBAN)
Psychogenèse et apprentissage du concept de multiple (1985)	Université René Descartes – Paris 5	Esther Grossi	Gérard Vergnaud	
Réprésentation des corps ronds dans l'enseignement de la géométrie au collège: pratiques d'élèves, analyses de livres (1991)	Université Montpellier II	Luiz Carlos Pais	Gérald Audibert	Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)
Apprentissage des problèmes additifs et comprehension de texte (1992)	Université Louis Pasteur, Strasbourg	Regina Flemming Damm	Raymond Duval	Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)
Représentation du problème, écriture de formules et guidage dans le passage de l'arithmétique à l'algèbre (1992)	Université René Descartes Paris 5	Jorge Tarcísio da Rocha Falcão	Gérard Vergnaud	Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN)
L'exploitation des analyses factorielles en didactique des mathématiques (1992)	Université de Strasbourg	Méricles Thadeu Moretti	François Pluvinage	Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)
L´ordinateur: outil d´aide à la demonstration et de traitement de données didactiques (1992)	Université de Rennes I	Saddo Ag Almouloud	Régis Gras	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)
Conception, réalisation et utilisation d'un logiciel d'aide à l'enseignement de la géométrie : Cabri-géomètre (1992)	Université Joseph Fourier Grenoble I	Franck Gilbert René Bellemain	Colette Laborde	Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
L'activité de validation lors du passage de l'arithmétique à l'algèbre: une étude des types de preuves produites par de élèves de collège/lycée (1993)	Université Montpellier II	José Luiz Magalhães de Freitas	Sylvette Maury	Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)
La juste mesure, une étude des compétences mathématiques de travailleurs de la canne à sucre du nordeste du Brésil dans le domaine de la mesure (1994)	Université René Descartes Paris 5	Nadja Maria Acioly	Gerard Vergnaud	Université de Lyon 1, ESPE
Le rapport au savoir de l'enseignant de mathématiques en situation didactique: une approche par l'analyse de son discours (1995)	Université de Nanterre Paris 10	Marcelo Câmara dos Santos	Claudine Blanchard Laville	Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surfaces planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège (1996)	Université Joseph Fourier Grenoble I	Paula Moreira Baltar Bellemain	Claude Comiti	Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
Les représentations des mathématiques et de leur enseignement: l'exemple des pourcentages (1997)	Université René Descartes Paris 5	Lícia de Souza Leão Maia	Gerard Vergnaud	Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
Des transformations des figures	Université Joseph	Ana Paula	Colette	Universidade de São

aux transformations ponctuelles: étude d'une séquence d'enseignement avec Cabri-géomètre (1998)	Fourier Grenoble I	Jahn	Laborde	Paulo (USP)
Les vecteurs dans l'enseignement secondaire. Une analyse en termes d'outil et d'objet. Étude de difficultés d'élèves dans deux environnements: Cabri-géomètre et papier crayon (1998)	Université Joseph Fourier Grenoble I	Marilena Bittar	Colette Laborde	Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)
Les problèmes d'articulation entre points de vue "cartésien" et "paramétrique" dans l'enseignement de l'álgèbre linéaire (1998)	Université Denis Diderot - Paris 7	Marlene Alves Dias	Michèle Artigue	Universidade Bandeirante de São Paulo (UNIBAN)
Développement conceptuel consécutif à l'activité instrumentée - L'utilisation d'un système de géométrie dynamique au collège (1999)	Université Paris Descartes Paris 5	Alex Sandro Gomes	Gerard Vergnaud	Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
Jeux de société et activité mathématique chez l'enfant (1999)	Université Paris Nord	Cristiano Alberto Muniz	Gilles Brougière	Universidade de Brasília (UNB)
Introduction aux situations aléatoires dès le Collège: de la modélisation à la simulation d'expériences de Bernoulli dans l'environnement informatique (2001)	Université Joseph Fourier Grenoble I	Cileda de Queiroz e Silva Coutinho	Colette Laborde	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)
Les caractérisations des coniques avec Cabri-géomètre en formation continue d'enseignants : étude d'une séquence d'activités et conception d'un hyperdocument interactif (2001)	Université Joseph Fourier Grenoble I	Vincenzo Bongiovanni	Colette Laborde, Michel Guillerault	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP)
Le sort des problèmes de construction dans le contexte français de l'enseignement des transformations géométriques au lycée dans les années 1990 (2001)	Université Joseph Fourier Grenoble I	Neri Both Carvalho	Madeleine Eberhard	Universidade Federal de San Carlos (UFSC)
Le rapport au symbolisme algébrique : une approche didactique et épistémologique (2003)	Université Denis Diderot - Paris 7	Caroline Bardini	Michèle Artigue	University of Melbourne
Enseignement et apprentissage des intégrales multiples: analyse didactique intégrant l'usage du logiciel Maple (2006)	Université Joseph Fourier Grenoble I	Afonso Henriques	Jean-Luc Dorier	Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC)
De la modélisation de connaissances des élèves aux décisions didactiques des professeurs. Étude didactique dans le cas de la symétrie orthogonale (2006)	Université Joseph Fourier Grenoble I	Iranete Maria da Silva Lima	Nicolas Balacheff, Jana Trgalová	Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
O ensino de álgebra no Brasil e na França: estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da Teoria Antropológica do Didático (2009)	Université Joseph Fourier Grenoble I (UJF) ("sandwich")	Abraão Juvencio de Araujo	Marcelo Câmara dos Santos (UFPE) Hamid Chaachoua	Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

			(UJF)	
Etude des rôles réciproques du numérique-algébrique et du géométrique dans l'enseignement mathématique secondaire. Cas des systèmes éducatifs brésiliens et français (2010)	Université de Montpellier II	Luiz Marcio Santos Faria	Alain Bronner	Universidade Federal da Bahia (UFBA)
Les concepts de mesures de tendance centrale et de dispersion dans la formation statistique en lycée au Brésil et en France. Approche exploratoire dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique et de la théorie de champs conceptuels (2013)	Université Lumière Lyon 2 (UL2) And Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE) (joint supervision)	Vladimir Lira Veras Xavier de Andrade	Jean-Claude Régnier (UL2) and Anna Paula de Avelar Brito Lima (UFRPE)	Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE)
Profissionalidade docente: um estudo sobre as representações sociais de competência para ensinar matemática de professores brasileiros e franceses (2014)	Université Claude Bernard Lyon 1 (UCBL) and UFPE (joint supervision)	Elisângela Bastos de Melo Espíndola	Lícia de Souza Leão Maia (UFPE) Luc Trouche, Jana Trgalová (UCBL)	Universidade de Pernambuco (UPE)

List of Brazilian students currently engaged in doctoral studies in France

Título of the doctoral dissertation	University	Doctoral student	Supervisor	Modality
Etude des effets des changements curriculaires en mathématiques sur le travail documentaire des enseignants, à travers le suivi d'une ressource : le cas du manuel de l'association Sésamath, de sa conception à ses usages (sincce 2015)	Ecole normale supérieure de Lyon	Katiane de Rocha	Luc Trouche	Full time
Digital serious game for the development of creative mathematical thinking (since 2014)	Université Claude Bernard Lyon 1	Pedro Lealdino Filho	Christian Mercat	Full time
A modelagem matemática sob a perspectiva de dialética ferramenta-objeto no estudo das equações diferenciais ordinárias (2016)	Universidade Estadual de Maringuá (UEM) Université Claude Bernard Lyon 1 (UCBL)	Michele Carvalho de Barros	Lilian Akemi Kato (UEM) Jana Trgalová (UCBL)	"sandwich"
Orchestrations des situations d'apprentissage des mathématiques et analyse réflexive des enseignants sur ces orchestrations (since 2016)	Universidade Federal de Pernambouco (UFPE) Ecole Normale Supérieure de Lyon (ENSL)	Rosilangela Lucena	Franck Bellemain (UFPE) Luc Trouche (ENSL)	Joint supervision

COLLABORATION DIDACTIQUE ENTRE FRANCE ET CHILI

Alain Kuzniak*, Jorge Soto-Andrade**

Université Paris Diderot- Paris 7 (France)*, Universidad de Chile (Chile)**

Résumé. Depuis le début des années 70, les relations entre le Chili et la France sont étroites dans le domaine de l'enseignement des mathématiques. Initialement, plutôt orientées vers le développement et la mise en place de situations d'enseignement des mathématiques dans les classes, les interactions entre les deux pays se sont élargies et étendues à la recherche en didactique. Elles se sont, tout d'abord, appuyées sur les travaux de thèses de chercheuses ayant effectué leurs recherches hors du Chili et ayant utilisé des théories de la didactique française (Théorie des Situations Didactiques (TSD), Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) et Registres de représentation sémiotique). Elles s'appuient aujourd'hui sur un important réseau de jeunes chercheurs chiliens ayant pu suivre leur master ou leur doctorat en France ou dans un pays ibéro-américain. L'ouverture de tous ces chercheurs à des courants de recherche divers est, selon nous, propice au développement d'une mise en réseau de cadres méthodologiques et théoriques entre les deux pays à condition que les chercheurs français continuent à s'impliquer dans des projets de recherche bilatéraux.

Abstract: Since the beginning of the 70s, close relationships have existed between Chile and France in the domain of mathematics education. Initially more oriented towards the implementation of teaching sessions in the classroom during the "New Math" period, both countries have then developed common investigations in the didactics of mathematics. These were initially based on Ph.D. theses written by Chilean researchers abroad and using theories French didactic theories (Theory of Didactical Situations (TDS), Anthropological Theory of the Didactic (ADT) and Semiotic registers). They rely today on an important network of young Chilean researchers having prepared their Master or Ph.D. theses in France and Ibero-American countries. In our view, the openness of these researchers to a variety of research lines favours the development of a rich network of theoretical frameworks and methodologies between both countries, provided that French researchers continue to engage in bilateral projects.

INTRODUCTION

Les relations et collaborations entre la France et le Chili dans le domaine de l'enseignement et de la didactique des mathématiques sont régulières entre les deux pays depuis les années 70. Elles ont longtemps revêtu deux aspects complémentaires et qui, dans les faits, se sont parfois avérés disjoints : d'une part, un ensemble d'actions tournées vers l'enseignement et la formation des enseignants et, d'autre part, une orientation vers la recherche en didactique des mathématiques. Il est possible de distinguer trois phases principales dans le développement de ces interactions. La phase d'émergence, à l'époque de la réforme des mathématiques modernes, est portée par des relations individuelles, par l'INRP (Institut National de Recherche Pédagogique), et elle bénéficie du soutien de l'Ambassade de France. La seconde phase s'appuie sur des chercheurs chiliens ayant effectué leur thèse à l'étranger du temps de la dictature et qui, à leur retour au Chili, se sont engagés

dans des projets éducatif de relativement grande ampleur soutenus par le Ministère de l'Éducation. La dernière phase, plus récente, est caractérisée par le développement d'un enseignement universitaire de la didactique au Chili porté par de jeunes docteurs dont certains ont fait leurs études en France.

L'ensemble de ces activités et de ces relations s'inscrit dans une politique chilienne de l'éducation ambitieuse dans ses moyens et très ouverte sur les apports extérieurs. Nous centrerons naturellement notre contribution sur les relations entre le Chili et la France, mais celles-ci ne représentent qu'une petite partie de l'ensemble des interactions qu'entretient la didactique chilienne avec la communauté internationale. De fait, une caractéristique des chercheurs chiliens est leur grande ouverture aux courants didactiques les plus variés, ce qui induit parfois une posture plutôt éclectique mais, le plus souvent, cette ouverture est une source d'échanges fructueux entre cadres théoriques et méthodologiques différents.

DES INTERACTIONS NOMBREUSES EN RELATION AVEC DES PROGRAMMES D'ENSEIGNEMENT ET DE FORMATION DES ENSEIGNANTS

Grâce à Grecia Gálvez, Silvia Navarro et Ismenia Guzmán, nous avons pu recueillir un certain nombre de faits témoignant des longues relations entre le Chili et la France dans le domaine de l'enseignement des mathématiques et de la didactique des mathématiques. Dans les années 70, ces relations se sont d'abord appuyées sur la politique de coopération menée par l'Ambassade de France qui disposait alors d'un Bureau Pédagogique avec de jeunes enseignants effectuant leur service militaire en coopération. C'est ainsi que, dans les années 1971 à 1976, Jean-Marie Boe et Pierre Marait collaborèrent avec le CPEIP (Centro de Perfeccionamiento e Investigaciones Pedagógicas) du MINEDUC (Ministerio de Educación) et aussi avec l'École de Psychologie de l'Université Catholique du Chili, avec les étudiants de Grecia Galvez. Dans ce cadre, Boe participa notamment à un projet sur l'usage du matériel didactique si spécifique de l'enseignement des mathématiques modernes. Dans le même temps, des chercheurs français (le psychologue Pierre Gréco, le didacticien Jacques Colomb…) ont fait des cours et une recherche fut menée, parallèlement, entre l'INRP et le CPEIP chilien avec Silvia Navarro.

Plus tard, au début des années 90, lors du retour à la démocratie, l'Ambassade de France est redevenue très favorable à la collaboration avec le gouvernement récemment élu. De nouveaux programmes orientés vers les écoles, l'enseignement et la formation initiale et continue des enseignants, ont alors vu le jour, comme le *Programme MECE* (MEjoramiento de la Calidad de la Educación : Amélioration de la Qualité de l'Éducation) et le *Programme des 900 écoles*. Ce dernier programme concernait les écoles primaires les plus vulnérables du pays ; il s'adressait aux 10% des écoles les plus pauvres et les moins performantes du pays. Il visait à améliorer les compétences des enseignants de ces écoles, en mathématiques mais aussi en espagnol. Un travail de longue haleine (1990–2006), axé sur la résolution de problèmes, a alors été entrepris. En particulier, il prônait l'emploi de matériel concret, la pratique du calcul mental, l'usage de calculatrices de poche et la participation à des olympiades mathématiques réservées à ces écoles. Ce programme a bénéficié du concours de Grecia Gálvez et, entre autres, de la collaboration de Guy Brousseau et Catherine Houdement en mathématiques, dont les visites au Chili furent financées par plusieurs sources, notamment le MINEDUC et l'Ambassade de France.

Parmi d'autres initiatives lancées par le MINEDUC, il faut aussi citer le développement d'unités didactiques du programme LEM (Lecture–Écriture–Mathématiques) par une équipe mixte MINEDUC – Université de Santiago du Chile, initiative coordonnée par Lorena Espinoza, également avec le concours de Guy Brousseau.

On assiste aussi, au début des années 90, à une tentative de développement d'une version chilienne du livre *Objectif Calcul*, avec le concours de Catherine Houdement et de membres de l'INRP, le support de l'Ambassade de France et des éditions Hatier. Cet ouvrage ne fut finalement pas accrédité par le gouvernement chilien du fait, pour certains, de son coût, ou, pour d'autres, d'une distance un peu trop grande avec la réalité de l'enseignement chilien et d'une surestimation du niveau réel des enseignants et des élèves de l'époque.

Durant quatre années, à partir de 1994, un ensemble de professeurs chiliens du secondaire a aussi pu effectuer de longs séjours (six mois) à Toulouse, sous la direction de Michel Carral. Ces séjours furent axés sur l'enseignement de la géométrie à l'aide du logiciel Cabri Géomètre, dont l'inventeur, Jean-Marie Laborde, a aussi été invité au Chili à cette époque. Ultérieurement, entre 2006 et 2010, des professeurs en formation initiale ont également bénéficié de ces stages.

Lancé par le MINEDUC et financé par des prêts de la Banque Mondiale s'étalant sur trois périodes depuis 1999, le projet MECESUP mérite aussi d'être signalé. Il vise l'égalité des étudiants par l'amélioration de la qualité de l'enseignement tertiaire et il concerne, en particulier, la qualité de la formation initiale des maîtres. Dans le cadre de ce projet, le Directeur du Département d'Études Pédagogiques (DEP) de l'Université du Chili, Lino Cubillos, a pu visiter en 2010 le Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR) de l'Université Paris–Diderot ainsi que l'Institut Universitaire de Formation des Maîtres (IUFM) de Bordeaux. Ce séjour a eu ensuite une influence sur l'enseignement de la didactique des mathématiques au DEP.

Pendant toute la période qui suit la dictature, c'est la conjugaison de plusieurs sources de financement (chiliennes et françaises) qui a rendu possible les coopérations mentionnées. Les contacts personnels ont joué un rôle clé pour le choix des experts à inviter et la planification de leurs activités de manière à tirer le plus de bénéfice de leurs brefs séjours dans le pays. Il faut souligner qu'il est impossible de résumer l'influence de la didactique française aux seules relations avec la France, car l'influence du monde ibéro-américain est de fait fort importante dans un contexte de relations qui ne sont pas simplement bilatérales.

DES THÈSES EMBLÉMATIQUES ASSOCIÉES A DES PROGRAMMES DE FORMATION

Parallèlement à ces actions de formation, une collaboration plus axée sur la recherche en didactique des mathématiques a pu se mettre en place. Elle est essentiellement due aux travaux de thèse de Grecia Gálvez (Cinvestav, Mexique), Ismenia Guzmán (Université Louis Pasteur de Strasbourg, France) et Lorena Espinoza (Universidad Autónoma de Barcelona, Espagne) dont nous allons présenter quelques éléments.

Grecia Gálvez, exilée au Mexique pendant la dictature de Pinochet, a bénéficié de la coopération franco–mexicaine, pour faire sa thèse au Cinvestav à Mexico en 1985, sous la direction de Guy Brousseau. Son travail portait sur l'apprentissage de l'orientation en milieu urbain et, pour cela, Grecia Gálvez a travaillé avec des enfants de la fin de l'enseignement primaire qui devaient faire et

interpréter des cartes concernant l'environnement proche de leur école avec un réseau de rues pratiquement « cartésien ». Ce travail s'appuyait sur la théorie des situations didactiques avec des situations d'action, de formulation et de validation. Ainsi, par exemple, des élèves devaient produire une carte de leur environnement quotidien qu'il était possible de valider en s'assurant que les utilisateurs de la carte arrivaient au même endroit que celui prévu par les dessinateurs. D'un point de vue théorique, ce travail a permis d'introduire une distinction entre micro, méso y macro espaces. Cette distinction a servi d'appui par la suite à de nombreux travaux de didactique de la géométrie dont ceux de Berthelot et Salin (1992).

Ismenia Guzmán, a effectué, elle, sa thèse à l'université Louis Pasteur de Strasbourg (1990) sous la direction de François Pluvinage et Raymond Duval. Cette thèse, pionnière en ce domaine, portait sur le rôle des représentations sémiotiques dans l'apprentissage de la notion de fonction, en classe de troisième. Elle a notamment permis de préciser les notions de conversion et de congruence sémiotique entre registres. En s'appuyant sur la notion de registre de représentation sémiotique, I. Guzmán a pu mettre en évidence l'importance de prendre en compte plusieurs types de registres de représentation (graphique, algébrique, tableau) pour élaborer une classification des productions et des difficultés des élèves. Elle a pu dégager une sorte de compartimentage du travail des élèves qui traitaient les problèmes dans un seul registre.

Lorena Espinoza a rencontré Josep Gascón et Marianna Bosch à l'Université Autonome de Barcelone lorsqu'elle faisait ses études de Master en Didactique des Mathématiques, en 1994. Elle a ensuite poursuivi son travail de thèse doctorale sous la direction de Carmen Azcárate en abordant le problème de l'activité des professeurs lors de l'enseignement de la notion de limite au lycée dans la perspective de la TAD (Espinoza 1998). La collaboration avec Josep Gascón et Marianna Bosch a continué et donné lieu à deux articles sur l'utilisation du modèle des moments didactiques pour l'analyse des activités de classe (Espinoza, Bosch, Gascón 2003 ; Barbé, Bosch, Espinoza, Gascón 2005).

A leur retour au Chili, et avec la lente fin de la dictature, ces trois chercheuses s'engagèrent dans des voies différentes. Grecia Gálvez, recrutée par le MINEDUC en 1990, a développé des programmes dans le cadre du Ministère de l'Éducation comme le Programme des 900 écoles dont nous avons parlé plus haut.

Ismenia Guzmán a retrouvé son poste dans le département de mathématiques de l'Université Pontificale Catholique de Valparaiso. C'est la seule université où un enseignement de didactique a ainsi pu être donné dans le cadre d'un magistère de formation des enseignants (Magister en didactique des mathématiques), La création en 1995 de cet enseignement pionnier au Chili fut essentiellement son œuvre. C'est dans ce cadre qu'il lui fut notamment possible d'enseigner des éléments de la TSD, la transposition didactique, et surtout de mobiliser l'usage des registres de représentation sémiotiques dans les travaux de ses étudiants.

Après son retour au Chili, à l'Université de Santiago du Chili à Santiago, Lorena Espinoza a continué à travailler en relation avec le groupe espagnol (M Barianna Bosch, Josep Gascón et Thomas Sierra) et elle a initié en 2004 un travail étroit de coopération avec Guy Brousseau pour l'implémentation d'un important projet de recherche et développement soutenu par le gouvernement chilien sur l'enseignement des mathématiques et la formation des professeurs tout au

long de l'éducation obligatoire. Le projet LEM (Lectura-Escritura-Matemáticas) s'est très vite étendu à 800 écoles considérées comme « vulnérables », engageant ainsi 200 000 élèves de différentes régions du pays. La production d'ingénieries didactiques adaptées à partir de matériaux élaborés à l'école Michelet associée au Centre d'Observation et de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques) fondé par Guy Brousseau (http://guy-brousseau.com/le-corem) a permis un travail d'articulation de la TSD et de la TAD, en lien direct avec le terrain.

Depuis 2009, l'équipe de Lorena Espinoza a implanté à l'Université Santiago de Chile (USACH) un centre de recherche et développement appelé Centro Felix Klein qui continue l'œuvre initiée avec le projet LEM (http://www.centrofelixklein.cl/).

LES PROJETS ECOS-SUD-CONICYT ET LA RECHERCHE EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

A partir des années 2000, la collaboration scientifique entre les deux pays s'est appuyée également sur des projets de recherche en didactique financés par le programme ECOS-Sud-Conicyt et sur des bourses de thèses en France accordées par le gouvernement chilien.

Le projet ECOS 2003-2005 sur l'enseignement de la géométrie dans les deux pays.

Ce programme, initié par Ismenia Guzmán et Lidia Consigliere de la PUC de Valparaiso, a été développé en collaboration avec des chercheurs de l'équipe Didirem à Paris (Corine Castela, Catherine Houdement, Alain Kuzniak) et de l'université Louis Pasteur à Strasbourg (Jean-Claude Rauscher). Il se proposait de comparer les approches de l'enseignement de la géométrie à la fin de la scolarité obligatoire sur des notions particulières comme les grandeurs inaccessibles ou sur l'introduction et l'usage de théorèmes comme le théorème de Pythagore. Il a notamment permis de préciser le rôle des paradigmes géométriques et le cadre méthodologique et théorique des Espaces de Travail Géometrique (Houdement et Kuzniak 2006). En s'appuyant sur ces deux outils, il a été possible de développer une approche comparative fine des ressemblances et différences entre l'enseignement de la géométrie à la fin de la scolarité obligatoire dans les deux pays (Castela et al. 2006, Castela et Houdement 2006). Il a été ainsi mis en évidence que l'approche chilienne reposait, de manière assumée, sur une forme de géométrie naturelle (paradigme GI) avec des mesures sur les figures, un travail sur l'approximation dû à ces mesures…, tandis que l'enseignement français privilégiait un enseignement s'intégrant dans une géométrie euclidienne proto-axiomatique (GII) avec une première découverte des théorèmes systématiquement basée sur des mesures sur des figures (GI). Cette recherche se différenciait des grandes études internationales à large échelle, à la fois bien sûr dans son étendue, bien plus restreinte, mais surtout par une approche plus didactique des phénomènes observés, approche rejetant les évaluations a priori hiérarchisantes. Elle est ainsi proche d'autres études comparatives bilatérales qui étudient de manière approfondie certains contenus disciplinaires.

Le projet ECOS 2014-2016 sur l'enseignement de l'analyse dans les deux pays

Ce projet, en cours, où collaborent des chercheurs du LDAR de l'université Paris Diderot (Alain Kuzniak, Laurent Vivier) et de l'équipe de didactique des mathématiques de la PUC de Valparaiso (Elizabeth Montoya-Delgadillo, Arturo et Jaime Mena) se propose d'étudier « Les Espaces de Travail Mathématique (ETM) de l'analyse pour les enseignants de mathématiques au Chili et en France » (http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/~ecosetma/). Comme son nom l'indique, le projet a

pour but d'identifier les ETM particuliers aux deux pays dans le domaine de l'analyse. Au delà de la mise en évidence des différences existant entre les deux pays, il se propose aussi de développer des ingénieries de formation s'appuyant sur des questions de modélisation et sur l'usage des logiciels dans l'approche des fonctions classiques comme les fonctions exponentielles. Comme résultats notables de ce projet en cours, on peut déjà signaler une explicitation des paradigmes de l'analyse mis en jeu dans l'enseignement (Analyse arithmético-géométrique, Analyse algébrique, Analyse réelle) et des relations entre ces paradigmes et les différentes formes de travail dans ce domaine (Montoya-Delgadillo et Vivier, 2016 ; Kuzniak et al. 2016). En liaison avec ce programme, une thèse est en préparation (Romina Menares) sur l'importance des connaissances sur les fonctions continues pour la formation des professeurs même quand celles-ci ne font pas l'objet d'un enseignement explicite au lycée, comme c'est le cas au Chili. Ce programme a aussi permis des séjours d'un mois de doctorantes (Carolina Henriquez et Charlotte Derouet)

IMPORTANCE DES DOCTORATS DANS LE DEVELOPPEMENT DES RELATIONS ENTRE LES DEUX PAYS

Doctorat en didactique des mathématiques en France

Depuis le milieu des année 2000, un certain nombre d'étudiants ont pu venir suivre un master ou effectuer leur thèse en France[1]. Dans la période récente, plusieurs thèses de doctorat ont ainsi été soutenues en France, à l'université de Grenoble (Ximena Colipan 2014), à l'université Paris Diderot – Paris 7 (Elizabeth Montoya 2010, Raquel Barrera 2012, Carolina Ruminot 2014), à l'université de Montpellier (Nathalie *Anwandter 2012)*... Il faut noter ici le rôle particulier et important de Jorge Soto–Andrade qui fut à l'initiative de la venue de deux de ses étudiantes à Paris (Raquel Barrera et Carolina Ruminot). Jorge Soto–Andrade joue un rôle original et nécessaire dans la porosité didactique entre les deux pays ; il a en effet participé à divers colloques et écoles d'été (Soto–Andrade, 2011, 2012) et publié dans des revues françaises des articles sur la question de la métaphorisation dans l'enseignement (Soto–Andrade, 2006, 2015).

Elizabeth Montoya a obtenu à son retour au Chili un poste à la PUC de Valparaiso. Sa thèse, dirigée par Corine Castela et Alain Kuzniak, traitait du double changement de posture que doivent adopter les enseignants de mathématiques pour devenir étudiant et enseignant. A la PUC de Valparaiso, elle continue le travail d'Ismenia Guzmán en présentant certains cadres de la didactique française et en participant à son développement, notamment dans le cadre du projet ECOS précité ainsi que dans le cadre d'un tout nouveau doctorat de didactique. Elle est notamment à l'initiative de journées de didactique thématiques qui attirent les étudiants et les professeurs de tout le pays.

Développement d'un doctorat de didactique des mathématiques au Chili

Porté par Arturo Mena et Jaime Mena, le premier (et actuellement le seul au Chili) doctorat en didactique des mathématiques a été accrédité en 2012 à la PUC de Valparaiso. Ce projet a été rendu possible grâce au soutien de différentes universités notamment latino-américaines mais aussi avec le soutien de l'université Paris Diderot –Paris 7. Il permet désormais aux étudiants chiliens de s'engager dans un doctorat de didactique des mathématiques sans nécessairement le suivre dans un

1D'après une estimation d'Elizabeth Montoya, 33 étudiants seraient ou auraient été concernés par ces programmes de bourses en France !

autre pays. Chaque étudiant est encadré à la fois par un chercheur en poste au Chili et par un chercheur étranger. Cette création d'un doctorat s'est aussi accompagnée du recrutement d'enseignants-chercheurs. Ce phénomène de recrutement est par ailleurs assez général dans le pays où de nombreux postes d'enseignant-chercheur et de post-doc ont été ouverts récemment. La plupart de ces postes ont été pourvus par des chercheurs ayant effectué leur doctorat dans des universités ibero-américaines. De ce fait, il nous semble que l'influence française s'inscrit actuellement nécessairement dans des interactions avec d'autres cadres théoriques. Chaque nouveau chercheur arrive avec sa propre culture et son cadre théorique spécifique : socio-épistémologie, APOS (Action–Processus–Objet– Schéma), MTSK (Mathematics Teacher's Specialized Knowledge), metaphorisation, énaction, approche onto-sémiotique. Les cadres classiques de la didactique française (TSD, TAD, registres de représentation sémiotique...) restent connus même si, à notre connaissance, il n'y a pas de travaux de thèses, en cours au Chili, s'appuyant prioritairement sur eux. Par contre, certains outils issus de ces théories sont utilisés donnant ainsi naissance à des échanges et combinaisons avec les autres cadres théoriques utilisés. Dans cet ensemble, mais nous n'avons pas une vision exhaustive de la situation, les ETM font l'objet d'une étude et d'un développement intéressant et original (Henriquez et Montoya 2015, Mena et Montoya 2016, etc.). Ceci est bien sûr lié au projet ECOS et aux thèses réalisées en France, ou co-encadrées au Chili, dont on ne soulignera jamais assez l'importance pour le développement sur le long terme de relations profondes entre les différents pays concernés.

Comme nous l'avons indiqué, il nous semble que l'influence de la didactique française est aujourd'hui moins facilement identifiable car fortement reliée aux interactions avec d'autres approches théoriques. Ceci est lié aux recrutements que nous avons signalés plus haut, les nouveaux professeurs donnent un enseignement sur les cadres qu'ils ont utilisés pour leur thèse. Mais cette relative diminution de l'influence française est aussi liée au développement de recherches dans des domaines où la France a jusqu'à présent été peu présente comme les travaux sur la modélisation et les travaux interdisciplinaires autour des sciences, des technologies, de l'ingénierie et des mathématiques (STEM)[2]. Il faut également signaler l'impact très fort des « Lesson Studies » porté par un très important investissement financier et humain du Japon en ce domaine.

PERSPECTIVES

Les chercheurs chiliens restent demandeurs d'échanges avec la France et, chaque année, des étudiants postulent pour obtenir des bourses du gouvernement chilien pour suivre un master ou un doctorat en didactique des mathématiques dans une université française. Ces bourses bien dotées permettent même, dans certains cas, de suivre un premier semestre entièrement consacré à l'acquisition d'une meilleure maîtrise du français. A l'inverse, mis à part l'exemple de Simon Modeste, peu de chercheurs français ont souhaité bénéficier des possibilités offertes par les universités chiliennes (post-docs, postes, séjours de recherche).

Parmi les projets conjoints dont nous avons eu connaissance, figure en première place l'avancée des travaux autour des ETM, et plus généralement du travail mathématique, avec les équipes du LDAR

2 Notons cependant le post-doc de Simon Modeste au CMM, Centro de Modelamiento Matemático, et au CIAE, Centro de Investigación Avanzada en Educación, deux centres dépendant de l'Université du Chili.

à Paris et de l'Institut de Mathématiques (IMA) à la PUC de Valparaiso. Cette université devrait accueillir, en 2018, le symposium ETM6 consacré aux recherches pouvant éclairer la question du travail mathématique dans la scolarité obligatoire. Il est important de rappeler que ces symposiums ne supposent a priori pas l'usage d'un cadre théorique imposé mais qu'ils tendent justement à favoriser les échanges entre cadres théoriques.

Le CIAE de l'Université du Chili cherche également à développer des recherches communes avec des équipes françaises autour de la question de la modélisation en essayant notamment de voir son impact dans l'apprentissage des disciplines et des mathématiques, en particulier. Roberto Araya a ainsi pu présenter ses travaux à l'université Paris-Diderot (2015) et, en retour, Alain Kuzniak et Laurent Vivier ont participé à deux journées d'étude, soutenues par l'ambassade de France au Chili (2016).

La richesse et la variété des cadres théoriques utilisés au Chili permettent également d'envisager des collaborations fructueuses s'appuyant sur ces différentes approches. Des pistes sont d'ores et déjà envisagées dans le futur autour des liens entre Métaphorisation Enactive (Soto–Andrade 2014, 2015 ; Diaz–Rojas, Soto–Andrade, 2015), Théorie des Situations Didactiques, Espaces de Travail Mathématique, et aussi avec le cadre de la Socio–Épistemologie développé par Ricardo Cantoral (2013).

CONCLUSION

En guise de conclusion, nous souhaiterions souligner que les relations entre les deux pays ont toujours été régulières et étroites mais basées initialement, de fait, sur un petit nombre de personnes et d'actions. Il est certain que seules les actions longues ont pu avoir un impact non négligeable et réellement engager des collaborations fructueuses et pérennes. Dans ce mouvement, les chercheuses, ayant effectué leurs recherches en France et ayant bénéficié d'un poste en université à leur retour au Chili, ont joué et jouent un rôle essentiel à la fois pour la diffusion des travaux didactiques français et, aussi, pour le développement de ces cadres de recherche. Aujourd'hui, on peut souligner que ces relations restent importantes et concernent de plus en plus de jeunes chercheurs.

Il nous semble également important de ne pas résumer les influences croisées entre les deux pays aux seuls travaux effectués en France. Il faut aussi prendre en compte les apports du monde ibéro-américain dans la diffusion de certains cadres théoriques français comme celui de la TAD qui jouit d'une large reconnaissance dans des pays hispanophones et lusophones.

Enfin, la diversité et le foisonnement des cadres théoriques utilisés au Chili constituent, selon nous, une opportunité pour développer de manière naturelle une comparaison et une mise en réseau des théories. C'est pour cette raison qu'il nous paraît de plus en plus important de continuer à s'engager dans des projets de recherches impliquant la France et le Chili. Ces projets suscitent nécessairement une collaboration entre les chercheurs qui, de fait, portent des traditions différentes et participent de l'enrichissement mutuel des deux communautés de recherche.

RÉFÉRENCES

Anwandter, N. (2012). Place et rôle des grandeurs dans la construction des domaines mathématiques numérique, fonctionnel et géométrique et de leurs interrelations dans l'enseignement au collège en France. Thèse de doctorat. U*niversité de Montpellier 2.*

Barbé, J., Bosch, M., Espinoza, L. & Gascón, J. (2005). Didactic restrictions on the teacher's practice: The case of limits of function in Spanish high schools. *Educational Studies in Mathematics*, 59, 235-268.

Bosch, M., Espinoza, L. & Gascón, J. (2003). El profesor como director de procesos de estudio. Análisis de praxeologías didácticas docentes espontáneas. *Recherches en didactique des mathématiques,* 23(1), 79-136.

Barrera, R. (2012). *Étude des significations de la multiplication pour différents ensembles de nombres dans un contexte de géométrisation*. Thèse de doctorat. Université Paris Diderot – Paris 7.

Berthelot, R., & Salin, M.H. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*. Thèse de doctorat. Université de Bordeaux.

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento.* Barcelona: Editorial Gedisa S.A.

Castela, C., Consigliere, L., Guzmán, I., Houdement, C., Kuzniak, A., & Rauscher, J.C. (2006). *Paradigmes géométriques et géométrie enseignée en France et au Chili*. Cahier DIDIREM spécial n°6. IREM de Paris.

Castela C., & Houdement, C. (2006) Se dépayser pour interroger les choix de l'enseignement français sur la géométrie. *Bulletin de l'APMEP n°465,* 577-582.

Colipan, X. (2014). *Étude didactique des situations de recherche pour la classe concernant des jeux combinatoires de type Nim.* Thèse de doctorat. Université Joseph Fourier, Grenoble.

Díaz-Rojas, D. & Soto-Andrade, J., (2015). Enactive Metaphoric Approaches to randomness., in K. Krainer, N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 629-636). Prague: Charles University in Prague & ERME.

Espinoza, L. & Barbé, J. (2004). La matemática en la educación básica y media: Un análisis de discontinuidades entre ambos niveles educativos. *Revista Chilena de Educación Matemática,* 1, 77-90.

Espinoza, L. & Barbé, J. (2008). El problema de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la educación básica chilena: la estrategia de asesoría a la escuela en la implementación curricular LEM-Matemática. En L. Ruiz Higueras, A. Estepa, F. García (Eds.)*, Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico.* (pp. 767-777). Jaén: Universidad de Jaén.

Espinoza, L., Barbé, J., & Gálvez, G. (2009). Estudio de fenómenos didácticos vinculados a la enseñanza de la aritmética en la educación básica chilena. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(2), 157-168.

Gálvez, G. (1985). *El aprendizaje de la orientación en el espacio urbano: una proposición para la enseñanza de la geometría en la escuela primaria.* Thèse de doctorat. Cinvestav, Mexico.

Guzmán, I. (1989). Registres mis en jeu par la notion de fonction. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives,* (2), 230-260.

Guzmán, I. (1990). *Rôle des représentations dans l'appropriation de la notion de fonction*. Thèse de doctorat. Université de Strasbourg.

Henríquez Rivas, C., & Montoya Delgadillo, E. (2015). Espacios de trabajo geométrico sintético y analítico de profesores y su práctica en el aula. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(2), 51-70.

Houdement, C., & Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives.* 11, 175-194.

Kuzniak, A. Montoya, E., Vandebrouck, F., & Vivier, L. (A paraître). Le travail mathématique en Analyse de la fin du secondaire au début du supérieur : identification et construction. In Gueudet, G & Matheron, Y. (éds). *Actes de la XIXe école d'été de l'ARDM.* Grenoble : La pensée sauvage.

Mena-Lorca, A., Mena-Lorca, J., & Montoya-Delgadillo, E. (2016). Estabilidad Epistemológica del Profesor Debutante y Espacio de Trabajo Matemático. *Boletim de Educação Matemática, BOLEMA*, 30(54), 188-203.

Modeste, S., & Rojas, F. (2015). Unpack and repack mathematical activity with pre-service teachers: A research project, dans K. Krainer, N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9 (pp. 224-225)*. Prague: Charles University.

Montoya-Delgadillo, E. (2010). *Etude de la transformation des connaissances géométriques dans la formation des professeurs de lycée de mathématiques au Chili*. Thèse de doctorat. Université Paris Diderot – Paris 7.

Montoya-Delgadillo, E., & Vivier, L. (2016). Mathematical working space and paradigms as an analysis tool for the teaching and learning of analysis. *ZDM The International Journal of Mathematics Education,* DOI 10.1007/s11858-016-0777-9 .

Ruminot, C. (2014). *Effets d'un système national d'évaluation sur l'enseignement des mathématiques : le cas de SIMCE au Chili.* Thèse de doctorat. Université Paris Diderot – Paris 7.

Soto-Andrade, J. (2006). Un monde dans un grain de sable : Métaphores et analogies dans l'apprentissage des mathématiques, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives,* 11, 123-147.

Soto-Andrade, J. (2010). Ingénierie didactique ou bricolage ? Communication, dans C. Margolinas, M. Abboud-Blanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Fluckiger, P. Gibel, F. Vandebrouck, F. Wozniak (éds.). *En amont et en aval des ingénieries didactiques, XVe école d'été de didactique des mathématiques,* Clermont-Ferrand, 2009. Grenoble: La Pensée Sauvage.

Soto-Andrade, J. (2014): Metaphors in Mathematics Education. In: Lerman, S. (Ed.) *Encyclopedia of Mathematics Education. Springer Reference.* (pp. 447 - 453). Berlin: Springer-Verlag

Soto-Andrade, J. (2015). Une voie royale vers la pensée stochastique : les marches aléatoires comme pousses d'apprentissage. *Statistique et Enseignement* 6 (2), 3– 24.

Soto-Andrade, J., Reyes-Santander, P., & Parraguez, M. (2012). Trois théories en action : APOS, Métaphores et Grundvorstellungen dialoguent autour d'un polygone, communication au *Colloque en l'honneur de Michèle Artigue*, LDAR, Université Paris Diderot – Paris 7, mai-juin 1012, atelier 2 (pp 16 – 19). sites.google.com/site./colloqueartigue

FRENCH– CHILEAN COLLABORATION IN MATHEMATICS EDUCATION

Alain Kuzniak*, Jorge Soto–Andrade**

Université Paris Diderot –Paris 7 (France)*, Universidad de Chile (Chile)**

Abstract: Since the beginning of the seventies, close relationships have existed between Chile and France in the domain of mathematics education. Initially more oriented towards the implementation of teaching sessions in the classroom during the "New Math" period, both countries have then developed common investigations in the didactics of mathematics. These were initially based on Ph.D. theses written by Chilean researchers abroad and using theories French didactic theories (Theory of Didactical Situations (TDS), Anthropological Theory of the Didactic (ATD) and Semiotic registers). They rely today on an important network of young Chilean researchers having prepared their Master or Ph.D. theses in France and Iberoamerican countries. In our view, the openness of these researchers to a variety of research lines favours the development of a rich network of theoretical frameworks and methodologies between both countries, provided that French researchers continue to engage in bilateral projects.

Résumé. Depuis le début des années 70, les relations entre le Chili et la France sont étroites dans le domaine de l'enseignement des mathématiques. Initialement, plutôt orientées vers le développement et la mise en place de situations d'enseignement des mathématiques dans les classes, les interactions entre les deux pays se sont élargies et étendues à la recherche en didactique. Elles se sont, tout d'abord, appuyées sur les travaux de thèses de chercheuses ayant effectué leurs recherches hors du Chili et ayant utilisé des théories de la didactique française (Théorie des Situations Didactiques (TSD), Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) et Registres de représentation sémiotique). Elles s'appuient aujourd'hui sur un important réseau de jeunes chercheurs chiliens ayant pu suivre leur master ou leur doctorat en France ou dans un pays ibéro-américain. L'ouverture de tous ces chercheurs à des courants de recherche divers est, selon nous, propice au développement d'une mise en réseau de cadres méthodologiques et théoriques entre les deux pays à condition que les chercheurs français continuent à s'impliquer dans des projets de recherche bilatéraux.

INTRODUCTION

French-Chilean collaboration in mathematics education has been sustained since the 70's. For a long time it has had a twofold nature, with two complementary and sometimes disjoint aspects: on one hand, a bundle of actions aiming at teaching and teacher education and on the other hand an orientation towards research in didactics of mathematics. We may discern three principal stages in the development of these interactions. First, an emergent stage at the time of modern math reform, relying on personal relations, supported by INRP (French National Institute for Pedagogical Research) and the French Embassy. Second, a stage triggered by Chilean researchers who wrote their Ph.D. theses abroad during Pinochet's dictatorship and after returning home collaborated in quite ambitious educational projects funded or sponsored by the Chilean Ministry of Education (MINEDUC). The last and most recent stage is characterized by the development of didactics

teaching in Chilean universities carried out by young PhD's, several of which got their doctoral training in France.

These activities and relationships fit into a Chilean educational policy that is ambitious in means and very open to foreign inputs. We will of course focus our report on Chilean–French relationships, with the caveat that these relationships amount to a small fraction of the whole interaction network between Chilean didactics and the international community. In fact, one salient trait of Chilean researchers is their broad opening to the whole spectrum of didactic frameworks and approaches in the world, a fact that favours sometimes a rather eclectic stand, but also more often, becomes a source of fruitful exchanges between different theoretical and methodological frameworks.

MANIFOLD INTERACTIONS RELATED TO TEACHING PROGRAMMES AND TEACHER FORMATION

Thanks to Grecia Gálvez, Silvia Navarro and Ismenia Guzmán, we have been able to gather a significant amount of data giving evidence of the sustained Chilean–French interaction in the domain of mathematics teaching and mathematics didactics. In the 70's these relationships were supported by the cooperation policy implemented by the French Embassy whose Pedagogical Office employed young teachers fulfilling their military duties as civil cooperants abroad. In this way from 1971 to 1976, Jean Marie Boe and Pierre Marait, collaborated with CPEIP (Centro de Perfeccionamiento e Investigaciones Pedagógicas : Center of Research and Improvement in Education) of MINEDUC (Ministerio de Educación : Ministry of Education) and also with the School of Psychology of the Catholic University of Chile, with students of Grecia Gálvez, where Boe participated in a Project, proposing the use in public schools of didactical material specific of modern math, available at the Pedagogical Office. At the same time, French researchers (psychologist Pierre Gréco, didactician Jacques Colomb…) gave lectures and some research was carried out simultaneously by the French INRP and Chilean CPEIP coordinated by Silvia Navarro.

Later, at the beginning of the 90's, when Chile came back to democracy, the French Embassy became again more inclined to collaborate with the newly elected government. New educational programmes of high social impact, aiming at schools, teaching and initial and continuing teacher education emerged, like the MECE (Mejoramiento de la Calidad Educativa : Improving of Educational Quality) Programme and the "900 Schools Programme".

The latter programme concerned the most vulnerable primary schools in the country, aiming at the lowest-income and lowest-performing 10% of Chilean primary schools. Its goal was to improve their teacher competencies, in Mathematics and also in Spanish language. A long term intervention was launched, stretching from 1990 to 2006, that focused on student centred problem solving. Use of concrete material, practice of mental calculation, use of pocket calculators and participation in math olympic games reserved to these schools, were strongly emphasized. Grecia Gálvez, coming back from exile in Mexico, participated actively in this programme as well as Guy Brousseau and Catherine Houdement in mathematics, whose visits to Chile were funded by various sources, like MINEDUC and the French Embassy, who also gave bibliographical support.

Among other initiatives launched by MINEDUC, we must also mention the development of teaching units of LEM (Lectura-Escritura-Matemáticas: Reading - Writing – Mathematics) by a

joint MINEDUC - University of Santiago of Chile team, coordinated by Lorena Espinoza, with the collaboration of Guy Brousseau.

We also witness in the early 90s, an attempt to develop a Chilean version of the book *Objetif Calcul* (Goal Calculation), with the assistance of Catherine Houdement and members of the INRP, with the support of the Embassy of France and Hatier Publishing House. This book was finally not accredited by the Chilean government because of the cost, according to some views, or because it was somewhat too far from the reality of Chilean education and overestimated the actual level of teachers and students of the time, according to other views.

For four years, from 1994, a group of Chilean secondary school teachers was able to make long stays (six months) in Toulouse under the direction of Michel Carral. These stays were focused on geometry teaching using CABRI Geometer software, whose inventor, Jean-Marie Laborde, was also invited to Chile at that time. Later, in 2006-2010, prospective teachers also benefited from these courses.

Launched by MINEDUC, funded by World Bank loans and stretching over three stages since 1999, the MECESUP (MEjoramiento de la Calidad y Equidad de la Educación Superior) Project deserves also mention. It aims at improving the quality and equity of tertiary teaching and is in particular concerned with the quality of teacher initial preparation. In the framework of this project, in 2010 the Director of DEP (Department of Pedagogical Studies) of the University of Chile, Lino Cubillos, was able to visit LDAR (Laboratoire de Didactique André Revuz) of Paris Diderot University as well as Bordeaux's IUFM (Institut Universitaire de Formation des Maîtres). This stay had a bearing on the teaching of mathematics didactics at DEP.

During the whole post-dictatorship period, the aforementioned cooperation was made possible through the conjugation of various funding Chilean and French sources. Personal contacts played a key role regarding the choice of experts to be invited and the planning of their activities in order to draw a maximum benefit from their brief stays in Chile. We should underline that it is not possible to summarize French influence in this domain just in terms of French-Chilean bilateral relations, because of the significant influence of the Iberoamerican world involving in fact multilateral relations.

SOME EMBLEMATIC THESES ASSOCIATED TO FORMATION PROGRAMMES

In parallel to these formative actions, a collaboration more aimed at research in didactics of mathematics was set up. This was essentially due to the theses of Grecia Gálvez (Cinvestav, Mexico), Ismenia Guzmán (Université Louis Pasteur, Strasbourg, France) and Lorena Espinoza (Universidad Autónoma de Barcelona, Spain) that we describe shortly below. Grecia Gálvez, exiled to Mexico during Pinochet's dictatorship benefited from French–Mexican cooperation to write her Ph.D. thesis at Cinvestat in 1985 under Guy Brousseau. Her work concerned orientation learning in an urban environment. To this end she worked with 11-13 year old students who were asked to draw and interpret maps of the nearby environment of their school with a practically "Cartesian" street grid. This work was based on the theory of didactical situations, with situations of action, formulation and validation. So, for instance, students were expected to design a map of their everyday environment, whose validation was ensured by checking that map users would arrive at the same location that was foreseen by the student-designers. From a theoretical standpoint, this

research has enabled Gálvez to introduce a distinction between micro, meso and macro spaces. This distinction has provided a foundation for sundry researches in the didactics of geometry, like those of Berthelot and Salin (1992).

Ismenia Guzmán wrote her thesis at Université Louis Pasteur in Strasbourg (1990) under François Pluvinage and Raymond Duval. This pioneering thesis considered the role of semiotic representations of the notion of function in grade 9. Especially it enabled Ismenia Guzmán to make precise the notions of conversion and semiotic congruence between registers. Based on the notion of register of semiotic representation, she was able to highlight the importance of various types of representation registers (graphic, algebraic, tabular) to construct a classification of student productions and difficulties they had. She found a sort of compartmentalization in the work of students, that tackled problems within just one register.

Lorena Espinoza met Josep Gascón and Marianna Bosch at the Universidad Autónoma of Barcelona, when she was studying her Master in Didactics of Mathematics in 1994. She then pursued her doctorate thesis under Carmen Azcárate tackling the problem of studying teacher activity while teaching the notion of limit in secondary school from the viewpoint of ATD (Espinoza 1998). Continuing collaboration with J. Gascón and M. Bosch led to two papers on the use of the didactical moment model to analyse classroom activities (Espinoza, Bosch, Gascón 2003 ; Barbé, Bosch, Espinoza, Gascón 2005).

After returning to Chile, while the military regime was coming to an end, these three researchers embarked on different pathways. G. Gálvez, recruited by MINEDUC in 1990 after coming back to Chili, developed several programmes in the framework of Ministry like the 900 school programme that we have described above.

Ismenia Guzmán regained her position at IMA (the Institute of Mathematics) of PUCV (Pontifical Catholic University of Valparaiso), single Chilean university where didactics of mathematics was taught in the framework of a Master in Didactics of Mathematics (Magister en Didáctica de la Matemática), aiming at teacher education. This master programme, created in 1995, was essentially her accomplishment and stands as a pioneering initiative in Chile. In the context of this programme she was able to teach the elements of TDS (Theory Didactical Situations) and didactical transposition and particularly to activate the use of representation registers in her students' works.

After returning to Chile, to Universidad de Santiago de Chile (different from Universidad de Chile, at Santiago), Lorena Espinoza continued her joint work with the Spanish team (M. Bosch, J. Gascón and T. Sierra) and she started in 2004 a close cooperation with Guy Brousseau aiming at implementing an important research and development project supported by the Chilean government concerning mathematics teaching and teacher education running through all of compulsory education. This project, called LEM (lectura-escritura-matemáticas: reading-writing-math) in Spanish was quickly extended to 800 schools in the country, assessed as "vulnerable", involving 200 000 students in different regions of Chile. The production of didactical designs adapted from items constructed at Michelet School associated to the Centre of Observation and Research for the Teaching of Mathematics founded by Guy Brousseau (http://guy-brousseau.com/le-corem) in Bordeaux, made possible to combine TDS and ATD, in direct connection with the classroom.

Since 2009, L. Espinoza's team has put in place at the University of Santiago de Chile (USACH) a research and development centre called Centro Felix Klein, that continues the work started with LEM project (http://www.centrofelixklein.cl/).

ECOS-SUD-CONICYT PROJECTS AND RESEARCH IN DIDACTICS OF MATHEMATICS

Since 2000, scientific collaboration between our two countries has also been supported by research projects funded by ECOS-Sud-Conicyt programme and scholarships granted by the Chilean government to write doctoral theses in France.

ECOS 2003-2005 project on the teaching of geometry in both countries.

This programme, initiated by Ismenia Guzmán and Lidia Consigliere from PUCV (Pontifical Catholic University of Valparaiso), was developed in collaboration with researchers from the Didirem team in Paris (Corine Castela, Catherine Houdement, Alain Kuzniak) and from Louis Pasteur University in Strasbourg (Jean-Claude Rauscher). It aimed at comparing approaches to the teaching of geometry at the end of compulsory schooling concerning specific notions like inaccessible magnitudes or introduction and application of theorems like Pythagoras' theorem. As a result the role of geometrical paradigms and the methodological and theoretical framework of Geometrical Work Spaces was identified (Houdement et Kuzniak, 2006). Taking advantage of these two tools, the researchers were able to develop a fine-grained comparative approach of similitudes and differences in the teaching of geometry in both countries at the end of compulsory schooling (Castela et al. 2006, Castela et Houdement 2006). It came out that the Chilean approach was intendedly based on a sort of natural geometry (G1 paradigm) where figures are measured and approximation tasks and problems follow… French teaching in contrast adhered to a proto-axiomatic Euclidean geometry (G2 paradigm) with just a preliminary stage of theorem discovery systematically based upon figure measuring (G1). This research differed from wide-range international studies, not only because of its restricted scope, but especially because of its more didactical approach to observed phenomena, an approach that discards a priori ranking assessments. It is then closer to other comparative bilateral studies that carry out a deep study of given disciplinary contents.

ECOS 2014-2016 project on the teaching of analysis in both countries

This ongoing project, involving researchers from LDAR - Didactics Laboratory André Revuz of Paris Diderot University (Alain Kuzniak, Laurent Vivier) and from the didactics of mathematics team at PUCV (Elizabeth Montoya - Delgadillo, Jaime and Arturo Mena - Lorca) proposes to study "Mathematical Work Spaces (MWS) of Analysis for mathematics teachers in Chile and France" (http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/~ecosetma/). As the name suggests, the project aims at identifying specific MWSs in both countries in the field of analysis. Beyond highlighting the differences between the two countries, it also intends to develop training designs based on modeling problems and the use of software to introduce classical functions such as exponential functions. As notable results of this project in progress, we can already report a clarification of the paradigms of analysis involved in education (arithmetic-geometric analysis, algebraic analysis, real analysis) and

the relationship between these paradigms and different ways of working in this field (Montoya-Delgadillo and Vivier, 2016; Kuzniak et al., 2016). In connection with this program, a thesis is in preparation (Romina Menares) on the importance of knowledge of continuous functions for teacher training, even when they are not a subject of explicit teaching in high school, as is the case in Chile. This program made possible one month stays of Ph. D. candidates (Carolina Henriquez and Charlotte Derouet)

IMPORTANCE OF DOCTORATES IN THE DEVELOPMENT OF RELATIONS BETWEEN THE TWO COUNTRIES

Doctorate in didactics of mathematics in France

Since the mid-2000s, several students have come to follow a master or write their theses in France[1]. Recently, several doctoral theses have been defended in France, at the University of Grenoble (Ximena Colipán, 2014), at the University Paris Diderot - Paris 7 (Elizabeth Montoya, 2010; Raquel Barrera, 2012; Carolina Ruminot, 2014), at the University of Montpellier (Nathalie Anwandter, 2012). An especial and important role pertains here to Jorge Soto-Andrade, who was at the initiative of two of his students coming to Paris (Raquel Barrera and Carolina Ruminot). Jorge Soto-Andrade plays an original and necessary role in the didactical porosity between the two countries; he has indeed participated in various colloquia and summer schools (Soto-Andrade, 2011, 2012) and published in French journals articles on the metaphorical approach in didactics of mathematics (Soto-Andrade, 2006, 2015).

Elizabeth Montoya won, on returning to Chile, a position at PUCV in Valparaiso. Her thesis, directed by Corine Castela and Alain Kuzniak, dealt with the double change of posture to be adopted by math teachers to become student and teacher. At PUCV she continues the work of Ismenia Guzmán, presenting some frameworks of French didactics besides participating in its development, particularly in the context of the aforementioned ECOS project as well as through a new doctorate in didactics. She is at the initiative of thematic didactical meetings that attract students and teachers from across the country.

Development of a doctorate in didactics of mathematics in Chile

Run by Arturo and Jaime Mena-Lorca, a doctorate in didactics of mathematics was accredited in 2012 at PUCV. This project was made possible through the support of various foreign universities, particularly Latin American but also with the support of the University Paris-Diderot. It now allows Chilean students to engage in a doctorate in didactics of mathematics in their own country. Each student is supervised by both a researcher with a position in Chile and a foreign researcher. This creation of a doctorate was also accompanied by the recruitment of faculty. This recruitment phenomenon is also quite general in the country where many research/teaching positions and postdoctoral positions were opened recently. Most of these positions have been filled by researchers who have got their doctorates from Iberoamerican universities. Therefore, it seems to us that French influence is currently networked in interactions with other theoretical frameworks. Each new researcher arrives with his or her own culture and specific theoretical framework: socio-

[1] According to an estimate of Elizabeth Montoya– Delgadillo, 33 students have or have been involved in theses scholarship programmes in France !

epistemology, APOS (Action-Object-Process-Schema), MTSK (Mathematics Teacher's Specialized Knowledge), metaphoring, enaction, onto-semiotic approach. Classical frameworks of French didactics (TDS, ATD, registers of semiotic representation ...) remain well known even if, to our knowledge, there is no theses underway in Chile primarily based on them. On the other hand, some tools from these theories are brought into play thus giving rise to exchanges with other theoretical frameworks used. Among these, although we do not have a comprehensive view of the whole situation, MWSs (Mathematical Work Spaces) are a subject of interesting and original studies and developments (Henriquez– Rivas and Montoya– Delgadillo, 2015 ; Mena– Lorca and Montoya– Delgadillo, 2016, etc.). This is of course related to the current ECOS project and to theses produced in France, or co-supervised in Chile, whose importance cannot be overemphasized regarding long term development of deep relationships between the involved countries.

As we have indicated, we believe that French influence is now harder to identify since it is strongly related to interactions with other theoretical approaches. This is related to the recruitments we have mentioned above: new professors teach according to the frameworks they used for their theses. But this relative decline of French influence is also linked to the development of research in areas where France has so far, been scarcely present, like modeling and interdisciplinary work in science, technology, engineering and mathematics (STEM)[2]. Also noteworthy is the strong impact of Lesson Studies supported by a very important financial and human investment from Japan in this field.

PERSPECTIVES

Chilean researchers continue to bid for scientific exchange with France and each year students are applying for Chilean government scholarships to follow a master or a doctorate in didactics of mathematics in a French university. These well endowed scholarships allow in some cases to enroll in a first semester devoted entirely to the acquisition of a better command of the French language. In contrast, apart from the case of Simon Modeste, few French researchers have been interested in benefiting from the opportunities offered by Chilean universities (post-docs, positions, research stays).

Among joint projects we have learned about, we would rank first a series of works in progress about MWS (Mathematical Work Space, ETM in French) involving research teams from LDAR in Paris and from IMA (Institute of Mathematics) at PUCV, Valparaiso. The latter university is expected to host in 2018 the ETM6 symposium devoted to research on the issue of mathematical work in the context of compulsory education. It is important to remember that these symposia do not a priori assume the use of an imposed theoretical framework but they tend indeed to favour exchanges between different theoretical frameworks.

The CIAE (Centro de Investigación Avanzada en Educación) of the University of Chile also seeks to develop joint research with French research teams on the question of modeling, trying to discern its impact in the learning of different disciplines, mathematics in particular. Roberto Araya presented in this context his work at the University Paris-Diderot (2015) and in return Alain Kuzniak and Laurent Vivier participated in a two day meeting at CIAE, supported by the French Embassy in Chile (2016).

[2] Notice however Simon Modeste's post–doc at CMM (Centro de Modelamiento Matemático) and CIAE (Centro de Investigación Avanzada en Educación), two research centres of the University of Chile.

The richness and variety of theoretical frameworks used in Chile also opens up new opportunities for fruitful collaboration based on these various approaches. Hints are already available regarding the future exploration of the links between Enactive Metaphorization (Soto-Andrade, 2014, 2015; Diaz-Rojas Soto-Andrade, 2015), Theory of Didactic Situations, Mathematical Work Spaces, and also the framework of Socioepistemology developed by Cantoral (2013).

CONCLUSION

In conclusion, we would like to stress that relations between the two countries have always been sustained and close but were initially based in fact on a scant number of people and actions. It is certain that only long term actions have succeeded in having a significant impact and actually engaging fruitful and lasting collaborations. Along this course of action, researchers having carried out their research in France and having got a position in the university when returning to Chile, have played and play a vital role both for the dissemination of French works in didactics and also for the development of these research frameworks. Today, we can emphasize that these relationships remain important and increasingly concern young researchers.

It seems equally important not to reduce cross-influences between the two countries to research done only in France. We must also take into account the contributions of the Iberoamerican world in the dissemination of some French theoretical frameworks like ATD's, that enjoys wide recognition in Spanish and Portuguese speaking countries.

Last but not least, diversity and abundance of theoretical frameworks used in Chile constitute, in our view, an opportunity to an unfolding of theory comparison and networking. That is why it seems increasingly important to continue pursuing research projects involving France and Chile. These projects necessarily trigger collaboration between researchers that in fact, bear different traditions and contribute to the mutual enrichment of the two research communities.

REFERENCES

Anwandter, N. (2012). *Place et rôle des grandeurs dans la construction des domaines mathématiques numérique, fonctionnel et géométrique et de leurs interrelations dans l'enseignement au collège en France*. Thèse de l'université de Montpellier 2.

Barbe, J., Bosch, M., Espinoza, L. & Gascón, J. (2005). Didactic restrictions on the teacher's practice: The case of limits of function in Spanish high schools. *Educational Studies in Mathematics*, 59, 235-268.

Bosch, M., Espinoza, L. & Gascón, J. (2003). El profesor como director de procesos de estudio. Análisis de praxeologías didácticas docentes espontáneas. *Recherches en didactique des mathématiques,* 23(1), 79-136.

Barrera, R. (2012). *Étude des significations de la multiplication pour différents ensembles de nombres dans un contexte de géométrisation*. Thèse de doctorat. Université Paris Diderot – Paris 7.

Berthelot, R., & Salin, M.H. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*. Thèse de doctorat. Université de Bordeaux.

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento.* Barcelona: Editorial Gedisa S.A.

Castela, C., Consigliere, L., Guzmán, I., Houdement, C., Kuzniak, A., & Rauscher, J.C. (2006). *Paradigmes géométriques et géométrie enseignée en France et au Chili*. Cahier DIDIREM spécial n°6. IREM de Paris.

Castela C., & Houdement, C. (2006) Se dépayser pour interroger les choix de l'enseignement français sur la géométrie. *Bulletin de l'APMEP n°465,* 577-582.

Colipan, X. (2014). *Étude didactique des situations de recherche pour la classe concernant des jeux combinatoires de type Nim.* Thèse de doctorat. Université Joseph Fourier, Grenoble.

Díaz-Rojas, D. & Soto-Andrade, J., (2015). Enactive Metaphoric Approaches to randomness., in K. Krainer, N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 629-636). Prague: Charles University in Prague & ERME.

Espinoza, L. & Barbé, J. (2004). La matemática en la educación básica y media: Un análisis de discontinuidades entre ambos niveles educativos. *Revista Chilena de Educación Matemática,* 1, 77-90.

Espinoza, L. & Barbé, J. (2008). El problema de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la educación básica chilena: la estrategia de asesoría a la escuela en la implementación curricular LEM-Matemática. En L. Ruiz Higueras, A. Estepa, F. García (Eds.)*, Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico.* (pp. 767-777). Jaén: Universidad de Jaén.

Espinoza, L., Barbé, J., & Gálvez, G. (2009). Estudio de fenómenos didácticos vinculados a la enseñanza de la aritmética en la educación básica chilena. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(2), 157-168.

Gálvez, G. (1985). *El aprendizaje de la orientación en el espacio urbano: una proposición para la enseñanza de la geometría en la escuela primaria.* Thèse de doctorat. Cinvestav, Mexico.

Guzmán, I. (1989). Registres mis en jeu par la notion de fonction. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives,* (2), 230-260.

Guzmán, I. (1990). *Rôle des représentations dans l'appropriation de la notion de fonction*. Thèse de doctorat. Université de Strasbourg.

Henríquez Rivas, C., & Montoya Delgadillo, E. (2015). Espacios de trabajo geométrico sintético y analítico de profesores y su práctica en el aula. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(2), 51-70.

Houdement, C., & Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives.* 11, 175-194.

Kuzniak, A. Montoya, E., Vandebrouck, F., & Vivier, L. (A paraître). Le travail mathématique en Analyse de la fin du secondaire au début du supérieur : identification et construction. In Gueudet, G & Matheron, Y. (éds). *Actes de la XIXe école d'été de l'ARDM.* Grenoble : La pensée sauvage.

Mena-Lorca, A., Mena-Lorca, J., & Montoya-Delgadillo, E. (2016). Estabilidad Epistemológica del Profesor Debutante y Espacio de Trabajo Matemático. *Boletim de Educação Matemática, BOLEMA*, 30(54), 188-203.

Modeste, S., & Rojas, F. (2015). Unpack and repack mathematical activity with pre-service teachers: A research project, dans K. Krainer, N. Vondrová (Eds.) *Proceedings of CERME 9* (pp. 224-225*).* Prague: Charles University.

Montoya-Delgadillo, E. (2010). *Etude de la transformation des connaissances géométriques dans la formation des professeurs de lycée de mathématiques au Chili*. Thèse de doctorat. Université Paris Diderot – Paris 7.

Montoya-Delgadillo, E., & Vivier, L. (2016). Mathematical working space and paradigms as an analysis tool for the teaching and learning of analysis. *ZDM The International Journal of Mathematics Education,* DOI 10.1007/s11858-016-0777-9 .

Ruminot, C. (2014). *Effets d'un système national d'évaluation sur l'enseignement des mathématiques : le cas de SIMCE au Chili.* Thèse de doctorat. Université Paris Diderot – Paris 7.

Soto-Andrade, J. (2006). Un monde dans un grain de sable : Métaphores et analogies dans l'apprentissage des mathématiques, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives,* 11, 123-147.

Soto-Andrade, J. (2010). Ingénierie didactique ou bricolage ? Communication, dans C. Margolinas, M. Abboud-Blanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Fluckiger, P. Gibel, F. Vandebrouck, F. Wozniak (éds.). *En amont et en aval des ingénieries didactiques, XVe école d'été de didactique des mathématiques,* Clermont-Ferrand, 2009. Grenoble: La Pensée Sauvage.

Soto-Andrade, J. (2014): Metaphors in Mathematics Education. In: Lerman, S. (Ed.) *Encyclopedia of Mathematics Education. Springer Reference.* (pp. 447 - 453). Berlin: Springer-Verlag

Soto-Andrade, J. (2015). Une voie royale vers la pensée stochastique : les marches aléatoires comme pousses d'apprentissage. *Statistique et Enseignement* 6 (2), 3– 24.

Soto-Andrade, J., Reyes-Santander, P., & Parraguez, M. (2012). Trois théories en action : APOS, Métaphores et Grundvorstellungen dialoguent autour d'un polygone, communication au *Colloque en l'honneur de Michèle Artigue*, LDAR, Université Paris Diderot – Paris 7, mai-juin 1012, atelier 2 (pp 16 – 19). sites.google.com/site/colloqueartigue/

COLABORACIONES DIDÁCTICAS ENTRE FRANCIA Y MÉXICO

François Pluvinage*, Avenilde Romo**

Cinvestav-IPN (México)*, CICATA-IPN (México)**

Con contribuciones de:

Nicolas Balacheff, Corine Castela, Colette Laborde, Luc Trouche, Gérard Vergnaud, Laurent Vivier (Francia)

David Block, Ricardo Cantoral, Francisco Cordero, Armando Cuevas, Rosa Maria Farfán, Asuman Oktac, Ruth Rodriguez, Ana Isabel Sacristán, Ernesto Sánchez, L. Manuel Santos (México)

Resumen: Las colaboraciones didácticas entre Francia y México han involucrado diferentes instituciones, temáticas, teorías, metodologías, investigadores y en efecto han aportado al desarrollo de la Matemática Educativa. Para mostrarlo, en este texto se inicia con un pasaje histórico, donde el hoy Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav (Centro de Investigación y de Estudios Avanzados) es la primera institución en generar condiciones para estas interacciones. Por su parte, el Departamento de Investigaciones Educativas también del Cinvestav y su cercanía con la Secretaría de Educación Pública propició que la Teoría de Situaciones Didácticas fuera referente, más o menos explícito de reformas de planes curriculares y de programas de formación de docentes e investigadores. El Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada también ha contribuido a estas interacciones, generando colaboraciones a diferentes niveles. Más allá de las instituciones, presentamos las teorías involucradas, las metodologías utilizadas, los resultados obtenidos y las perspectivas que abren las colaboraciones entre estos dos países.

Abstract: Didactic interactions between France and Mexico have involved different institutions, themes, theories, methodologies and researchers and, without doubt, have contributed to the development of Mathematics Education. To demonstrate this, the text begins with a historical overview in which what is today the Department of Mathematics Education at Mexico's Cinvestav (Centro de Investigación y de Estudios Avanzados) was the first institution that propitiated these interactions. In turn, the Department of Educational Research, also at Cinvestav, but closely associated with Mexico's Department of Public Education (SEP), fomented the Theory of Didactic Situations (TDS) as a more-or-less explicit referent for the reform of study plans and programs for training teachers and researchers. The Research Center in Applied Science and Advanced Technology (Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada) has also contributed, by promoting collaborations at different levels. In addition to these institutions, the text discusses the theories involved, the methodologies utilized, the results obtained, and the perspectives for future collaborations between the two countries.

COLABORACIONES DIDÁCTICAS ENTRE FRANCIA Y MÉXICO

La trasmisión de prácticas educativas y de principios didácticos de un lado al otro del Atlántico ya es antigua y, en México, corresponde en muchos casos a la influenza general de la cultura francesa, en particular de sus ideas republicanas. Por ejemplo las Escuelas Normales en México se conforman

al modelo francés, y el nombre de Célestin Freinet ha sido atribuido a muchas escuelas del país. En sentido contrario, muchos son los aportes artísticos que se exportaron de México hacia Europa, en particular a Francia. Un ejemplo actual se ve con pintores y muralistas mexicanos, herederos de una tradición ilustre. Del sitio Internet http://cite-creation.com/ bajamos la imagen de la "Cité idéale mexicaine" en el museo urbano Tony Garnier de Lyon.

Figura 1. Cité idéale mexicaine

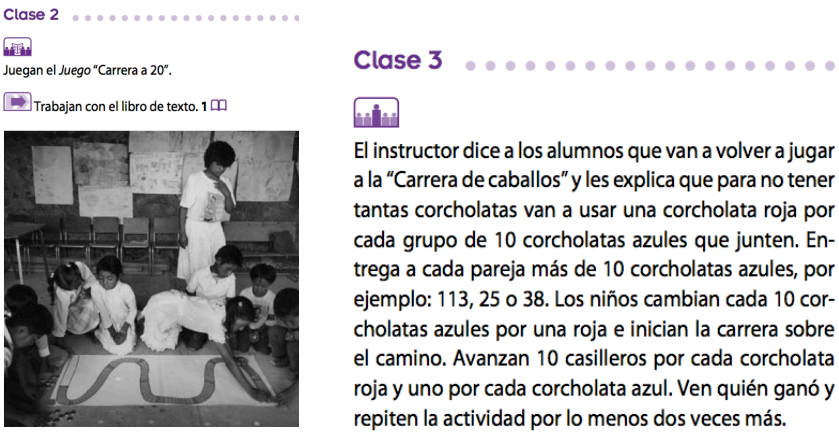
Además Franceses y Mexicanos comparten algunas semejanzas de raíces históricas, que aparecen por ejemplo en las imágenes populares que tienen figuras de héroes vencidos como Vercingetorix y Cuauhtémoc en sus países respectivos. También hay en Francia regiones donde se habla, al lado del francés, una lengua regional como alsaciano, bretón o vasco. A un francés no le debería entonces sorprender el oír a veces en México otros idiomas hablados por nacionales además del español. Por ejemplo, purépecha en Michoacán. Por supuesto se tendría mucho más que decir de todos los aspectos específicos de la cultura de México, que sea en materia de arquitectura, de urbanización, de literatura, de pintura y escultura, de música, de artesanía o simplemente del arte de vivir, que contribuyen a comunicar a muchos franceses la impresión de no sentirse ajenos en México, ni a sus problemas, ni a sus maneras de atacarlos e incluso, en los buenos casos, de solucionarlos. También hace falta no olvidarse de un elemento que cuenta en el sistema educativo: la separación del Estado y de la Iglesia, que en México se promulgó años antes que en Francia.

En este texto, nos limitamos a presentar eventos y producciones que son posteriores a la creación en el año 1975, por Eugenio Filloy y Carlos Imaz de la Sección de Matemática Educativa, hoy Departamento de Matemática Educativa (DME) del Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN). Un motivo institucional para crear un organismo de este tipo era la necesidad de revisar los planes y programas de matemáticas en México, con la idea de adaptarlos a los cambios recientemente sucedidos en todo el mundo, y de diseñar nuevos libros de texto. También se necesitaban, de manera concomitante, programas de formación docente. Hubiera sido posible limitarse en la estricta respuesta a la demanda institucional, pero los fundadores de la Sección tuvieron la inteligencia de percibir la necesidad de

someter la introducción de cambios en la enseñanza de las matemáticas a experimentaciones, lo que supone la existencia de una estructura de investigación educativa.

Tras un congreso de la Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (CIEAEM, grupo de la Comisión Internacional de las Matemáticas orientado hacia el tema de la Educación Matemática, muy francófono) en Santiago de Compostela, España, Eugenio Filloy invitó a México durante el verano de 1979, para impulsar programas de formación docente y matemática educativa a tres investigadores, dos franceses y un estadounidense: Guy Brousseau (Bordeaux), Raghavan Narasimhan (Chicago) y François Pluvinage (Strasbourg). Al año siguiente (1980) tuvo lugar en México otro notable encuentro de la CIEAEM, muy bien organizado en Oaxtepec por la joven Sección de Matemática Educativa.

En ese mismo año y durante una década (1980-1990), tres investigadoras del Laboratorio de Psicomatemáticas del Departamento de Investigaciones Educativas (DIE) del Cinvestav, Grecia Gálvez (de nacionalidad chilena), Irma Fuenlabrada e Irma Saíz, a quienes posteriormente se unieron David Block, Hugo Balbuena y otros colaboradores desarrollaron un proyecto de investigación basado, en sus primeros años en los trabajos de Dienes, y posteriormente, fuertemente en la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD), llamado "de los seis años". En este proyecto, el equipo de investigación se hizo cargo de las clases de matemáticas de dos grupos escolares, desde primer grado de primaria hasta sexto. Se buscaba estudiar de manera experimental mejores formas de enseñanza de las matemáticas. Este proyecto constituyó uno de los primeros acercamientos a esta teoría que tendría influencias, como lo veremos, en otros programas, principalmente en la reforma curricular de la educación básica impulsada por la Secretaría de Educación Pública en 1993. Antes de esta reforma, en 1989 en el marco del Programa de Modernización Educativa, el Consejo Nacional de Fomento Educativo (CONAFE) se propuso actualizar –reelaborar- el Manual para el instructor comunitario, becario responsable de la enseñanza primaria en escuelas multigrado, en lugares pequeños como son rancherías y pueblitos. El reto era ofrecer a los jóvenes instructores que tenían que atender simultáneamente a alumnos de los seis grados de primaria, materiales fáciles de comprender y de usar, y a la vez, de calidad, portadores de los avances del conocimiento sobre enseñanza de las disciplinas. En matemáticas, se acudió a la TSD. Algunas de las actividades propuestas son situaciones experimentadas por Brousseau como la "Carrera al 20" (clase 2, figura 2) y presentan situaciones lúdicas de intercambios como la siguiente (clase 3, figura 2).


Clase 2

Juegan el *Juego* "Carrera a 20".

Trabajan con el libro de texto. 1

Clase 3

El instructor dice a los alumnos que van a volver a jugar a la "Carrera de caballos" y les explica que para no tener tantas corcholatas van a usar una corcholata roja por cada grupo de 10 corcholatas azules que junten. Entrega a cada pareja más de 10 corcholatas azules, por ejemplo: 113, 25 o 38. Los niños cambian cada 10 corcholatas azules por una roja e inician la carrera sobre el camino. Avanzan 10 casilleros por cada corcholata roja y uno por cada corcholata azul. Ven quién ganó y repiten la actividad por lo menos dos veces más.

Figura 2. Situación de aprendizaje en el libro del instructor comunitario

En la reforma curricular de 1993, de manera más amplia, se generaron libros de texto, ficheros, y actividades didácticas con fuerte influencia de "la" escuela francesa y de la TSD. David Block, quien después haría el doctorado bajo la codirección de Guy Brousseau, participó activamente en la elaboración de materiales para el nivel de primaria y Jesús Alarcón (conocido bajo el apodo de Papini) en el nivel de secundaria. Esta reforma estuvo vigente durante 18 años (1993-2011) y durante ese periodo también se generó el Programa de actualización de profesores de matemáticas (en 1995). En la introducción del libro "La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. Primera parte.", puede verse como el enfoque general sobre el aprendizaje asumido en la TSD figura sin declararlo como propio a esta teoría:

Numerosos estudios sobre el aprendizaje y la enseñanza han demostrado que los niños *no son* simplemente receptores que acumulan la información que les dan los adultos, sino que aprenden modificando ideas anteriores al interactuar con situaciones problemáticas nuevas.

Desde esta perspectiva, las matemáticas deben ser para los alumnos una herramienta que ellos recrean y que evoluciona frente a la necesidad de resolver problemas.

Figura 3. Extracto de la introducción del libro "La ensañnaza de las matemáticas en la escuela primaria"

De la misma manera, durante este periodo se llevaron a cabo diferentes reformas a las Escuelas Normales, teniendo como referente a la TSD. En palabras de David Block, "después de más de 20 años de uso de estos materiales, es probable que existan huellas de los aportes de la TSD en la cultura de los profesores".

A nivel de posgrado, se crearon en el Departamento de Matemática Educativa (DME) del Cinvestav-IPN una Maestría en matemática educativa y un Doctorado. Ahora estas formaciones se sitúan a nivel de Competencia Internacional en el Padrón Nacional de Posgrados de Calidad (PNPC) del Consejo Nacional de Ciencias Y Técnicas (Conacyt).

Después del DME, los otros organismos que investigan en el campo de la matemática educativa en México son el Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada (CICATA-IPN) y el Departamento de Investigaciones Educativas (DIE) del Cinvestav-IPN, la Universidad Autónoma de Guerrero, la Universidad Autónoma de Zacatecas, la Universidad de Guadalajara. Estas universidades tienen una oferta de formación a nivel de la maestría, y la de Guerrero también tiene un Doctorado en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa. Además, investigadores en varias instituciones (Tecnológico de Monterrey, Universidades de Coahuila, del Estado de México, de Puebla, de Sonora, de Veracruz, y en la Ciudad de México, Universidad Pedagógica Nacional, ITAM, Universidad Autónoma de la Ciudad de México) desarrollan una actividad reconocida en el campo de la matemática educativa y contribuyen en particular a los intercambios con instituciones e investigadores franceses.

En Francia, universidades que participan en programas de investigación didáctica con investigadores mexicanos se encuentran en Grenoble, Lille, Montpellier, Paris, Rouen, Strasbourg,

con contribuciones en estos centros de los *Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques* (IREM) y las *Ecoles Supérieures du Professorat et de l'Éducation* (ESPE) que sucedieron a los *Instituts Universitaires de Formation des Maîtres* (IUFM) en la formación inicial de profesores. Por su parte, el Institut Français de l'Éducation (IFÉ) en la École Normale Supérieure de Lyon lleva a cabo programas atractivos. Además en París se agrupan investigadores de varias universidades, en el marco del *Laboratoire de Didactique André Revuz* (LDAR). Otro factor importante de desarrollo de investigaciones didácticas en Francia es la *Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques* (ARDM), que cuenta con mexicanos dentro de sus miembros y que se encarga de la organización del seminario nacional y de las escuelas de verano de Didactique des Mathématiques[1]. Cabe señalar que, sin ir hasta contribuir personalmente en las publicaciones que resultaron de estas escuelas de verano en didáctica de las matemáticas, investigadores mexicanos presenciaron varias de ellas.

El DME en el ámbito internacional

Es la educación matemática uno de los problemas a los que una sociedad moderna, y en particular la mexicana, debe enfrentarse. Las matemáticas guardan hoy por hoy un lugar como materia de expresión y de comunicación que concierne a todos, y no sólo a una minoría de gente especializada. En contraste a esto encontraremos en la juventud una carencia en orientación hacia carreras científicas, por una parte, y por la otra un rechazo a las matemáticas en gran parte de los que se dedican a otras especialidades.

El DME, por supuesto ha mostrado interés en este tipo de problemas, aunque ha elegido otros caminos que el directo, para no correr el riesgo de caer en precipicios. Su acercamiento es más prudente: una idea clave que ya tiene Eugenio Filloy desde los inicios del DME, es de explorar el terreno antes de arriesgarse, de ahí que las investigaciones se hicieron sobre temas fundamentales, que también son materia de estudio por otros grupos en el mundo. Entre otras cuestiones podemos citar investigaciones en los números racionales, el álgebra, las probabilidades, las funciones, dentro de marcos teóricos como la epistemología, las ciencias de la cognición, la computación. El efecto de la elección de temas como los señalados, y de la atención en los métodos de acercamiento y de investigación, fue una aportación importante y activa de México a menudo representado por miembros del DME, en congresos y encuentros internacionales (ICMI, CIAEM, CIEAEM, PME, PME – NA, RELME, Iberoamérica, etc.). Además de los artículos publicados en revistas de amplia difusión, una fuente para conocer sobre las investigaciones del DME es la lectura de las Actas de estos congresos.

La apertura al mundo de los investigadores de diversos países es una característica constante de los investigadores del DME. En los principios del departamento era probablemente una condición necesaria de reconocimiento a nivel nacional, que investigadores lograrán graduarse en universidades o instituciones extranjeras. Es así que vinieron a Strasbourg dos eminentes miembros del DME, Jesús Alarcón alias Papini y Fernando Hitt, quienes allí se doctoraron. Lamentablemente,

[1] Las escuelas de verano se celebran cada dos años y publicaciones de las escuelas posteriores al año 2000 se pueden ordenar en el sitio web http://rdm.penseesauvage.com/-Collection-Ecole-d-ete-.html.

hace unos años falleció Papini y le consagraron un salón del DME en homenaje a su labor al servicio de la institución y a su obra científica. En particular la corriente de investigación que se interesa en los fenómenos aleatorios y a las probabilidades, muy activamente animada en el DME por Ana María Ojeda, le debe mucho a los aportes de Papini. Este mismo tema fue también de interés para Ernesto Sánchez, cuando hizo en Estrasburgo una estancia de pos-doctorado.

Por otra parte, se tuvo la participación de miembros del DME en París, en reuniones del "*Séminaire National de Didactique des Mathématiques*" o en encuentros en el IREM Paris 7, cuando allí estudiaban o estaban de estancia sabática, entre otros Francisco Cordero, Ricardo Cantoral y Rosa Maria Farfán. Ellos son en el DME de los que tienen un buen conocimiento de "la" escuela francesa de didáctica. El singular se escribió entre comillas porque, como este texto lo demuestra, la realidad es que dicha escuela reúne puntos de vista distintos, sin embargo todos orientados hacia la consideración de la educación matemática no como un subproducto de otras disciplinas científicas, incluso de la misma matemática, sino como un fenómeno en sí mismo, que justifica un estudio específico.

Por supuesto "la" escuela francesa es una de las múltiples referencias en las que investigadores del DME se apoyaron para desarrollar sus propios proyectos. Cabe mencionar en primer lugar los contactos con los vecinos cercanos de los Estados Unidos: Es ahí que estudiaron en particular Eugenio Filloy, Simón Mochón, Jesús Riestra, Francisco Cordero ya citado, Luz Manuel Santos que cumplió un postdoctorado después de su doctorado en Canadá, sin hablar de los que hicieron largas estancias. Ya hablamos de Canadá en el caso de Luz Manuel Santos, pero no es el único; por ejemplo el difunto (marzo de 2016) José Guzmán estudió en Canadá. Y también "la" escuela inglesa constituyó un polo atractivo notable. Allí Olimpia Figueras, Ana María Ojeda, Teresa Rojano tuvieron una participación activa en investigaciones con colegas ingleses. Y en el propio DME fueron muy apreciados los aportes de Kathleen Hart, colega inglesa fallecida, quien contribuyó en varios proyectos del Departamento como la Maestría en Educación opción Matemáticas.

De forma recíproca pasa algo semejante del lado francés. La red de contactos se extiende hacia muchas zonas. Así los contactos con México generan de manera casi natural nuevos contactos con Canadá, España y Brasil (el caso de Chile es más específico). Un ejemplo notable es la extensión de los simposios sobre los *Espacios de Trabajo Matemático* (ETM). Los dos primeros se organizaron en 2009 y en 2010, en cada caso como *Simposio Franco-Chipriote*. El simposio ETM3 que tuvo lugar en Montreal (Canadá) en el año 2012 fue el marco de una colaboración internacional mucho más amplia. En el simposio de 2012 participaron en particular investigadores mexicanos y después del simposio se publicaron artículos trilingües (español, francés, inglés) que constituyeron dos tomos especiales de la *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* (*Relime, vol. 17, No. 4-I y No. 4-II, 2014*).

Si el número de doctores en la rama de matemática educativa en México ha alcanzado ahora un nivel suficiente para no obligar a uno a salir fuera del país para graduarse, la tradición de apertura al exterior sigue viva en el DME. Esta tradición se puede también manifestar en el Cinvestav-IPN

mismo, bajo la forma de interesarse en tomar en cuenta diversos puntos de vista en una orientación de trabajo. Una labor notable fue la escritura por Armando Cuevas, Hugo Mejía, François Pluvinage y Gonzalo Zubieta de un libro de geometría analítica que la editorial Oxford publicó en el año 2005. El nombramiento de Asuman Oktaç en el DME como investigadora titular fue otro testimonio evidente de apertura.

A la lectura de lo anterior se puede constatar que los contactos con grupos o investigadores extranjeros no son en el DME puros adornos, sino fuentes de ideas y de proyectos. Basta asistir a uno de los seminarios en cualquiera de las áreas del Departamento para darse cuenta de que sí tienen un papel efectivo, y constituyen una realidad en la investigación tal como se desarrolla en el cotidiano. Además, es necesario subrayar la influencia muy importante que tiene el DME en los avances de la matemática educativa en todos los países de Latinoamérica. La fuerte participación de miembros del DME en todos los encuentros a este nivel es evidente, y en sentido contrario se nota en el DME la presencia de muchos estudiantes de maestría y de doctorado oriundos de toda la zona. Eso se le debe mucho al espíritu de apertura vigente en el Departamento.

Nexos

Una característica del DME es su adecuada distancia de las instituciones oficiales del sistema educativo como la SEP (Secretaria de Educación Pública): No es demasiado próxima, si bien sus acercamientos conservan un carácter independiente, tampoco es demasiado distante, lo que podría tener como efecto que sus estudios dejen de interesar a la comunidad educativa. Contribuciones como la formación y la actualización docente, la elaboración de libros de texto, o la participación en encuestas dentro de las escuelas, son importantes para el reconocimiento institucional; también es de suma importancia el reconocimiento de parte de los profesores, y para eso un factor considerado por el cuerpo docente es cierta libertad institucional, que precisamente tiene el DME.

Hoy en día las facilidades que permiten las conexiones a través de la red Internet constituyen una fuente de extensiones de las actividades del DME. Éstas, también podrían contribuir al profesorado nacional a un nivel de intercambios que facilitaría la obtención de una calidad más equilibrada en la enseñanza de las matemáticas. Las encuestas nacionales e internacionales (PISA), muestran que este equilibrio constituye un objetivo importante para la enseñanza en México.

ALGUNOS RESULTADOS NOTABLES

Se puede afirmar que México aprovechó de forma muy positiva su apertura internacional, en particular con la escuela didáctica francesa. Considerando por ejemplo las encuestas PISA, es importante subrayar la progresión de México entre las evaluaciones de los años 2003 y 2012. El texto siguiente se tomó de la síntesis publicada por la OCDE.

> Entre PISA 2003 y PISA 2012, México aumentó su matrícula de jóvenes de 15 años en educación formal (del 58% a poco menos del 70%). El rendimiento de estos alumnos en matemáticas también mejoró (de 385 puntos en 2003 a 413 puntos en 2012).
>
> • Cabe destacar que el aumento de 28 puntos en matemáticas entre PISA 2003 y PISA 2012 fue uno de los más importantes entre los países de la OCDE. Sin embargo, en PISA 2012, el 55% de los alumnos mexicanos no alcanzó el nivel de competencias básicas en matemáticas.
>
> • En matemáticas, el promedio de México de 413 puntos lo ubica por debajo de Portugal, España y Chile, a un nivel similar al de Uruguay y Costa Rica, y por encima de Brasil, Argentina, Colombia y Perú.

• En PISA 2003 existía una diferencia de 60 puntos entre alumnos en ventaja y desventaja social; en PISA 2012, esta diferencia bajó a 38 puntos. Asimismo, la variación derivada de factores socio-económicos disminuyó del 17% en 2003 al 10% para 2012. Bajado de https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA-2012-results-mexico-ESP.pdf

Sin embargo, consideramos que resulta difícil poder determinar las influencias de la investigación en Matemática Educativa en los resultados de PISA. Lo que sí podemos evidenciar es que una importante colaboración franco-mexicana en torno a esta disciplina se ha puesto de manifiesto.

Para ilustrarlo presentamos a continuación una lista de temas representativos de investigaciones que resultaron de esta colaboración y que fueron objeto de una reflexión continuada en el transcurso del tiempo. Al final del texto se encuentra la bibliografía con las referencias precisas de los documentos colaborativos de nivel internacional producidos sobre estos temas.

Cálculo diferencial e integral: 3 publicaciones

Formación y actualización de profesores: 6 publicaciones

Asimismo consideramos importante reportar juicios institucionales de calidad, que se otorgan a organismos que alcanzan estándares de alto nivel internacional. Síntomas de calidad a nivel internacional de organismos, producciones e investigación en México:

Pertenencia del DME al Programa Nacional de Posgrados de Calidad (PNPC)

Nivel internacional de la revista Relime

Presencia en el índice revistas de calidad del Conacyt (Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología) de la revista Educación Matemática

Después de obtener su doctorado en Francia y haber regresado a México, Fernando Hitt logró obtener un puesto de profesor regular en la Universidad del Quebec en Montreal (UQAM), lo que ilustra su nivel científico. El tema de las funciones es uno de los centros de interés de Fernando Hitt. Sus ideas y sus reportes son muy útiles para generar proyectos de investigación relacionados con funciones. Además, las observaciones finas que reportó su tesis sobre el fenómeno de regreso después del descubrimiento de un error, son de total actualidad. No es un comportamiento generalizado, como uno lo podría creer, sino que caracteriza de manera bastante relevante a los alumnos de buen rendimiento escolar.

Un posgrado de desarrollo profesional de profesores de matemáticas para México y Latinoamérica

El CICATA del Instituto Politécnico Nacional creó en el año 2000 un Programa de Matemática Educativa (PROME) de maestría y de doctorado para profesores de matemáticas en la modalidad en línea y a distancia. Una de las grandes virtudes de esta modalidad es que permite tener entre sus estudiantes a profesores de matemáticas y a investigadores en Matemática Educativa de diferentes latitudes –aunque hay una mayoría mexicana-. Este programa ha generado diferentes interacciones académicas entre Francia y México, pero también entre Francia y Latinoamérica, ya que algunos de sus estudiantes son latinoamericanos, principalmente de Argentina, Chile, Colombia y Uruguay. El programa ha ido evolucionando con el tiempo, en concordancia con el desarrollo tecnológico y con

el de las investigaciones en Matemática Educativa. En sus orígenes, una de las teorías que fue muy estudiada fue la Teoría de Situaciones Didácticas y más recientemente lo ha sido la Teoría Antropológica de lo Didáctico que propone un modelo para el estudio de la actividad humana en su dimensión institucional. Las unidades de aprendizaje (UA) se han ido diseñando con el objetivo, cada vez más claro, de ser un puente entre la investigación en Matemática Educativa y la práctica docente. Para ello, se ha buscado tener una perspectiva amplia sobre la investigación y sus resultados, diseñándose UA's con formadores del PROME y de otras partes del mundo. Particularmente, se han diseñado e implementado varias UA, entre formadores mexicanos y franceses, la primera de ellas fue con Guy Athanaze del Instituto Nacional de Ciencias Aplicadas de Lyon (INSA-Lyon), sobre una evaluación docente de la plataforma 'e-math' por profesores de matemáticas latino-americanos. Esta plataforma fue creada por Guy Athanaze con el objetivo de ser una "ayuda" en el estudio de las matemáticas de los primeros años universitarios de estudiantes de ingeniería. Otra UA fue diseñada con Jean Philippe Georget de la Universidad de Caen, sobre recursos del y para el profesor de matemáticas, fuertemente basada en su trabajo doctoral (Georget, 2013). Esta UA además fue objeto de estudio en la tesis doctoral de Dinazar Escudero, tesista mexicana, doctorada en la Universidad de Huelva.

La más reciente UA fue diseñada en colaboración con Christophe Hache, del IREM de Paris, sobre el rol del lenguaje en la actividad matemática. En estas UA, los profesores de matemáticas latino-americanos –principalmente mexicanos-, los formadores mexicanos y franceses mantienen interacciones de diferente nivel, la comunicación se hace tanto en español como en francés. Asimismo, se desarrolló un seminario para el programa de doctorado conjuntamente con Alain Kuzniak del IREM de Paris, quien al igual que Corine Castela ha tenido gran participación en seminarios en línea, en talleres, en el Coloquio de Doctorado que se ha hecho de manera presencial y en el primer Congreso en Línea del PROME. Estas interacciones permiten la difusión de los resultados de investigación, el reconocimiento de los saberes profesionales de los profesores, sus cuestiones más urgentes y las demandas que deben, en muchos de los casos convertirse en objeto de investigación.

CORRIENTES TEÓRICAS, METODOLOGÍAS Y HERRAMIENTAS

Corrientes teóricas invocadas en publicaciones en colaboración

Las publicaciones consideradas son las que resultan de la colaboración de investigadores franceses y mexicanos. La variedad de corrientes teóricas invocadas en ellas es impresionante.

Teoría de situaciones didácticas (TSD), y el modelo conception- knowing-concept (cK¢),

Teoría de registros semióticos (TRS)

Teoría antropológica de lo didáctico (TAD)

Aproximación documental, génesis instrumental y orquestación

Espacios de trabajo matemático (ETM)

Una de las interacciones entre México y Francia, que han generado también una colaboración con España y Latinoamérica se ha generado en torno al uso de la TAD. Primeramente, podríamos señalar el trabajo generado en el marco de la tesis doctoral de Avenilde Romo, mexicana, dirigida

por Michèle Artigue y Corine Castela que dio lugar a un desarrollo del modelo praxeológico extendido, cuya difusión aparece en Romo Vázquez (2009) y Castela y Romo (2011).

El uso de este modelo ha potenciado el desarrollo de investigaciones que analizan el rol de las matemáticas y de su enseñanza en contextos no escolares, como los desarrollados por Diana Solares de la Universidad Autónoma de Querétaro, Armando Solares de la Universidad Pedagógica Nacional, Alberto Camacho del Instituto Tecnológico de Chihuahua II, que han dado lugar a publicaciones y a ponencias en congresos internacionales como el *Espace Mathématique Francophone* (EMF). Asimismo, se ha utilizado en diferentes tesis de las instituciones antes mencionadas así como de la Universidad Autónoma de Guerrero y principalmente del CICATA-IPN. Es importante señalar, que varias de estas tesis se abocan a la formación de futuros ingenieros y de técnicos, por lo que en todas existe un análisis de la actividad matemática en contextos de formación de especialidad o profesional. Por ilustrar algunos contextos estudiados, el levantamiento y trazo topográfico Covián (2013); el análisis matricial de estructuras Echavarría (2016), el método de Page Rank utilizado en los buscadores de Internet, como Google, Patricio (2016); el caso de circuitos eléctricos y materiales laminados Siero (por aparecer), el método de la Separación Ciega de Fuentes en ingeniería (Morillo 2015; Vázquez, Romo y Trigueros 2015 y Vázquez, Romo, Romo-Vázquez y Trigueros 2016). Estos trabajos han sentado las bases para el diseño de Actividades de Estudio y de Investigación (AEI) y de Recorridos de Estudio y de Investigación propuestas en la TAD y fuertemente desarrolladas por el grupo de investigación de Barcelona liderado por Marianna Bosch y Josep Gascón.
Otra interacción generada en torno a la TAD es la del diseño de una UA entre investigadores del PROME (CICATA-IPN) Apolo Castañeda, Avenilde Romo y Mario Sánchez e investigadores de Barcelona, Marianna Bosch, Berta Barquero y Josep Gascón. Esta UA se basa en la metodología de los Recorridos de Estudio y de Investigación para la formación del profesorado (REI-FP), implementándose durante tres años consecutivos 2013, 2014 y 2015. El análisis de esta UA y sus implementaciones ha sido objeto de investigación, presentándose en diferentes congresos (Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, 5to. Congreso Internacional de la TAD, INDRUM e ICME) y en un taller de la 18e École d'été de Didactique des Mathématiques, en colaboración con Thomas Hausberger de la Universidad de Montpellier.

Corrientes procedentes de Latinoamérica

Etnomatemáticas, corriente que se fundamenta en particular sobre el libro de Alan Bishop (1988) *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education* y que ha sido muy difundida en países de Latinoamérica por Ubiratan d'Ambrosio (Brasil).

Socioepistemología

Esta corriente de origen propiamente mexicano fue creada por un grupo de investigadores encabezado por Ricardo Cantoral. Su enfoque principal es la construcción social del conocimiento matemático y las consecuencias que esta construcción puede tener en las instituciones encargadas de la formación matemática. En una lógica de emancipación, es un ejemplo recomendable, por representar una apropiación de investigadores trabajando en un país que no tenía tradición de

estudios en matemática educativa, o didáctica de las matemáticas según la terminología francesa. Esta corriente se puede ver relacionada con aspectos de cultura francesa, en particular el deseo de independencia con respecto a la dictadura de las potencias dominantes y el énfasis sobre la teoría.

Otras corrientes teóricas desarrolladas en México

Más allá del desarrollo de corrientes teóricas nacidas en Latinoamérica también se han desarrollado e impulsado en México, corrientes originadas en otros países, la Real Mathematics Education (RME) y las prácticas de modelación, el enfoque Ontosemiótico y la teoría APOS. El uso de estas teorías ha permitido un desarrollo en horizontes diversos, de la Matemática Educativa en México. Particularmente, el caso de la teoría APOS ha generado otro tipo de relaciones con Francia. La ardua participación del DME y del ITAM en proyectos de investigación relacionados con la teoría APOS, desarrollada inicialmente por Ed Dubinsky, ha generado varios productos importantes. Entre ellos, un artículo sobre un experimento de enseñanza de espacios vectoriales, escrito por Asuman Oktaç y María Trigueros (investigadora del ITAM), se publicó (en francés) en la revista *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* (2005, vol. 10, IREM de Strasbourg). Luego estas dos investigadoras mexicanas fueron invitadas a presentar la teoría APOS a Francia, la cual en esa época era casi desconocida en este país.

Metodologías y herramientas señaladas

En la investigación, dos referencias metodológicas no exclusivas sobresalen: por un lado la ingeniería didáctica y por otro lado metodologías de toma y análisis de datos, en particular con el software de análisis implicativo CHIC. En Cantoral (2013) se señala: "Con frecuencia los diseños de ingeniería didáctica son usados por la Socioepistemología cuando se pretende diseñar situaciones de aprendizaje para la intervención en situaciones controladas" (p.174). Asimismo se señala que el uso de esta metodología se basa en los trabajos de Arigue 1990 y Farfán, 1997.

Una metodología procedente de Canadá, propuesta por (F. Hitt), es también usada en experimentación en clases: ACODESA. Esta metodología integra elementos como son aprendizaje en colaboración (Paintz, 2001), debate científico a la manera de Legrand (1990, 1996, 2001) y un trabajo de auto-reflexión en concordancia con Hadamard (1945). El debate científico ha sido un elemento importante en el desarrollo de diversas investigaciones en Francia.

El uso de recursos en línea y documentos.

PERSPECTIVAS

Aquí se señalan varias perspectivas para seguir profundizando temas de investigación con participación internacional, y colaboraciones con la tradición didáctica francesa:

Cálculo diferencial e integral (seminario y encuentro anual, en el que participan investigadores franceses como conferencistas invitados y talleristas) y que son la ocasión para generar nuevas colaboraciones, como es el caso de proyectos que se desarrollan en torno al ETM por investigadores mexicanos

Diseño de AEI's y de REI's para la formación de futuros técnicos y profesionistas, que consideren como base el análisis de contextos profesionales, en colaboración con investigadores latino-americanos, franceses y españoles

Estudios sobre complementariedad entre las teorías Socioepistemología y TAD, por investigadores latino-americanos y franceses

Estudios sobre las matemáticas en las prácticas sociales y la historia de las matemáticas antiguas con participación de investigadores mexicanos y franceses

Relaciones más estrechas entre los programas de formación de maestría y doctorado de México y de Francia, que permitan el intercambio de estudiantes y de investigadores así como el desarrollo de proyectos de investigación en colaboración (rol del lenguaje en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, espacio matemático de trabajo de la cinemática, modelización matemática)

Organizar el Coloquio de Doctorado, que permite el encuentro de estudiantes de doctorado con investigadores confirmados

Explorar nuevas trayectorias de aprendizaje para la enseñanza de tópicos necesarios pero tradicionalmente difíciles: los campos de números incluyendo los negativos, las operaciones relacionadas con la proporcionalidad, el uso de álgebra. Para estas trayectorias, promover el uso de la geometría: recta real, eje graduado en el plano cartesiano, homotecia.

Desarrollar los recursos en línea e impulsar su uso por los profesores, tanto en formación como en su actividad laboral. Favorecer la formación de comunidades y apoyarlas con la participación de especialistas extranjeros.

REFERENCIAS

Bibliografía selecta de documentos resultando de colaboración franco-mexicana

Pluvinage, F. & Rigo Lemini, M., (2008). Mais non, Marina ! *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, *13*, 40–61.

Brousseau, G., Cabañas, G., Cantoral, R., Oliveira, H., Da Ponte, J., Spagnolo, F. (2009). A research on classroom practice: A monograph for topic study group 24, ICME 11. The introductory Chapter. *Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica,)* Sup. n. 4 al n. 19.

Parada S. E., Figueras O. & Pluvinage, F. (2011). Un modelo para ayudar a los profesores a reflexionar sobre la actividad matemática que promueven en sus clases. *Revista de Educación y Pedagogía*, *59*, 85-102.

Parada S. E., Pluvinage, F. & Sacristán A. I. (2013). Reflexiones de profesores sobre los números negativos al interior de una comunidad de práctica. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 33(3), 233-266.

Cálculo diferencial e integral

Andreu Ibarra M. E. & Riestra Velazquez J. A., adapté par Pluvinage, F. (2007) Et si nous en restions à Euler et Lagrange ? Mise à l'essai d'un enseignement d'analyse à des étudiants non mathématiciens en début d'études supérieures, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 12*, 165–187.

Cuevas, A., Martinez, M.y Pluvinage, F. (2012) Promoviendo el pensamiento funcional en la enseñanza del cálculo: un experimento con el uso de tecnologías digitales y sus resultados. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, *17,* 137-168.

Cuevas, C. y Pluvinage, F. (Eds.) (2013). *La enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral. Compendio de investigaciones y reflexiones para profesores, formadores e investigadores en matemática educativa*. Pearson Educación, México. [textos en español, 13 autores de capítulos representando 7 países, 244 p.]

Modelización

Romo Vázquez, A. (2009). *Les mathématiques dans la formation d'ingénieurs*. Tesis de doctorado. Université Paris Diderot – Paris 7.

Castela C. & Romo A. (2011). Des mathématiques à l'automatique : étude des effets de transposition sur la transformée de Laplace dans la formation des ingénieurs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. *31*(1). 79-130.

Formación y actualización de profesores

Romo, A., Barquero, B. y Bosch, M. (in press). Study and research paths in online teacher professional development. *Proceedings of First conference of International Network for Didactic Research in University Mathematics*. Montpellier, Francia

Barquero, B., Bosch, M. y Romo, A. (2016). A study and research path on mathematical Modelling for teacher education. *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education.*

Barquero, B., Bosch, M. y Romo, A. (2015). A study and research path on mathematical modelling for in-service teacher education: the challenge of an online course on SRP-TE. *Proceedings ETE-2014. Essen*, Alemania. 14-16 de diciembre 2014.

Barquero, B., Florensa, I. Hausberger, T. y Romo, A. (in press). La prise en compte du collectif dans l'analyse de deux parcours d'étude et de recherche en ligne. *Actes de la XVIII École d'été en Didactique des Mathématiques.*

Juarez, M. d. R., Arredondo, A. & Pluvinage, F. (2014) Etude comparée de la formation initiale de professeurs de mathématiques en France et au Mexique. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 19*, 251-283.

Gueudet, G., Sacristán, A.I., Soury-Lavergne, S. & Trouche, L. (2012) Online paths in mathematics teacher training: new resources and new skills for teacher educators. In S. Llinares and M. Borba (Eds.). *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*. *44*(6), 717-731.

Romo, A. y Georget, J.P. (2014). Recursos didácticos del y para el profesor de matemáticas. Una experiencia de formación continua en la modalidad en línea y a distancia. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *27,* 2327-2334.

Trouche, L., Drijvers, P., Gueudet, G. & Sacristán, A. I. (2013). Technology-Driven Developments and Policy Implications for Mathematics Education. In M. A. (Ken) Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick & F. K.S. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education (Chap. 24). Springer International Handbooks of Education*, Vol. 27, (pp. 753-789). New York: Springer.

Otras referencias

Artigue, M. (1190). Epistémologie et didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques 10(2&3),* 241-286.

Camacho A., Romo-Vázquez A. (2015) Déconstruction-construction d'un concept mathématique. En Theis L. (Ed.,) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage – Actes du colloque EMF2015* – GT5, (pp. 443-453).

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento.* Barcelona: Gedisa.

Echavarría, L.A. (2016). *Una secuencia didáctica para el curso de análisis numérico en formación de ingenieros.* Tesis de maestría. CICATA-IPN, Ciudad de México, México.

Farfán, R.-M. (1997). *Ingeniería Didáctica: Un estudio de la variación y el cambio*. Ciudad de México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Hadamard, J. (1945). *The Psycology of invention in the mathematical field*. Princeton: Princeton University press.

Legrand, M. (1990). Rationalité et démonstration mathématique, le rapport de la classe à une communauté scientifique. *Recherches en Didactique des Mathématiques. 9*(3), 365-406.

Legrand, M. (1996). La problématique des situations fondamentales. Confrontation du paradigme des situations à d'autres approches didactiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques 16*(2), 221–280.

Legrand, M (2001). Scientific debate in mathematics courses. En D. Holton (Ed.), *Teaching and Learning of Mathematics at University Level. An ICMI Study*, (pp. 127-135). Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Paintz, T. (2001) *Collaborative versus cooperative learning- a comparison of the two concepts which will help us understand the underlying nature of interactive learning*. Disponible en la siguiente dirección de internet: http://www.capecod.net/~tpanitz/tedspage/tedsarticles/coopdefinition.htm.

Patricio, J. (2016). *Diseño de Actividades de Estudio y de Investigación para una formación de ingenieros en sistemas computacionales*. Universidad Autónoma de Guerrero, Chilpancingo, México.

Siero, L. y Romo-Vázquez, A. (2016). Didactic Sequences Teaching Mathematics for Engineers with Focus On Differential Equations. En M.S. Ramírez y M. A. Domínguez (Eds.), *Driving STEM Learning with Educational Technologies*. IGI Global

Vázquez, R., Romo, A. y Trigueros, M. (2015). Un contexto de modelación para la enseñanza de matemáticas en las ingenierías. En P. Scott y Á. Ruiz (Eds.), *Educación Matemática en las Américas 2015* (Volumen 16: Modelación, pp. 171-181). República Dominicana: Comité Interamericano de Educación Matemática.

Vázquez, R., Romo, A., Romo-Vázquez, R. y Trigueros, M. (por aparecer). Una reflexión sobre el rol de las matemáticas en la formación de ingenieros. *Educaci*

DIDACTIC COLLABORATION BETWEEN FRANCE AND MEXICO

François Pluvinage*, Avenilde Romo-Vázquez**

Cinvestav-IPN (México)*, CICATA-IPN (México)**

With contributions from French and Mexican researchers:

Nicolas Balacheff, Corine Castela, Colette Laborde, Luc Trouche, Gérard Vergnaud, Laurent Vivier (France)

David Block, Ricardo Cantoral, Francisco Cordero, Armando Cuevas, Rosa Maria Farfán, Asuman Oktac, Ruth Rodriguez, Ana Isabel Sacristán, Ernesto Sánchez, L. Manuel Santos (Mexico)

Resumen: Las colaboraciones didácticas entre Francia y México han involucrado diferentes instituciones, temáticas, teorías, metodologías, investigadores y en efecto han aportado al desarrollo de la Matemática Educativa. Para mostrarlo, en este texto se inicia con un pasaje histórico, donde el hoy Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav (Centro de Investigación y de Estudios Avanzados) es la primera institución en generar condiciones para estas interacciones. Por su parte, el Departamento de Investigaciones Educativas también del Cinvestav y su cercanía con la Secretaría de Educación Pública propició que la Teoría de Situaciones Didácticas fuera referente, más o menos explícito de reformas de planes curriculares y de programas de formación de docentes e investigadores. El Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada también ha contribuido a estas interacciones, generando colaboraciones a diferentes niveles. Más allá de las instituciones, presentamos las teorías involucradas, las metodologías utilizadas, los resultados obtenidos y las perspectivas que abren las colaboraciones entre estos dos países.

Abstract: Didactic interactions between France and Mexico have involved different institutions, themes, theories, methodologies and researchers and, without doubt, have contributed to the development of Mathematics Education. To demonstrate this, the text begins with a historical overview in which what is today the Department of Mathematics Education at Mexico's Cinvestav (Centro de Investigación y de Estudios Avanzados) was the first institution that propitiated these interactions. In turn, the Department of Educational Research, also at Cinvestav, but closely associated with Mexico's Department of Public Education (SEP), fomented the Theory of Didactic Situations (TDS) as a more-or-less explicit referent for the reform of study plans and programs for training teachers and researchers. The Research Center in Applied Science and Advanced Technology (Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada) has also contributed, by promoting collaborations at different levels. In addition to these institutions, the text discusses the theories involved, the methodologies utilized, the results obtained, and the perspectives for future collaborations between the two countries.

DIDACTIC COLLABORATIONS BETWEEN FRANCE AND MEXICO

The transmission of educational practices and didactic principles from one side of the Atlantic to the other is a longstanding process, one that often reflects a broader influence of French culture in Mexico, especially of the former's republican ideas. For example, Mexico's Normal Schools (Teachers' Colleges) follow the French model, and numerous educational institutions there bear the name Célestin Freinet. In the opposite direction, Mexico has exported many artistic contributions to

Europe, especially France. One current example is that of Mexican painters and muralists, heirs to an illustrious tradition. We downloaded this image of Cité idéale mexicaine held in the Tony Garnier urban museum in Lyon from the Internet site http://cite-creation.com/.

Figure 1. Cité idéale mexicane

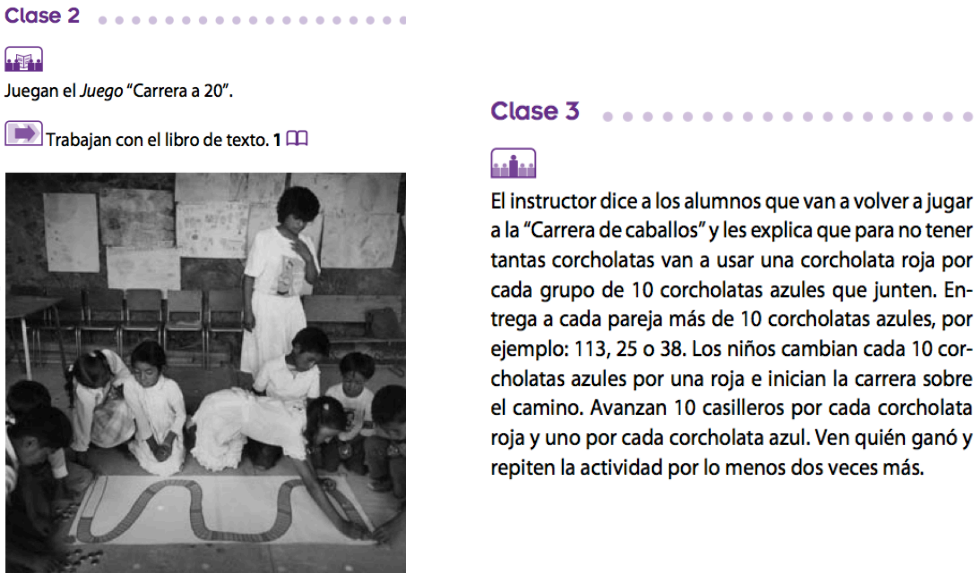
Also, Mexicans and the French share certain similarities in their historical roots. These appear, for example, in popular images of the figures of defeated heroes like Vercingetorix and Cuauhtémoc in their respective countries. Also, there are regions in France where regional languages like Alsatian, Breton or Basque, are spoken in addition to French, so no Frenchman would be surprised to hear other languages in Mexico, aside from Spanish; to give but one example, Purépecha in Michoacán. Of course, much could be said about specific aspects of Mexican culture that in fields like architecture, urbanization, literature, painting and sculpture, music, artisanal products, and simply the art of living, have contributed to the feeling among many French people that they are not foreign to Mexico, its problems, or its ways of confronting them, and, in the best cases, resolving them. Another shared element we must include is the fact that both nations' educational systems are founded upon the principle of the separation of Church and State, a tenet promulgated in Mexico years earlier than in France.

This text is limited to a discussion of events and productions that followed the creation of the Section for Mathematics Education by Eugenio Filloy and Carlos Imaz in 1975; known today as the Department of Mathematics Education (DME) at the Center for Advanced Research and Studies at Mexico's Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN). One of the institutional motives that led to the creation of an organism of this kind was the need to revise the programs and plans for teaching mathematics in Mexico in order to adapt them to recent changes around the world. A second impulse came from the need to design new textbooks, but it became clear at the same time that the country urgently required teacher-training programs. While they could have conformed with providing narrow responses to such institutional demands, the Section's founders had the foresight to perceive the need to subject all proposed changes in mathematics education to experimentation, but this assumed the existence of a structure for educational research.

Following a congress at the Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (CIEAEM, a dedicated Francophone group working in the field of mathematics education under the auspices of the Comisión Internacional de las Matemáticas) in

Santiago de Compostela, Spain, in the summer of 1979, Eugenio Filloy invited three researchers – two Frenchmen, Guy Brousseau (Bordeaux) and François Pluvinage (Strasbourg), and one American, Raghavan Narasimhan (Chicago)– to Mexico to foment teacher-training programs for mathematics education. The following year (1980), another notable meeting of the CIEAEM took place, this time in Oaxtepec, Mexico, well-organized by the fledgling Section of Mathematics Education.

Also in 1980, and for the following ten years (1980-1990), three researchers from the Psychomathematics Laboratory at the Department of Educational Research (DIE-Cinvestav), Grecia Gálvez (a Chilean), Irma Fuenlabrada, and Irma Saíz, later joined by David Block, Hugo Balbuena and other collaborators, developed a research project originally based on Dienes' work, but later strongly influenced by the Theory of Didactic Situations (TDS). This came to be called "the 6-year project" because those researchers gave math classes in an experimental setting to two groups from grades 1-6 of primary school in order to evaluate the best approaches to teaching mathematics. This initiative was one of the first to apply a theory that would soon influence other programs –as we shall see below– especially in relation to reforms of the curriculum for basic learning fomented by Mexico's Department of Public Education (SEP) in 1993. In 1989, before that reform, and in the context of the Program of Educational Modernization, the Consejo Nacional de Fomento Educativo (National Council for Fomenting Education, CONAFE) proposed updating –or re-elaborating– the Manual for community instructors it had designed for scholarship-holders entrusted with primary-level teaching in multi-grade schools in small localities like ranches and villages. The challenge was to give those young instructors, who had to teach pupils in all six grades simultaneously, materials that would be easy to understand and use, but were of high quality and reflected advances in how to teach each subject. For math, TDS was the foundation, and the activities proposed included situations previously tested by Brousseau, including the "Race to 20" (low grade 2), and ludic exchange situations like the following (grade 3):



Clase 2

Juegan el *Juego* "Carrera a 20".

Trabajan con el libro de texto. 1

Clase 3

El instructor dice a los alumnos que van a volver a jugar a la "Carrera de caballos" y les explica que para no tener tantas corcholatas van a usar una corcholata roja por cada grupo de 10 corcholatas azules que junten. Entrega a cada pareja más de 10 corcholatas azules, por ejemplo: 113, 25 o 38. Los niños cambian cada 10 corcholatas azules por una roja e inician la carrera sobre el camino. Avanzan 10 casilleros por cada corcholata roja y uno por cada corcholata azul. Ven quién ganó y repiten la actividad por lo menos dos veces más.

Figure 2. Learning situation from Manual for community instructors[1]

[1] Class 2
Play the "Race to 20" game
Work with the textbook
Class 3

The 1993 curricular reform involved greater production of textbooks, cards, and didactic activities heavily influenced by the "French" school and TDS. David Block, who would later earn his doctorate under the co-direction of Guy Brousseau, participated actively in elaborating materials for primary school, while Jesús Alarcón (nicknamed, Papini) did so for secondary school. That reform remained in effect for 18 years (1993-2011) and included implementing the Program for Actualizing Mathematics Teachers (1995). The Introduction to La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros. Primera parte, reveals how the general focus on teaching adopted from the TSD approach figures there, though its application was not explicitly acknowledged.

Numerosos estudios sobre el aprendizaje y la enseñanza han demostrado que los niños *no son* simplemente receptores que acumulan la información que les dan los adultos, sino que aprenden modificando ideas anteriores al interactuar con situaciones problemáticas nuevas.

Desde esta perspectiva, las matemáticas deben ser para los alumnos una herramienta que ellos recrean y que evoluciona frente a la necesidad de resolver problemas.

Figure 3. Extract of introducction of book "La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria"[2]

This period also witnessed various reforms that affected Mexico's Normal Schools and reflected the influence of TDS. In Block's words, "after more than 20 years using these materials, traces of the contributions of TDS likely persist in the teachers' culture".

At the graduate level, the aforementioned Department of Mathematics Education (DME) created two programs in mathematics education: a Master's and a Doctorate. Today, they are included in the "International Competence" level of Mexico's National Registry of Quality Graduate Programs (PNPC) maintained by the National Science and Technology Council (CONACyT).

Aside from the DME, other important organs that conduct research in the field of mathematics education in Mexico include the Center for Advanced Research in Applied Science and Technology (CICATA-IPN) and the Department of Educational Research (DIE) at Cinvestav-IPN, the Autonomous Universities of Guerrero and Zacatecas, and the University of Guadalajara, all of which offer training at the Master's level, while the University of Guerrero has a Doctorate in Science that includes a Specialization in Mathematics Education. Also, researchers at various other institutions (the Monterrey Institute of Technology, the Universities of Coahuila, Puebla, and Sonora, the UAEMex, the Veracruzana University, and, in Mexico City, the National Pedagogical University,

The instructor tells the pupils they are going to play the "Horse race" game again, but that to avoid using so many corks, they will use one red cork for each group of 10 blue ones accumulated. She/He then gives each pair more than 10 blue corks; eg., 113, 25 or 38. The children then exchange each set of 10 blue corks for one red one and begin the race, advancing 10 squares for each red cork and one for each blue cork. They play until one of them wins, then repeat the activity at least twice.

[2] Numerous studies of teaching and learning demonstrate that children *are not* simple receptors who accumulate information given by adults, but that they learn by modifying previous ideas through interaction with new problematic situations. In this perspective, math should be a tool that students use to re-create and evolve when faced with the need to solve problems.

ITAM, and UACM) conduct recognized activities in the field of mathematics education and participate in exchanges with French institutions and researchers.

The universities in France that participate in didactic research programs with Mexican scholars are located in Grenoble, Lille, Montpellier, Paris, Rouen, and Strasbourg. Contributing centers include the *Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques* (IREM) and the *Ecoles Supérieures du Professorat et de l'Éducation* (ESPE), which followed the *Instituts Universitaires de Formation des Maîtres* (IUFM) in initial teacher-training. The *Institut Français de l'Education* (IFE) at the *École Normale Supérieure de Lyon* also offers attractive programs. In Paris, researchers from various universities gather at the *Laboratoire de Didactique André Revuz* (LDAR). Another important body for didactic research in France is the *Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques* (ARDM), which has some Mexican members and organizes the national seminar and summer schools called *Didactique des Mathématiques*[3]. It is important to note that while Mexican researchers have not contributed articles to the publications from these summer schools on didactics in mathematics, they did attend several of them.

The DME on the international scene

Teaching mathematics is an issue that all modern societies, including Mexico, must attend to. Today, math stands out as a means of expression and communication that involves everyone, not just a small minority of specialists. But what we find among young people is, on the one hand, a lack of interest in scientific careers and, on the other, a broad rejection of mathematics in favor of other areas of specialization.

Of course, the DME is concerned with such issues, though it has chosen indirect routes to avoid the risk of falling into an abyss. Its approach is prudent: one key idea that Eugenio Filloy incorporated from the very beginning is the need to explore the terrain before taking risks. As a result, research has focused on fundamental topics also examined by other groups around the world; among them, studies on rational numbers, algebra, probability, and functions, within theoretical frameworks like epistemology, the cognitive sciences, and computation. The selection of topics like these and the testing of different research methods and approaches are important, active contributions by Mexico that are often presented by members of the DME at international congresses and meetings (eg. ICMI, CIAEM, CIEAEM, PME, PME-NA, RELME, Ibero-América, etc.). In addition to articles in journals with wide circulation, another source of information on research conducted at the DME are the Minutes of such events.

Welcoming researchers from other countries is a constant feature of the work by scholars at the DME, a Department that has always placed a premium on receiving researchers who graduated from foreign universities or institutions, considering this practically a necessary condition for recognition at the national level. Thus it was that two eminent members, Jesús Alarcón (alias Papini) and Fernando Hitt, went to Strasbourg to study their doctoral degrees. Sadly, Papini passed away a few years ago, but his memory was forever preserved when a classroom at the DME was named in his honor, a deeply-felt homage to his scientific work and years of service to the institution. In particular, the line of research that focuses on random phenomena and probability, currently pursued actively at the DME

[3] These summer schools are held every two years and their publications since 2000 can be ordered from the following site http://rdm.penseesauvage.com/-Collection-Ecole-d-ete-.html.

by Ana María Ojeda, owes much to Papini's influence. This was also a topic of interest for Ernesto Sánchez during his post-Doctorate period in Strasbourg.

In another vein, members of the DME participated in Paris during meetings of the *Séminaire National de Didactique des Mathématiques* and in encounters held at the IREM of Paris, where Francisco Cordero, Ricardo Cantoral and Rosa Maria Farfán, among others, studied or spent their sabbaticals. These are just some of the figures from the DME who have gained excellent, firsthand knowledge of "the" French school of didactics. I just wrote the article "the" in quotation marks because, as this text demonstrates, that school actually brings together distinct points of view, though all are oriented towards considering mathematics education not as a by-product of other scientific disciplines –or even of math itself– but as a phenomenon in and of itself that, as such, merits specific study.

Of course, "the" French school is just one of many referents upon which researchers at the DME have based the development of their projects. It should be noted, first, that contacts with our close neighbors in the United States were important, as not only Eugenio Filloy, but also Simón Mochón, Jesús Riestra and Francisco Cordero studied there. Luz Manuel Santos did her post-Doctoral there after earning his Doctoral degree in Canada, and we could mention several other scholars who had extended study periods in the U.S. I just mentioned Canada in relation to Luz Manuel Santos, but he is not the only one as, for example, the late (March 2016) José Guzmán also studied in Canada. "The" British school was, without doubt, another important pole of attraction, as Olimpia Figueras, Ana María Ojeda and Teresa Rojano participated in research projects with colleagues in England. Also highly-esteemed were the late Kathleen Hart's contributions to the DME. A British colleague, she participated in various important projects, including the Master's Program in Education with specialization in mathematics.

Reciprocally, something similar has occurred on the French side through a network of contacts that extends out to many zones. Indeed, contacts with Mexico have generated, almost naturally, new relations with Canada, Spain and Brazil (Chile is a more specific case). One outstanding example is the growth of symposia on the *Spaces of Mathematics Work* (ETM for its initials in Spanish), whose first two events were organized in 2009 and 2010 under the title *Simposio Franco-Chipriote*; but the third ETM3 symposium, held in Montreal (Canada) in 2012, offered the opportunity for a much broader international collaboration. Mexican researchers played an especially prominent role there, and later published a series of trilingual articles (in Spanish, French and English) in two special issues of the *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* (Relime, vol. 17, No. 4-I and No. 4-II, 2014).

While the number of researchers with doctorate degrees in the area of mathematics education in Mexico has now reached a level where graduate students are no longer obliged to seek programs abroad, the tradition of opening up to the exterior is still very much alive at the DME. It is clearly manifested by the Cinvestav-IPN with its interest in considering diverse perspectives and orientations related to its work. One especially important result is the book on analytical geometry by Armando Cuevas, Hugo Mejía, François Pluvinage and Gonzalo Zubieta, published by Oxford University Press in 2005. The appointment of Asuman Oktaç as a tenured researcher at the DME offers further testimony of this aperture.

Upon reading these antecedents it is clear that the DME's many contacts with foreign groups or researchers are not simple adornments but, rather, rich sources of ideas and projects. Suffice to attend one of the seminars in any of the Department's areas to learn that they play an effective role and constitute a concrete reality in the research conducted there every day. Another point to emphasize is the DME's significant influence on advances in mathematics education throughout Latin America. The strong participation of the DME's staff in all encounters in this region is evident as is, in return, the presence of many Latin American Master's and Doctoral students in the DME's graduate programs, due largely to its commitment to, and spirit of, aperture.

Nexos

Another feature of the DME is that it maintains a certain distance from the official institutions of Mexico's educational system, such as the SEP (*Secretaria de Educación Pública*). The DME is neither too close to the SEP –so its approaches can maintain their independent character– nor too far removed, which could mean that its work would cease to be of interest to the broader educational community. Such contributions as teacher-training and actualization, the elaboration of textbooks, and participation in surveys at schools, are important for gaining institutional recognition. Also significant in this sense is recognition by the professors. In this regard, the faculty enjoys the ample degree of institutional freedom that the DME offers.

Today, the technologies that facilitate Internet connections provide additional channels for expanding the DME's activities, as they allow faculty members in Mexico access to a level of interchange that propitiates a more balanced quality in mathematics teaching. Surveys both domestic and international (PISA) show that achieving such a balance is a key objective in teaching in Mexico.

SOME NOTABLE RESULTS

There is no doubt that Mexico has benefitted from this international aperture, especially through its relations with the French school of didactics. The PISA surveys are one example, for they demonstrate the significant progress made between the evaluations conducted in 2003 and 2012. The following text is taken from the synthesis published by the OCDE.

> Between PISA 2003 and PISA 2012, Mexico increased school registration in formal education among young people aged 15 years from 58 to just below 70%, and the performance of these students' in math improved from 385 in 2003 to 413 in 2012.
>
> Significantly, the 28-point increase in math between PISA 2003 and PISA 2012 was one of the highest among OCDE countries. However, in PISA 2012, 55% of Mexican students still failed to reach the level of basic competence in math.
>
> Mexico's average score of 413 points in math placed it below Portugal, Spain and Chile, on the same level as Uruguay and Costa Rica, but above Brazil, Argentina, Colombia and Peru.
>
> PISA 2003 found a difference of 60 points between students from advantaged and disadvantaged households, but in PISA 2012 this gap shrank to 38 points. Also, the variation due to socioeconomic factors fell from 17% to 10% between 2003 and 2012.

(Downloaded from https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA-2012-results-mexico-ESP.pdf)

Though we find it difficult to determine with precision the impact that research in mathematics education had on these PISA results, we can state that an important Franco-Mexican collaboration in relation to this discipline has been manifested. To illustrate this, we offer a representative list of

research topics that emerged from that cooperation, and that have been objects of continuous reflection over time. At the end of the text, the reader will find a bibliography with precise references to the international-level collaborative documents produced on these themes.

In-class practices: 4 publications

Differential and integral calculus: 3 publications

Teacher-training and professional development: 6 publications

Another point we deem important involves institutional judgments of quality related to the organisms that achieved high international standards. International-level quality features of organisms, products and research in Mexico:

DME's inclusion in the National Register of Quality Graduate Programs (PNPC)

International status of the journal Relime

Inclusion of the journal Educación Matemática in CONACyT's index of quality journals

After earning his doctorate in France and returning to Mexico, Fernando Hitt was offered a position as a full-time Professor in the University of Quebec (UQAM, Montreal, Canada), a clear reflection of the level of his scholarship. The topic of functions is one of Hitt's main interests, and his ideas and reports have been very fruitful in terms of stimulating research projects related to this field. Also, the acute observations in his thesis on the phenomenon after the discovery of an error are highly-topical. This is not a generalized behavior, as one might expect, but one that is significant and characteristic of students who achieve good school performance.

A graduate program for the professional development of mathematics teachers for Mexico and Latin America

In 2000, the CICATA at the *Instituto Politécnico Nacional* created Programs for Mathematics Education (PROME) at the Master's and Doctorate levels for math teachers, both of the online, virtual modality. One of the virtues of this approach is that it allows math teachers and researchers in mathematics education from different geographical regions to participate; though at the present time most are Mexican. These programs have generated various academic interactions between France and Mexico, and between the former and Latin America, as some of the students currently enrolled come from such Latin American countries as Argentina, Chile, Colombia and Uruguay. Our programs have evolved over time to reflect technological developments and research in mathematics education. Early on, one of the most extensively-studied currents was the Theory of Didactic Situations, but more recently the Anthropological Theory of Didactics has drawn increasing attention with its proposed model for studying human activity in its institutional dimension. The 'learning units' (LU) on which the programs are based have been designed with aim of building a bridge between research in mathematics education and teaching practice. To this end, they adopt a broad perspective on research and its results, and design LU through the participation of teacher-trainers from PROME and other countries. Indeed, several LU have been developed and implemented by Mexican and French instructors, the first in conjunction with Guy Athanaze (INSA, Lyon) on a teaching-oriented evaluation of the 'e-math' platform that involved math teachers from around Latin America. Athanaze created that platform to "support" engineering students in early university math courses. Another LU was designed in collaboration with Jean Philippe Georget (University of Caen) on resources by and for math teachers, based largely on his doctoral research (Georget, 2013). This LU was the topic of

the Ph.D. thesis by Dinazar Escudero, a Mexican student who earned his doctorate at the University of Huelva.

The most recent LU was formulated in collaboration with Christophe Hache (IREM, Paris). It focuses on the role of language in math activities. While studying these LU, math teachers from Latin America –mostly Mexicans– and their Mexican and French instructors actively interact at various levels, communicating in both Spanish and French. Also, the Doctoral program co-organizes a seminar with Alain Kuzniak (IREM, Paris) who, like Corine Castela, has broad experience in online seminars, workshops, the Doctoral Colloquium where students participate in person, and in PROME's first Online Congress. These interactions foment the diffusion of research results and recognition of the teachers' professional knowledge, while responding to their pressing questions and the demands they face, which often become areas for research.

THEORETICAL CURRENTS, METHODOLOGIES AND TOOLS

Theoretical currents invoked in collaborative publications

The publications considered in this section are products of collaboration by French and Mexican researchers. The variety of theoretical currents they invoke is impressive.

Theory of didactic situations (TDS), and the conception-knowing-concept model (cK¢),

Theory of semiotic records (TSR)

Anthropological theory of didactics (ATD)

Documental approach, instrumental genesis and orchestration

Work spaces in mathematics (WSM)

An area of Mexican-French interaction that led to collaboration with Spain and Latin America emerged in relation to the use of ATD. We should mention in this regard the Doctoral thesis by the Mexican student, Avenilde Romo, under the direction of Michèle Artigue and Corine Castela, as it spurred the development of the extended praxeological model that was published in Romo Vázquez (2009) and Castela and Romo (2011). Applications of this model have stimulated research projects that analyze the role of math and math teaching in non-school contexts, including Diana Solares' projects at the Autonomous University of Querétaro, Armando Solares' work at Mexico's National Pedagogical University, and Alberto Camacho's research at the Technological Institute of Chihuahua II, which have been disseminated in publications and papers at international congresses like the *Espace Mathématique Francophone* (EMF), and cited in various theses at those institutions, the Autonomous University of Guerrero and, most significantly, the CICATA-IPN itself. It is important to stress that several of these theses analyze the topic of the formation of future engineers and technicians, so they examine math activities in contexts related to professional specialization and development. To illustrate some of these contexts, we would mention the survey and topographic map elaborated by Covián (2013), Echavarría's matrix-based analysis of structures (2016), the Page Rank method utilized in such Internet search engines as *Google* (Patricio 2016), Siero's work on electrical circuits and laminated materials (in press), and the Blind Source Separation method in engineering (Morillo 2015; Vázquez 2016 and Vázquez, Romo, Romo and Trigueros 2016). These works provide the basis for designing the Study and Research Activities (SRA) and Study and

Research Field Trips proposed by ATD, strongly-supported by the research group in Barcelona led by Marianna Bosch and Josep Gascón.

Another interaction related to ATD is the design of a LU by researchers at PROME (CICATA-IPN), Apolo Castañeda, Avenilde Romo and Mario Sánchez, with colleagues in Barcelona: Marianna Bosch, Berta Barquero and Josep Gascón. It is based on the Study and Research Field Trips methodology and its application to teacher-training (SRF-TT), and was implemented for three consecutive years from 2013 to 2015. This LU and its implementations have been topics for research and analysis that have been explored at several congresses (Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, *5to Congreso Internacional de la TAD*, INDRUM, ICME) and at a workshop organized at the *18 École d'été en Didactique des Mathématiques* in collaboration with Thomas Hausberger at the University of Montpellier.

Currents originating in Latin America

Ethnomathematics is a current based primarily on Alan Bishop's book, Mathematical Enculturation: A Cultural Perspective on Mathematics Education (1988) that has enjoyed wide diffusion in Latin America through the efforts of Ubiratan d'Ambrosio (Brazil).

Socio-epistemology

This current originated in Mexico, created by a research group led by Ricardo Cantoral. Its main focus is the social construction of mathematical knowledge and its possible consequences for institutions entrusted with teacher-training in math. Its logic of emancipation makes it highly-recommendable for it represents an appropriation by researchers working in a country with no previous tradition of studies in mathematics education (or mathematics didactics, to use French terminology). This current has a certain relation to aspects of French culture, especially the desire for independence from the dictatorship of the dominant powers and their emphasis on theory.

Other theoretical currents developed in Mexico

Beyond the elaboration of theoretical currents born in Latin America and those that emerged and were fomented in Mexico, strategies and approaches have been created in other nations; for example, Real Mathematics Education (RME), modeling practices, the Ontosemiotic focus, and APOS theory. The use of these theories has fomented development along diverse horizons of mathematics education in Mexico. Of particular importance is APOS theory, for it has generated other kinds of relations with France. The dedicated participation by the DME and ITAM in research projects on APOS theory (developed initially by Ed Dubinsky) has produced important results, including an article by Asuman Oktaç and María Trigueros (a researcher at the ITAM) on a teaching experiment related to vectorial spaces that was published in French in the journal *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* (2005, vol. 10, IREM, Strasbourg). Later, these two Mexican researchers were invited to present APOS theory to a French audience, as it was almost unknown there.

The methodologies and tools mentioned

In terms of research, two non-exclusive methodological references stand out: first, didactic engineering and, second, approaches based on data gathering and analysis, especially using the implicative analysis software CHIC. Cantoral (2013) made the following statement on this topic: "Often, didactic engineering designs are used by socio-epistemology when the aim is to design

learning situations for intervention in controlled situations" (p.174). The author goes on to clarify that the use of this methodology is based on works by Arigue 1990 and Farfán, 1997.

The ACODESA methodology originated in Canada, proposed by F. Hitt and used for in-class experimentation, integrates such elements as collaborative learning (Paintz, 201), scientific debate following Legrand (1990, 1996, 2001), and a self-reflexive approach that concurs with Hadamard (1945). Such scientific debate has been an important element in the development of diverse research projects in France.

The use of online resources and documentation.

PERSPECTIVES

Continue developing research areas through international participation:

Differential and integral calculus: a seminar and annual meeting with participation by French researchers, invited speakers and workshop organizers that offers spaces for new collaborations, as in the case of the projects developed in relation to ETM by Mexican researchers

Design of AEIs and REIs for training future technicians and professionals that set out from analyses of professional contexts, in collaboration with Latin American, French and Spanish researchers

Studies of complementarity between the socio-epistemological and ATD theories by Latin American and French researchers

Studies of mathematics in social practices, and of the ancient history of mathematics with contributions by Mexican and French researchers

Tighten relations between Master's- and Doctorate-level training programs in Mexico and France to increase opportunities for exchanges of students and researchers, while developing collaborative research projects (eg., on the role of language in math teaching and learning, mathematics work spaces in cinematics, mathematical modeling)

Organize the Doctoral Colloquium to foment contact between Ph.D. students and established researchers

Explore new trajectories of learning for teaching necessary, but traditionally difficult, topics, such as number fields, including negatives, operations related to proportionality, and the uses of algebra, among others. Promote the use of geometry in relation to these trajectories: real line, graduated axis on a Cartesian plane, homothecy.

Develop online resources and foment their use by professors in training and their own research. Foster the formation of communities and support them with participation by foreign specialists

REFERENCES

Selected bibliography of documents that have resulted from Franco-Mexican collaboration

Pluvinage, F. & Rigo Lemini, M., (2008). Mais non, Marina ! *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, *13*, 40–61.

Brousseau, G., Cabañas, G., Cantoral, R., Oliveira, H., Da Ponte, J., Spagnolo, F. (2009). A research on classroom practice: A monograph for topic study group 24, ICME 11. The introductory Chapter. *Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)* Sup. n. 4 al n. 19.

Parada S. E., Figueras O. & Pluvinage, F. (2011). Un modelo para ayudar a los profesores a reflexionar sobre la actividad matemática que promueven en sus clases. *Revista de Educación y Pedagogía*, 59, 85-102.

Parada S. E., Pluvinage, F. & Sacristán A. I. (2013). Reflexiones de profesores sobre los números negativos al interior de una comunidad de práctica. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 33(3)

Differential and integral calculus

Andreu Ibarra M. E. & Riestra Velazquez J. A., adapté par Pluvinage, F. (2007) Et si nous en restions à Euler et Lagrange ? Mise à l'essai d'un enseignement d'analyse à des étudiants non mathématiciens en début d'études supérieures, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 12*, 165–187.

Cuevas, A., Martinez, M.y Pluvinage, F. (2012) Promoviendo el pensamiento funcional en la enseñanza del cálculo: un experimento con el uso de tecnologías digitales y sus resultados. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 17, 137-168.

Cuevas, C. y Pluvinage, F. (Eds.) (2013). *La enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral. Compendio de investigaciones y reflexiones para profesores, formadores e investigadores en matemática educativa*. Pearson Educación, México. [textos en español, 13 autores de capítulos representando 7 países, 244 p.]

Modeling

Romo Vázquez, A. (2009). *Les mathématiques dans la formation d'ingénieurs*. Doctoral thesis. University Paris Diderot – Paris 7.

Castela C. & Romo A. (2011). Des mathématiques à l'automatique : étude des effets de transposition sur la transformée de Laplace dans la formation des ingénieurs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. *31*(1). 79-130.

Teacher-training and professional development

Romo, A., Barquero, B. y Bosch, M. (in press). Study and research paths in online teacher professional development. *Proceedings of First conference of International Network for Didactic Research in University Mathematics*. Montpellier, Francia.

Barquero, B., Bosch, M. y Romo, A. (2016). A study and research path on mathematical Modelling for teacher education. *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education.*

Barquero, B., Bosch, M. y Romo, A. (2015). A study and research path on mathematical modelling for in-service teacher education: the challenge of an online course on SRP-TE. *Proceedings ETE-2014. Essen*, Alemania. 14-16 de diciembre 2014.

Barquero, B., Florensa, I. Hausberger, T. y Romo, A. (in press). La prise en compte du collectif dans l'analyse de deux parcours d'étude et de recherche en ligne. *Actes de la XVIII École d'été en Didactique des Mathématiques.*

Juarez, M. d. R., Arredondo, A. & Pluvinage, F. (2014) Etude comparée de la formation initiale de professeurs de mathématiques en France et au Mexique. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 19*, 251-283.

Gueudet, G., Sacristán, A.I., Soury-Lavergne, S. & Trouche, L. (2012) Online paths in mathematics teacher training: new resources and new skills for teacher educators. In S. Llinares and M. Borba (Eds.). *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*. *44*(6): 717-731.

Romo, A. y Georget, J.P. (2014). Recursos didácticos del y para el profesor de matemáticas. Una experiencia de formación continua en la modalidad en línea y a distancia. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *27*. 2327-2334.

Trouche, L., Drijvers, P., Gueudet, G. & Sacristán, A. I. (2013). Technology-Driven Developments and Policy Implications for Mathematics Education. In M. A. (Ken) Clements, A. J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick & F. K.S. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education (Chap. 24). Springer International Handbooks of Education*, Vol. 27 (pp. 753-789). New York: Springer.

Other references

Artigue, M. (1190). Epistémologie et didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques 10(2&3),* 241-286.

Camacho, A., Romo-Vázquez, A. (2015) Déconstruction-construction d'un concept mathématique. In Theis L. (Ed.) Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage – Actes du colloque EMF2015 – GT5, pp. 443-453

Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. Barcelona: Gedisa.

Echavarría, L.A. (2016). *Diseño de dispositivos didácticos de investigación para la formación de ingenieros: el caso de creación de herramientas computacionales*. Master thesis. CICATA-IPN, Ciudad de México, México.

Farfán, R.-M. (1997). *Ingeniería Didáctica: Un estudio de la variación y el cambio*. Ciudad de México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Hadamard, J. (1945). *The Psychology of invention in the mathematical field*. Princeton: Princeton University press.

Legrand, M. (1990). Rationalité et démonstration mathématique, le rapport de la classe à une communauté scientifique. *Recherches en Didactique des Mathématiques. 9*(3), 365-406.

Legrand, M. (1996). La problématique des situations fondamentales. Confrontation du paradigme des situations à d'autres approches didactiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques 16*(2), 221–280.

Legrand, M (2001). Scientific debate in mathematics courses. In D. Holton (Ed.), *Teaching and Learning of Mathematics at University Level. An ICMI Study*, (pp. 127-135). Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Paintz, T. (2001) *Collaborative versus cooperative learning- a comparison of the two concepts which will help us understand the underlying nature of interactive learning*. Disponible en la siguiente dirección de internet: http://www.capecod.net/~tpanitz/tedspage/tedsarticles/coopdefinition.htm.

Patricio, J. (2016). *Diseño de Actividades de Estudio y de Investigación para una formación de ingenieros en sistemas computacionales*. Universidad Autónoma de Guerrero, Chilpancingo, México.

Siero, L. y Romo-Vázquez, A. (2016). Didactic Sequences Teaching Mathematics for Engineers with Focus On Differential Equations. In M.S. Ramírez y M. A. Domínguez (Eds.), *Driving STEM Learning with Educational Technologies*. IGI Global

Vázquez, R., Romo, A. y Trigueros, M. (2015). Un contexto de modelación para la enseñanza de matemáticas en las ingenierías. In P. Scott and Á. Ruiz (Eds.), *Educación Matemática en las Américas 2015* (Volumen 16: Modelación, pp. 171-181). República Dominicana: Comité Interamericano de Educación Matemática.

Vázquez, R., Romo, A., Romo-Vázquez, R. y Trigueros, M. (por aparecer). Una reflexión sobre el rol de las matemáticas en la formación de ingenieros. *Educación Matemática, 28*(2).

Exemple de collaboration avec l'Asie : le Viêt Nam

LA TRADITION DIDACTIQUE FRANÇAISE DANS UNE COOPERATION ENTRE LA FRANCE ET LE VIET NAM

Annie Bessot et Claude Comiti*, Lê Thi Hoai Chau et Lê Van Tiên**

Université Grenoble Alpes (France)*, Université Pédagogique d'Ho Chi Minh ville (Viêt Nam)**

Résumé : Dans ce texte, nous retraçons l'histoire d'une collaboration didactique entre la France et le Viêt Nam qui a débuté en 1989 entre - du côté vietnamien, l'ENS (École Normale Supérieure) n°1 de Hanoï, l'ENS de Hué et l'Université de Pédagogie de Ho Chi Minh (UP HCM) - du côté français, l'Université Joseph Fourier (UJF) et l'Institut Universitaire de Formation des Maîtres (IUFM) de Grenoble, et qui s'est progressivement orientée vers la formation universitaire de haut niveau (doctorat) d'enseignants des ENS et de l'UP HCM, afin qu'ils puissent assumer des responsabilités au sein du système éducatif de leur pays, et le développement de recherches collaboratives. Nous précisons les principales caractéristiques de la tradition française présentes dans les recherches liées à cette collaboration mettant en relation trois études complémentaires liées au processus de transposition didactique d'un savoir en jeu et nous l'illustrons en prenant l'exemple du travail de Lê Thaï Bao (2007). Nous concluons par quelques réflexions sur les apports bilatéraux de ces 30 années de coopération.

Tóm : Từ 1989 đến 1995, nhằm đáp ứng đề nghị giúp đỡ của một nhà chức trách Việt nam, nhiều hoạt động hợp tác giữa Việt Nam và Pháp trong didactic các môn khoa học được triển khai. Những hoạt động này thuộc khuôn khổ các thỏa thuận hợp tác liên đại học được ký kết giữa Việt Nam – gồm Đại học sư phạm Hà Nội, Đại học sư phạm Huế, Đại học sư phạm thành phố Hồ Chí Minh (ĐHSP TP HCM), với Pháp – gồm ĐH Joseph Fourier (UJF) và Viện Đại học đào tạo giáo viên Grenoble (IUFM). Giai đoạn hợp tác đầu tiên này đạt đến việc tổ chức, vào tháng 3 năm 1995, Hội thảo thứ nhất của các nước nói tiếng Pháp vùng Đông – Nam Á, về « Didactic các môn khoa học và công tác đào tạo giáo viên », với hơn 200 người tham dự, đến từ Việt Nam, Lào, Cam-pu-chia, Pháp. Tính đa dạng của những hoạt động trong giai đoạn này đã tạo thuận lợi cho cả hai bên hiểu biết lẫn. Phía Việt Nam biết đến sự tồn tại những công cụ mới để nhìn lại hệ thống giáo dục, còn các nhà nghiên cứu didactic vùng Grenoble thì có hiểu biết về điều kiện dạy học và về công tác đào tạo ở Việt Nam. Đồng thời, điều đó cũng cho phép đẩy mạnh yêu cầu cấp học bổng đào tạo – điều mà cuối cùng đã được cả hai bên xác định là mục tiêu hợp tác. Kể từ năm 1996, quan hệ hợp tác hướng đến vấn đề đào tạo ở trình độ cao (tiến sĩ) cho giảng viên các trường đại học đào tạo giáo viên, để họ có thể đảm nhận trách nhiệm quan trọng trong lòng hệ thống giáo dục của đất nước. Đặc biệt, với sự thúc đẩy của nhà toán học Trần Văn Tấn, ĐHSP TP HCM đã bắt đầu xây dựng một ê-kip các tiến sĩ didactic toán được đào tạo ở UJF. Sự hiện diện của ê-kip này là cơ sở để năm 2001 Bộ Giáo dục và Đào tạo Việt Nam cho phép ĐHSP TP HCM mở mã ngành đào tạo Lý luận và Phương pháp dạy học Toán trình độ Thạc sĩ, sau đó – năm 2008, là trình độ tiến sĩ. Từ đó, quan hệ hợp tác được củng cố và mở rộng theo nhiều hướng : đào tạo các nhà nghiên cứu mới, nâng cao trình độ ê-kip didactic của ĐHSP TP HCM, tổ chức đều đặn các hội thảo khoa học Pháp – Việt ở Việt Nam và thực hiện nhiều dự án hợp tác nghiên cứu. Trong khuôn khổ hợp tác này, dù là đề án nghiên cứu hay công trình luận án, luôn có sự hiện diện những đặc trưng chủ yếu của truyền thống didactic ở Pháp, đó là liên kết ba nghiên cứu bổ sung cho nhau, gắn liền với quá trình

chuyển hóa sư phạm một tri thức (Chevallard 1985) : nghiên cứu tri thức luận (không phải chỉ là nghiên cứu lịch sử), nghiên cứu thể chế có tính đến sự tiến triển trong lịch sử của các chương trình, sách giáo khoa, và nghiên cứu thực nghiệm (đối chiếu giả thuyết hình thành từ các nghiên cứu trước với một thực tế « được tổ chức » và được quan sát). Để minh họa cho đặc trưng này, chúng tôi sẽ lấy công trình của Lê Thái Bảo Thiên Trung (2007) làm ví dụ. Chúng tôi sẽ kết luận với vài nhận định về những đóng góp song phương của 30 năm hợp tác, bằng cách chỉ ra là sự xây dựng và phát triển didactic ở Việt Nam đã đóng góp vào việc làm phong phú thêm lĩnh vực didactic toán ở Pháp như thế nào, còn ở Việt Nam thì những năm hợp tác khoa học này đã giúp đào tạo một trung tâm giảng viên – nghiên cứu viên có khả năng hướng dẫn luận án và chủ trì các nghiên cứu cấp quốc gia ra sao.

Abstract: From 1989 to 1995, in response to a request from a Vietnamese official, diverse cooperation projects regarding the teaching of science subjects were set up in the framework of inter-University agreements between Vietnam and France. These were signed by the ENS (École Normale Supérieure) No. 1 in Hanoi, the ENS in Hue and the University of Pedagogy of Ho Chi Minh (HCM UP) on the Vietnamese side, and by the University Joseph Fourier (UJF) and the Teacher Training University Institute (IUFM) in Grenoble on the French side. In March 1995, this first phase resulted in the holding of a First Regional Conference of Francophone Countries of Southeast Asia "Didactic of scientific disciplines and teacher education", bringing together 200 participants from Vietnam, Laos, Cambodia and France. The diversity of actions implemented during this phase favored the mutual development of knowledge: the awareness of the existence of new tools to question educational systems for Vietnamese officials, and a better knowledge of teaching and training conditions in Vietnam for French researchers. This phase thus helped to make simultaneously evolve the demand and offer of training, and therefore the agreed definition of the object of cooperation. Since 1996, cooperation oriented towards the preparation of doctorates by teachers from the ENS and the HCM UP, so that they could assume responsibilities within the educational system of Vietnam. In particular, the mathematician Tran Van Tan engaged the HCM UP in the building of a university team of doctorate teachers, all trained at UJF. The existence of this team enabled to get the habilitation of a "Thac Didactic Sy Toan" (Master 2 of Mathematics Education) from the Ministry of Education in 2001, then that of a Graduate School in Mathematics Education in 2008. Therefore, cooperation strengthened and extended in several directions: training of new researchers; professional development of the team of researchers and teacher educators at UP HCM, organization of regular Franco–Vietnamese scientific events in Vietnam, and development of collaborative research. The main features of the French tradition present in the research activities associated with this cooperation, whether collaborative research or Vietnamese theses, link three complementary studies related to the process of didactic transposition of knowledge (Chevallard 1985): epistemological study (not limited to historical development), institutional study taking into account the historical evolution of curricula and textbooks, and experimental study (comparing hypotheses emerging from previous studies to an "organized" and observed reality). We illustrate these characteristics with the thesis by Lê Thai Bao (2007). We then conclude with some reflections on bilateral affordances of those 30 years of cooperation; we show how the establishment and development of didactic research in Vietnam has enriched the field of didactics of mathematics in France, and conversely how these years of scientific collaboration have

allowed the constitution of a cluster of Vietnamese teacher-researchers supervising today the theses of their former students and piloting didactic research at national level.

HISTOIRE ET ÉVOLUTION D'UNE COOPÉRATION QUI VA FÊTER SES 30 ANS

Au départ, la demande d'un responsable vietnamien

Dès 1984, et alors qu'aucune coopération éducative n'existe encore entre le Viêt Nam et la France, le Directeur de l'Institut National de Sciences de l'Éducation du Viêt Nam affirme, lors d'une visite de l'Institut de Formation des Maîtres (IFM) de l'Université Joseph Fourier (UJF) de Grenoble, le besoin pour son pays de coopération dans le domaine de l'ingénierie en matière de recherche sur l'enseignement et de formation des enseignants, notamment en ce qui concerne les disciplines scientifiques. Il faudra attendre 1989 pour que cette demande du Viêt Nam d'aide à une rénovation de son système d'enseignement des disciplines scientifiques soit prise en considération par le Ministère des Affaires Etrangères (MAE) français. Considérée alors par ce dernier comme susceptible de permettre une avancée de la francophonie dans ce pays, elle sera institutionnalisée par son inscription au plan pluriannuel (1990-95) de coopération mixte franco-vietnamien, et soutenue financièrement.

Une exploration mutuelle au travers d'actions diversifiées

De 1989 à 1995, se déroulent de nombreuses actions, qui portent toutes sur la didactique des disciplines scientifiques, mais se différentient par le public auxquelles elles s'adressent, par le lieu et la durée de formation.

Au Viêt Nam, des stages annuels de 3 semaines de formation sont réalisés par des didacticiens grenoblois (en didactique des mathématiques, puis de la physique et de la biologie) : ils s'adressent aux responsables des services de l'éducation des provinces ainsi qu'aux enseignants des établissements d'enseignement supérieur de ces provinces chargés de la formation des professeurs de lycée et d'université. Cette forme d'action va favoriser la création d'équipes locales de rénovation des formations d'enseignants. Elle sera à l'origine de la signature d'accords interuniversitaires entre, du côté vietnamien, l'ENS n°1 de Hanoï, l'ENS de Hué et l'Université de Pédagogie de Ho Chi Minh (UP HCM) et du côté français, l'Université Joseph Fourier et l'Institut Universitaire de Formation des Maîtres (IUFM) de Grenoble.

En France, la signature de ces accords débouche dès 1991 sur un programme de double formation ouvert à des universitaires vietnamiens, choisis d'un commun accord par la direction de leur établissement et par les formateurs français parmi les stagiaires ayant précédemment suivi les stages au Viêt Nam. Grâce à une bourse de 9 mois du MAE (Ministère des Affaires Étrangères), ils suivent en même temps un cursus de formation de formateurs à l'IUFM de Grenoble et le DEA (aujourd'hui Master 2) de didactique des disciplines scientifiques à l'UJF. Une quinzaine d'enseignants de mathématiques, physique et informatique de ces établissements[1] obtiendront ainsi le master.

Cette première étape (ainsi que l'action qui se déroulait à la même époque au Laos) aboutit, en mars 1995, à la tenue d'un Premier Colloque Régional des Pays Francophones d'Asie du Sud-Est

[1] Près de la moitié d'entre eux, non francophones au départ et suite à l'intérêt suscité par les stages, ont appris au Viêt-Nam le français pour avoir accès à cette formation.

« Didactique des disciplines scientifiques et formation des enseignants », qui réunit 200 participants du Viêt Nam, du Laos, du Cambodge et de France et marque une avancée importante dans l'expression de besoins propres au pays.

Soulignons l'importance du déroulement de cette phase préalable

Comme nous l'écrivions dans Comiti, Tran Van, et al. (2006), cette phase préalable exigeait une double humilité : du côté des vietnamiens, énonciation des insuffisances de leur système éducatif (ici sur l'état de l'enseignement des mathématiques), les besoins exprimés étant issus des difficultés repérées ; du côté des français, mise à la disposition des partenaires de nouveaux outils scientifiques issus des recherches en didactique, et non exportation de « savoirs tout faits », afin de permettre aux collègues vietnamiens de les adapter pour conduire eux-mêmes des études sur leur système éducatif.

La diversification des actions réalisées pendant cette phase a favorisé une prise de connaissance mutuelle, celle d'une part des responsables vietnamiens de l'existence de nouveaux outils pour interroger les systèmes d'enseignement, celle d'autre part des didacticiens grenoblois, des conditions d'enseignement et de formation au Viêt Nam (Bessot & Comiti, 2004). Elle a ainsi permis de faire évoluer en même temps la demande et l'offre de formation, et donc la définition commune de l'objet de coopération.

L'évolution du contexte et de l'expression des besoins : vers la constitution d'une équipe universitaire de haut niveau en didactique des mathématiques à l'UP HCM

Dès les années 1996, de grandes réformes sont en cours au Viêt Nam, sur le système éducatif en général et tout particulièrement sur l'enseignement des disciplines scientifiques. Le besoin de personnes ressources expertes en analyse et évaluation de curriculums, ainsi qu'en élaboration d'ingénierie d'enseignement et de formation se manifeste fortement. La demande évolue avec la prise de conscience que l'accroissement et le transfert institutionnel de compétences passe par la valorisation des personnels et cadres du pays demandeur donnée par une formation certificative de haut niveau. Il s'agit maintenant de pousser des enseignants d'universités chargées de la formation des enseignants (ENS et UP), repérés pour leurs compétences et leur volonté d'innovation, à acquérir une qualification universitaire de haut niveau (doctorat) et les outils indispensables pour assumer des responsabilités au sein du système éducatif de leur pays.

A l'UP HCM la volonté de constituer une équipe locale de didacticiens des mathématiques, portée par le Professeur Tran Van Tan[2], se traduit par le recrutement de la première docteure en didactique des mathématiques formée à l'UJF (Lê Thi Hoai Châu dont le doctorat, soutenu en 1997 portait sur l'introduction de l'enseignement des vecteurs dans les programmes vietnamiens) et par la demande faite à notre équipe d'encadrer en cotutelle de thèse plusieurs jeunes universitaires de l'UP ayant précédemment soutenu leur master à l'UJF.

Notre réponse à cette demande passe alors par le choix de centrer les sujets des thèses en cotutelle sur des études comparatives (Bessot & Comiti, 2013), avec la volonté de :

> réinvestir tout en les mettant à l'épreuve dans un autre contexte les résultats de la communauté française de recherche en didactique des mathématiques

[2] Mathématicien de renom et ancien recteur de l'Université de Saigon avant 1975.

répondre aux besoins du système éducatif vietnamien en ce qui concerne l'enseignement des mathématiques, en mettant à disposition des partenaires de nouveaux outils scientifiques afin de leur permettre de s'en saisir pour conduire eux-mêmes des études sur leur propre système éducatif

créer, par leur travail sur le système éducatif du Viêt Nam, les conditions d'une insertion ultérieure rapide des nouveaux docteurs dans la communauté scientifique de leur pays, par des publications sur des sujets vifs et par leurs capacités d'intervention dans les débats et actions en cours : recherches, nouveaux programmes, nouveaux manuels, …

C'est ainsi que, Doan Huu (2001) a étudié le rôle de l'analogie dans le domaine de la géométrie dans l'espace, Lê Van (2001), les liens entre fonctions et équations au lycée, Nguyen Chi (2005) la viabilité d'un enseignement d'algorithmique et de programmation, Bui Thi (2005) le problème de la formation des enseignants de physique à propos de l'enseignement de la notion d'énergie, Lê Thai Bao (2007) la reprise au sein du domaine de l'analyse de savoirs anciens dans le passage du collège au lycée, Nguyen Ai (2006) et Tran Luong (2006), la différence institutionnelle des choix effectués au Viêt Nam et en France pour l'enseignement d'un même objet mathématique (résolution des équations du second degré, calcul intégral). Plus tard, Vu Nhu (2009) a mené une étude sur les interrelations entre probabilités et statistiques dans les programmes du collège et du lycée, Nguyen Thi (2011), sur la modélisation des phénomènes périodiques et Tang Minh (2014) sur les phénomènes d'enseignement et d'apprentissage de la perspective cavalière en géométrie dans l'espace.

Co-construction d'un projet : création à l'UP HCM d'un pôle vietnamien national de formation de haut niveau en didactique des mathématiques

On assiste à la fin du XXème siècle à deux mouvements concomitants. L'UP HCM a des « déficits » qu'elle veut combler pour faire face à ses trois missions : formation initiale des enseignants de lycée et des enseignants des ENS, formation continue des enseignants de lycée et des universités du Sud, recherche notamment sur la réforme en cours de l'enseignement et sur la formation des enseignants et des formateurs.

L'UJF et le Laboratoire Leibniz ont un souci de rayonnement international et des connaissances et des savoir-faire qu'ils sont prêts à « exporter ». L'équipe de didactique des mathématiques, impliquée dans la coopération depuis le début, souhaite continuer une action qui est pour elle à l'origine de nouveaux et précieux apports par le pas de côté et la mise à l'épreuve des outils que ce travail permet, car conduit dans un pays ayant des choix différents de ceux de la France.

Ce sont les trois premiers docteurs en cotutelle en didactique des mathématiques (Le Thi, Doan Huu et Lê Van) qui, regroupés en équipe de didactique des mathématiques à l'UP HCM, vont créer les conditions de nouvelles avancées.

A partir de là commence une nouvelle étape, portée par la volonté acharnée de l'UP HCM, soutenue par l'équipe DDM du laboratoire Leibniz, d'obtenir du ministère vietnamien de l'éducation et de la formation, l'habilitation du premier (et encore unique à ce jour) master de didactique des mathématiques. Ce Thac Sy intitulé Didactic Toan[3] sera considéré par l'UJF comme équivalent du

[3] Master 2 en deux ans de didactique des mathématiques.

master 2 de didactique des disciplines scientifiques et son obtention autorisera une inscription ultérieure en thèse des étudiants francophones (accord interuniversitaire UJF - UPHCM).

Après la tenue en 2000 d'un séminaire de didactique et méthodologie[4] regroupant les départements de mathématiques et de français de l'UP HCM pour rédiger les contenus des programmes de la partie spécifique du Thac Sy, la première promotion (10 étudiants dont 3 francophones) démarre en 2001 ; les cours répartis en quatre sessions intensives de trois semaines, sont assurés, pendant les deux premières années, par Annie Bessot et Claude Comiti ; les collègues vietnamiens participent aux préparations et à l'animation des séances et assurent la traduction pour les étudiants non francophones. Cet enseignement sera, dès l'année 2004 entièrement pris en charge par nos collègues vietnamiens. De plus, trois des étudiants francophones des deux premières promotions seront acceptés en thèse en cotutelle à l'UJF.

Un premier séminaire national de didactique des mathématiques (2005), organisé par le Département de mathématiques de l'UP HCM, réunira une centaine de participants et permettra notamment aux jeunes diplômés du Thac Sy de didactique (UP HCM) et du Thac Sy de méthodologie (ENS de Hanoï), ainsi qu'aux doctorants dans ces deux disciplines, de confronter leurs travaux.

Une nouvelle étape est franchie par l'ouverture en 2008 par la Ministère vietnamien d'une Ecole doctorale en didactique des mathématiques à l'UP HCM

Cette formation doctorale permet :

aux meilleurs étudiants non francophones du Thac Si « Didactic Toan », de préparer une thèse de doctorat sur place ;

de répondre aux besoins actuels du Viêt Nam de mise en place de formes d'enseignement universitaires mieux adaptées aux nouvelles orientations internationales et au développement technologique.

Le suivi de cette nouvelle formation doctorale justifie la demande de nos partenaires d'une poursuite du transfert de compétences de l'équipe de didactique des mathématiques de Grenoble vers l'équipe de didactique des mathématiques de l'UP HCM.

Dès lors, la coopération va se renforcer et s'étendre dans plusieurs directions :

Formation de nouveaux chercheurs susceptibles de renforcer l'équipe actuelle de didactique des mathématiques d'Hô Chi Minh ville par l'inscription en thèse, soit dans la Formation doctorale de l'UJF, soit dans la Formation doctorale de l'UP HCM.

Formation continue de l'équipe de chercheurs et de formateurs en didactique de l'UP HCM par des stages postdoctoraux et par la participation à des écoles internationales de recherche dans la discipline comme l'école d'été de recherche en didactique des mathématiques, organisée tous les deux ans par l'Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques (ARDM).

Recherches coopératives, soutenues par la région Rhône-Alpes :

[4] La méthodologie des disciplines étant la discipline institutionnalisée dans les formations universitaires d'enseignants au Viêt Nam, depuis la coopération développée antérieurement avec les soviétiques.

En 2003, «Algorithmique et programmation dans l'enseignement des mathématiques à l'aide de la calculatrice : étude didactique pour la création d'un site Internet de formation des enseignants ».

En 2008, «Modélisation mathématique de phénomènes variables, dans l'enseignement, à l'aide de la géométrie dynamique ».

En 2011, « Un dispositif de formation aux statistiques de professionnels de la santé incluant une simulation informatique d'une situation d'essai thérapeutique ».

Tenue, au Viêt Nam, de manifestations scientifiques franco – vietnamiennes :

En 2005, Premier Séminaire de Recherche franco-vietnamien de didactique des mathématiques.

En 2007, Première Ecole de recherche en Didactique des Mathématiques à destination des chercheurs, des doctorants et des futurs doctorants vietnamiens en didactique et en méthodologie des mathématiques.

En 2010, Deuxième Séminaire de Recherche franco-vietnamien de didactique des mathématiques.

Et, à partir de 2011, organisation tous les deux ans d'un colloque international franco-vietnamien de didactique des mathématiques avec publication d'actes (Bessot, Comiti, Lê Thi et al. 2013)

Création d'un site Internet bilingue Vietnamien – français au sein du département de mathématiques de l'UP HCM www.didactictoan.hcmup.edu.vn pour favoriser les échanges scientifiques et la diffusion des travaux de recherche vietnamiens, français et autres dans le domaine de la didactique des mathématiques.

CARACTÉRISTIQUES DE LA TRADITION DE RECHERCHE FRANÇAISE PARTICULIÈREMENT EXPLOITÉES : PRÉSENTATION ET ILLUSTRATION

Les principales caractéristiques de la tradition française présentes dans les recherches vietnamiennes, que ce soient les recherches coopératives ou les travaux de thèse, sont de mettre en relation trois études complémentaires liées au *processus de transposition didactique* (Chevallard 1985) : étude épistémologique du concept mathématique en jeu, une étude institutionnelle tenant compte de l'évolution des programmes et manuels, et une étude expérimentale des rapports institutionnels au savoir en jeu.

L'étude épistémologique du concept mathématique en jeu permet de caractériser les problèmes qui donnent du sens à ce concept, la position relative d'éléments de ce savoir dans un champ conceptuel plus large qui l'englobe, mais aussi la variabilité de ces données en fonction des périodes et des institutions. Elle vise à déterminer les conditions et les problèmes qui ont permis de passer d'une étape à une autre dans l'évolution historique du savoir ou au contraire ce qui a pu y faire obstacle.

L'étude institutionnelle tenant compte de l'évolution historique des programmes et des manuels permet de dégager et de comprendre les étapes des processus qui ont abouti, à l'époque considérée, à l'état actuel du savoir à enseigner. Les modifications et les réorganisations successives, souvent locales, obéissent en grande partie à des contraintes internes à l'institution d'enseignement mais

aussi à des contraintes externes – contraintes qu'il s'agit de repérer. La coopération des chercheurs français et vietnamiens permet d'enrichir cette étude par l'intégration d'une perspective comparative des deux systèmes d'enseignement.

L'étude expérimentale des rapports institutionnels au savoir en jeu est menée via l'étude des rapports personnels des étudiants et des enseignants. Un dispositif expérimental est conçu et réalisé pour mettre à l'épreuve les hypothèses que les deux études précédentes ont permis de formuler sur les rapports institutionnels au savoir, ainsi que sur les difficultés prévisibles. Ces rapports institutionnels résultent à la fois des contraintes propres à l'institution étudiée et du processus interactif de négociation du savoir (*contrat didactique*) entre un enseignant et ses élèves, processus conditionné par la culture et les traditions des pays considérés.

Pour illustrer ces caractéristiques, prenons l'exemple du travail de thèse en cotutelle de Lê Thai Bao (2007)[5] intitulé « *Étude didactique des relations entre enseignement de la notion de limite au lycée et décimalisation des nombres réels dans un environnement 'calculatrice'* »

Une étude épistémologique des liens entre la construction de l'ensemble des réels R, la décimalisation des nombres et la notion de limite

Cette étude montre que, dans l'histoire des mathématiques, il existe une relation dialectique dans l'évolution du statut des nombres réels et de la notion de limite : les progrès de la notion de limite ont été nécessaires à ceux de la notion de nombre réel, et inversement, les progrès de la notion de limite se sont nourris de ceux de R. La centration sur l'aboutissement de cette histoire permet à Lê Thai Bao de caractériser le rôle de la notion de limite dans les constructions modernes des nombres réels à la fin du 19e siècle.

Le perfectionnement de la notion de limite par Cauchy (1821) et son critère de convergence d'une suite numérique (critère de Cauchy[6]) fonde la construction moderne de **R** de Cantor (1872) : cette construction s'appuie sur l'existence de la limite pour toute suite rationnelle satisfaisant au critère de Cauchy (complétude du nouvel ensemble **R**). La relation dialectique se cristallise dans l'unification de la notion de nombre réel et de la notion de limite : un nombre réel est défini par une classe de suites de rationnels équivalentes entre elles ; toutes les suites numériques d'une même classe d'équivalence admettent ce nombre réel comme limite.

En même temps que Cantor, Dedekind (1872) s'appuie sur l'existence des bornes supérieure et inférieure de tout intervalle borné non vide de nombres rationnels pour construire l'ensemble des réels ; cette existence équivaut à la convergence des suites de Cauchy ou des suites adjacentes (Bolzano 1817). Les constructions de **R** de Dedekind et de Cantor partent de la théorie des ensembles et de connaissances arithmétiques sur les rationnels. La définition axiomatique de **R** par Hilbert (1899) permet d'assurer la cohérence des constructions de **R**. Dans cette axiomatisation, la complétude peut être mise en relation avec la notion de limite par l'une des quatre propriétés équivalentes suivantes :

---

[5] Les trois directeurs de cette thèse en cotutelle France / Viêt Nam sont Annie Bessot, Jean-Luc Dorier et Lê Van Tien, lui-même titulaire d'une thèse en cotutelle (dirigée par Annie Bessot et Nguyen Ba kim de l'ENS de Hanoï).

[6] (x_n) est la suite de Cauchy si, pour tout $\varepsilon > 0$, il existe un naturel $N > 0$ tel que, pour tout $m, n \geq N$, $|x_n - x_m| < \varepsilon$.

Tout partie non vide et majorée de R admet une borne supérieure (resp. inférieure) (propriété de la borne supérieure).

Toute suite de Cauchy est convergente.

Toute suite monotone et bornée est convergente.

Il existe un nombre réel unique appartenant à tous les segments de chaque famille de segments emboîtés dont la longueur tend vers 0.

On voit mieux ainsi que l'existence de **R** est assurée par l'existence de la limite de suites numériques, soit de Cauchy, soit monotones bornées, soit adjacentes avec une autre suite. La structure de **R** unifie les trois notions - suite numérique convergente, limite d'une suite numérique et nombre réel, un nombre réel étant déterminé par l'une des suites numériques qui converge vers lui.

*Mais existe-t-il des constructions s'appuyant sur l'ensemble des nombres décimaux **D** ? Quel statut ont ces constructions ?*

Lê Thai Bao examine alors les contributions de Stevin (1585), Lebesgue (1931) et Bourbaki (1960). L'étude des traités de Lebesgue (1931) et Bourbaki (1960), atteste de l'existence de deux significations possibles pour les Ecritures Décimales Illimitées (EDI) dans la décimalisation des nombres réels. Un EDI représente :

soit une suite particulière de décimaux satisfaisant un critère de convergence (axiome des segments emboîtés dans la construction de **R** chez Lebesgue)

soit la limite de cette suite (développement décimal d'un réel chez Bourbaki).

Une telle suite de nombres décimaux satisfait plusieurs critères de convergence qui permettent la construction de **R** à partir de **D** : suite monotone bornée ; suite de Cauchy et suite adjacente à une autre suite. De plus, la décimalisation des nombres réels établit un lien entre approximation et limite.

Cette analyse, complétée par celle de travaux de référence comme ceux de Brousseau (1998), Cornu (1983), Le Thi (2003), Sierpinska (1985) et Trouche (1998), permet de retenir « l'horreur de l'infini » comme obstacle épistémologique principal à la construction de la notion de limite et à définir deux problématiques fondamentales sur la notion de limite, algébrique et approximation, la dernière se déclinant selon deux points de vue : « approximation x » et « approximation f(x) ». Se rattachant à la problématique d'approximation, l'« approximation x » donne à l'approximation de la variable x un rôle prédominant pour approcher f(x) ; pour l'« approximation f(x) », le degré d'approximation de f(x) que l'on veut fixe le degré d'approximation pour x. Cette étude épistémologique est conduite dialectiquement avec celle de l'étude institutionnelle de la décimalisation des nombres réels dans l'enseignement des mathématiques secondaire (EMS) *via* les EDI.

Une étude institutionnelle menée dans une perspective comparative

Tout d'abord, que ce soit en France ou au Viêt Nam, la principale raison d'être apparente de la notion de limite enseignée au Lycée est de répondre à la question du calcul algébrique des limites des fonctions en un point ou à l'infini. Cette raison d'être s'appuie sur la supposition implicite que

ces limites existent ou sont infinies – et donc limite la signification de « avoir une limite » ou « être une limite ».

Une première étude concerne la transposition didactique de la définition topologique de la notion de limite dans les EMS français et vietnamien

La transposition didactique de la notion de limite au Lycée en France et au Viêt Nam produit autant de définitions que de cas enseignés. Lê Thai Bao s'intéresse ici aux définitions présentes dans les manuels secondaires pour le cas de la limite en un point fini et pour une limite finie.

> En France depuis les années 1986, les définition en termes (ε, δ) sont bannies des programmes. Il étudie donc ces définitions dans les manuels de la période 1970 - 1985. Ces manuels introduisent les notions de distance et de boules ouvertes de rayons (10^{-n} ; 10^{-p}) mais évitent toute référence au terme de voisinage dans les définitions de la notion de limite de fonction.
>
> Au Viêt Nam, on trouve, dans les définitions de la notion de limite de suite des manuels vietnamiens, des traces de la topologie de **R** : on parle (1990-1999) de voisinage pour les boules ayant comme rayons δ et ε (intervalles symétriques). Cependant, par rapport à la sphère savante et les manuels français, les boules ouvertes de rayons (10^{-n} ; 10^{-p}) n'apparaissent à aucune période. Or, une définition en termes des boules de rayons (10^{-n} ; 10^{-p}) permet d'introduire le point de vue approximation décimale de la notion de limite.

Une deuxième étude concerne les nombres réels et leur décimalisation dans l'EMS vietnamien

De nombreuses études institutionnelles sur les nombres réels et les nombres décimaux sur l'EMS ont été menées en France. Citons celles de Brousseau (1998) Margolinas (1985), Neyret (1995).

Actuellement deux spécificités au moins distinguent fortement l'EMS vietnamien de l'EMS français. D'une part, l'EMS vietnamien ne considère pas les décimaux comme un ensemble de nombres. D'autre part, l'ensemble des nombres réels est introduit explicitement au niveau du collège comme l'ensemble des *écritures décimales* (ED) limitées et illimitées. Les notions de suite convergente et de limite n'apparaissent au lycée qu'en classe 11 (élève de 16-17 ans, équivalent de la 1ère en France). Les deux notions, nombre réel et limite, sont introduites de façon apparemment indépendante.

L'approximation décimale n'est jamais objet d'enseignement dans l'EMS vietnamien actuel. Au lycée, on ne prend pas en compte la relation entre nombre et limite dans les écritures décimales (ED) alors que l'ensemble des ED représente théoriquement l'ensemble des nombres réels depuis le collège. Il en résulte les hypothèses suivantes sur le rapport institutionnel aux nombres réels et leur décimalisation dans EMS au Viêt Nam :

> les connaissances sur les ED dans EMS sont celles du Collège
>
> l'ordre dense (non discret) dans **D** et dans **R** est absent du rapport institutionnel.

Une étude expérimentale

Les études précédentes montrent que :

> la construction de la notion de limite ne peut éviter le problème de la décimalisation des nombres réels et de leur écriture décimale, alors même que la principale raison d'être apparente de la notion de limite enseignée au Lycée est de répondre à la question du calcul algébrique des limites des fonctions en un point ou à l'infini. L'hypothèse en découlant est que l'approximation décimale peut donner du sens à la notion de limite autre qu'algébrique. Un

argument épistémologique est que la question de la décimalisation des nombres réels a été posée lors de l'introduction historique de la notion de limite ;

la cohérence de la notion de limite s'appuie sur une (re)construction des nombres réels outillée par les concepts de l'analyse et mettant au centre de cette reprise les écritures décimales illimitées et l'ordre dense de **R**.

L'étude expérimentale de Lê Thai Bao comprend deux dispositifs expérimentaux.

Le premier est un questionnaire conçu pour mettre à l'épreuve les hypothèses conséquences du rapport institutionnel aux nombres réels et leur décimalisation dans EMS vietnamien. Ce questionnaire a été proposé à 174 élèves de Seconde (classe 10), 89 élèves de Terminale (classe 12) et 78 étudiants (futurs enseignants de mathématiques) de dernière année de deux écoles Normales Supérieures (ENS) d'Ho Chi Minh Ville. Comme prévu par l'étude institutionnelle, le rapport institutionnel à la décimalisation des nombres réels reste inchangé depuis le collège au Viêt Nam. Lê Thai Bao (2007, 2012) retrouve ainsi des résultats établis en France, qui peuvent s'interpréter comme le fait que la connaissance des nombres entiers se constitue en obstacle épistémologique pour l'acquisition des autres ensembles de nombres (Brousseau 1998).

Le deuxième dispositif concerne la conception, la réalisation et l'observation d'une *ingénierie didactique* en classe 11 d'un lycée de Ho Chi Minh ville *après l'enseignement de la notion de limite*. L'objectif de cette ingénierie est de montrer qu'il est possible sous les contraintes actuelles de l'EMS au Viêt Nam d'organiser dialectiquement deux passages :

celui de l'ordre discret dans **N** à l'ordre dense (c'est-à-dire non discret) dans **D** et **D**∞[7] ;

celui du point de vue de l'« approximation x » à l'« approximation f(x) » sur la notion de limite de fonction.

Un autre projet de l'ingénierie est de faire rencontrer l'obstacle « horreur de l'infini » par l'activation d'écritures telles que 3,(0)1 ; 2,(9) ou 2,9999… pour mettre en place l'ordre dense de **R** en relation avec la notion de limite dans une problématique d'approximation.

Pour une présentation détaillée de cette ingénierie, de son analyse et de ses résultats, nous renvoyons le lecteur à Lê Thai Bao (2007, 2015).

QUELQUES RÉFLEXIONS SUR LA BIDIRECTIONNALITÉ DE NOS RELATIONS

Les apports de cette longue coopération ne sont pas, loin de là, à sens unique. Au-delà de la richesse des échanges humains et des amitiés qui en sont nées, cette coopération, en nous amenant à confronter les choix d'enseignement de deux institutions différentes (au Viêt Nam et en France), a été à l'origine de questionnements différents producteurs de nouvelles connaissances.

L'encadrement de thèses en cotutelle nous a, de plus, amenés à mettre au point une méthodologie d'études comparatives qui a, en même temps, favorisé une meilleure approche du système vietnamien et enrichi notre connaissance du système français ; les études menées ont notamment mis en évidence l'importance de certaines conditions et contraintes influant sur la discipline mathématiques qui relèvent de tous les niveaux de l'échelle de codétermination didactique (Chevallard 2002) et pas seulement de la pédagogie. Elles ont montré l'intérêt de l'utilisation de

[7] Margolinas (1985) présente ainsi D∞ en se référant à Lebesgue (1931) : « Toute suite de chiffres indéfinie vers la droite et comportant une virgule ».

cette échelle pour prendre en charge les caractéristiques culturelles des pays, notamment par le biais de l'étude du niveau de la société. Elles ont fait émerger quatre apports fondamentaux :

dénaturalisation du regard sur le fonctionnement scolaire d'une institution didactique (cf. Tran Luong 2006)

nécessité de la prise en compte de niveaux de codétermination plus élevés que celui du domaine (cf. Lê Van 2001)

importance de l'étude des rapports institutionnels pour l'évaluation des praxéologies mathématiques (cf. Nguyen 2006)

recherche de conditions et contraintes essentielles à l'existence d'une séquence d'enseignement sur un thème donné (ingénierie didactique) pour enrichir le questionnement sur l'autre système et faire émerger du générique (cf. Lê Thai Bao 2007).

La constitution et le développement du champ de la recherche en didactique au Viêt Nam a ainsi contribué à un enrichissement du champ de la didactique des mathématiques qui a fortement influencé les enseignements de didactique du master 2 de l'UJF ainsi que les recherches développées dans le laboratoire grenoblois.

Au Viêt Nam, traditionnellement, les recherches, basées sur la volonté de mettre en place « un meilleur enseignement », portaient essentiellement sur les savoirs fixés dans les programmes et manuels et les « méthodes d'intervention sur l'enseignement – apprentissage » des élèves, en s'appuyant sur les théories développées en psychologie et pédagogie. Un des principaux apports de la coopération a été la reconnaissance de l'importance de l'étude des savoirs mathématiques qui influence fortement aujourd'hui de nombreuses recherches en didactique des mathématiques au Viêt Nam. L'adoption des cadres théoriques de la didactique et de la réflexion épistémologique qui leur est intimement liée, a amené les chercheurs vietnamiens à :

passer d'une étude strictement historique des savoirs à leur étude épistémologique

ne plus se contenter d'évaluations externes héritées de la psychologie et pratiquer une validation interne (confrontation de l'analyse *a priori* et de l'analyse *a posteriori*)

analyser la pratique d'enseignement non plus dans le seul but de l'améliorer, mais aussi dans celui de modéliser des phénomènes didactiques pour mieux comprendre ce qui se passe dans la classe.

Ces années de coopération ont de plus permis la formation d'une équipe d'enseignants - chercheurs répondant aux conditions exigées par le Ministère de l'Education et de la Formation vietnamien pour créer un diplôme de master 2 (Thac Sy Didactic Toan) et une école doctorale : enseignants docteurs, encadrement de mémoires, recherches reconnues dans le domaine. Le transfert de compétences réalisé a permis que non seulement les chercheurs vietnamiens soient entièrement maîtres des enseignements du Thac Sy et de l'école doctorale (et de leur évolution), mais aussi responsables de recherches nationales dans le domaine de l'enseignement des mathématiques et co-directeurs de thèses en cotutelle de leurs anciens étudiants. Leurs nouvelles compétences se nourrissent des contacts permanents avec la communauté de recherche francophone en DDM (séminaires et colloques au Viêt-Nam, missions régulières en France, participation aux écoles d'été de l'ARDM).

Aujourd'hui, la coopération de départ s'est transformée en collaboration scientifique entre deux équipes partenaires, vietnamienne et française. Cette collaboration ne cesse de se renforcer par le développement de recherches communes sur des thèmes prioritaires pour le Viêt Nam et la France, comme la conception d'environnement informatiques pour l'enseignement de la numération au primaire et pour l'évolution des pratiques enseignantes. Le nouvel accord (2016) entre l'UP HCM et l'Université Grenoble Alpes (UGA) consolide et élargit la coopération : pour l'UGA, le Laboratoire d'Informatique de Grenoble (LIG) et l'Ecole Supérieure de Professorat et de l'Education (ESPE) - et pour l'UP HCM, les départements de Mathématiques, du Primaire et de l'Informatique.

RÉFÉRENCES

Références sur la coopération

Bessot A., Comiti C (2004) Some Comparative Studies between France and Vietnam curriculums, *Mathematics Education in Different Cultural Traditions: A comparative study of East Asia and the West*, Krugel Ed.

Bessot A., Comiti C., Lê Thi H.C., Vu Nhu T.H., Lê Thai Bao T.T., (2013), *Quelques avancées significatives dans la recherche en didactique des mathématiques. Actes du Colloque International Franco-Vietnamien en Didactique des Mathématiques*, 448 pages, UP HCM et UJF Ed.

Bui Thi Khanh Hang (2005) *Une étude didactique de la vie de l'énergie dans l'enseignement de la physique, en France et au Vietnam. Des décalages entre savoirs à enseigner au Lycée et savoirs de la formation universitaires, peuvent-ils être source de difficultés pour les enseignants ?* Directeurs : H. Bettéga, A. Bessot, C. Wajeman.

Comiti C., Tran Van T., Birebent A., Bessot A. (2006) Comment créer les conditions d'une coopération réussie ? Une étude de cas. *Actes électroniques du colloque international Espace Mathématique Francophone 2006*, Sherbrooke, Canada.

Dao Hong Nam (2014) *Enseignement des probabilités - statistiques dans la formation des universités des Sciences Médicales*. Directeurs : Lê Thi Hoai Chau, A. Birebent.

Doan Huu Hai (2001) *L'enseignement de la géométrie dans l'espace au début du lycée dans ses liens avec la géométrie plane. Une étude comparative entre deux institutions : la classe de seconde en France et la classe 11 au Viêt Nam*. Directeurs : J.-L. Dorier, Tran Van Tan.

Lê Thai Bao Thien Trung (2007) *Étude didactique des relations entre enseignement de la notion de limite au lycée et décimalisation des nombres réels dans un environnement 'calculatrice'*. Directeurs : A. Bessot, J.-L. Dorier, Lê Van Tien.

Lê Thi Hoai Chau (1997) *Étude didactique et épistémologique sur l'enseignement du vecteur dans deux institutions : la classe de dixième au Viêt Nam et la classe de seconde en France*. Directeurs : C. Comiti, Tran Van Tan.

Lê Van Tien (2001) *Étude didactique des liens entre fonctions et équations dans l'enseignement des mathématiques au lycée en France et au Viêt Nam*. Directeurs : A. Bessot, Nguyen Ba Kim.

Nguyen Ai Quoc (2006) *Les apports d'une analyse didactique comparative de la résolution des équations du second degré dans l'enseignement*. Directeurs : C. Comiti, H. Chaachoua, Lê Thi Hoai Chau.

Nguyen Chi Thanh (2005) *Étude didactique de l'introduction d'éléments d'algorithmique et de programmation dans l'enseignement mathématique secondaire à l'aide de la calculatrice*. Directeurs : A. Bessot, Nguyen Ba Kim.

Vu Nhu Thu Huong (2009) *Une étude didactique sur l'introduction dans l'enseignement mathématique vietnamien de notions statistiques dans leurs liens avec les probabilités*. Directeurs : N. Balacheff, A. Birebent.

Nguyen Thi Nga (2011) *La périodicité dans les enseignements scientifiques en France et au Viêt Nam : une ingénierie didactique d'introduction aux fonctions périodiques par la modélisation*. Directeurs : A. Birebent, M. Ney.

Tran Anh Dung (2013) *Enseignement de la notion de fonction continue au lycée*. Directeurs : Lê Van Tien, A. Bessot.

Tran Luong Cong Khanh (2006) *La notion d'intégrale dans l'enseignement mathématique au lycée : une étude comparative entre la France et le Viêt-Nam.*. Directeurs : A. Bessot, J.-L. Dorier, Lê Van Tien.

Tang Minh Dung (2014) *Une étude didactique des praxéologies de la représentation en perspective dans la géométrie de l'espace, en France et au Viêt Nam*. Directeur : H. Chaachoua.

Références de la thèse de Lê Thai Bao

Bourbaki, N. (1960) *Livre III Topologie général*. Hermann & Cie, Editeurs.

Brousseau, G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Edition la Pensée Sauvage, Grenoble.

Cauchy, A. L. (1821) *Cours d'analyse de l'Ecole Royale Polytechnique*. Paris , Gauthiers- Villars et fils, Imprimeurs. Librairie du Bureau des Longitudes de l'Ecole Royale Polytechnique éds (1847).

Chevallard, Y. (1985) *La transposition didactique du savoir savant au savoir enseigné*. Edition la Pensée Sauvage, Grenoble. (Réédité et complété 1991).

Chevallard, Y. (2002) Organiser l'étude. 3. Écologie et régulation. *Actes de la onzième école d'été de didactique des mathématiques*. La Pensée Sauvage, Grenoble. 41 – 56.

Cornu, B. (1983) *Apprentissage de la notion de limite: conceptions et obstacles*. Thèse, Université Scientifique Et Médicale De Grenoble.

Dedekind, R. (1872) *Continuity and irrational numbers*. Edition Dover (1963)

Dhombres J. (1978) *Nombre, mesure et continu. épistémologie et histoire*. Cedic/Fernand Nathan.

Lebesgue, H. (1931) *La mesure des grandeurs*. Albert Blanchard (réédition 1975).

Lê Thai Bao, T.T. (2007) *Etude didactique des relations entre notion de limite et décimalisation des nombres réels dans un environnement « calculatrice ». Une étude de cas dans l'enseignement mathématique secondaire au Viet Nam*. Thèse en cotutelle, Université Joseph Fourier et Université Pédagogique de Ho Chi Minh.

Lê Thai Bao, T.T. (2012) Notion de limite et décimalisation des nombres réels : le cas de l'enseignement secondaire au Viêt nam. *Petit x*, n°89. IREM de Grenoble.

Lê Thai Bao, T.T. (2015) Notion de limite et idécimalisation des nombres réels : une ingénierie didactique. *Petit x*, n°99. IREM de Grenoble.

Le Thi, H. C. (2003) Nghịch lý « Asin đuỗi rùa » và khái niệm giới hạn trong Hình học (Paradoxe « Achille et le tortue » et concept de limite en Géométrie), Thế giới Toán – Tin học (Monde mathématique – informatique). *Tập san số 3 của Khoa Toán, Tin học ĐHSP TP HCM* (*Bulletin n°3 du Département des Mathématiques –Informatique de l'UPHCM*). tr 5 –8 (pp. 5- 8).

Margolinas, C. (1985) *Un bilan des connaissances sur les nombres après la classe de 4e, le nombre dans tous ses états*. Mémoire de DEA, Université de Bordeaux 1.

Neyret, R. (1995) *Contraintes et déterminations des processus de formation des enseignants : nombres décimaux, rationnels et réels dans les instituts Universitaire de Formation des Maîtres*. Thèse. Université Joseph Fourier – Grenoble I.

Sierpinska, A. (1985) Obstacles épistémologiques relatifs à la notion de limite. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 6/1. Edition la Pensée Sauvage : Grenoble. 5 –67.

Stevin, S. (1585) *Traité des incommensurables grandeurs*. De Thiende.

Trouche, L. (1996) *A propos de l'apprentissage des limites de fonctions dans « un environnement calculatrice »: Etude des rapports entre processus de conceptualisation et processus d'instrumentation*. Thèse, Université Montpellier II.