Contributions des composantes de la CFEM à la mission Torossian-Villani

Décembre 2017

Table of contents

Chapter 1

CFEM

Commission française pour l'enseignement des mathématiques

Académie des sciences - ADIREM - APMEP - ARDM - CNFM - Femmes & Mathématiques - IGEN - SFdS - SMAI - SMF - UPS

Texte préparé par la CFEM en vue de l'audition par la commission Mathématiques

1er décembre 2017, audition commune avec ADIREM, APMEP, ARDM, Femmes et mathématiques (4 associations composantes de la CFEM) et AGEEM

Introduction : quelques considérations liées au rôle de la CFEM

La CFEM a un rôle spécifique. En tant que sous-commission française de l'ICMI, elle rassemble en effet des institutions diverses mais toutes directement concernées par l'enseignement des mathématiques, favorise les interactions entre elles et le développement de positions de consensus et d'actions communes. Elle permet de faire un lien entre tous les niveaux d'enseignement mais aussi avec la recherche qui peut avoir des retombées sur les contenus de l'enseignement, que ce soit la recherche disciplinaire (mathématiques mais aussi informatique par exemple), ou la recherche en didactique, et avec la formation, en incluant les enseignants-chercheurs qui forment les futurs enseignants dans les licences de mathématiques et les MEEF. Il est important d'avoir une structure comme la CFEM pour faire mieux communiquer et interagir des institutions qui souvent restent encore trop cloisonnées, alors même que toute évolution substantielle et durable de l'enseignement des mathématiques ne peut se faire sans leur collaboration, et la mise en synergie de leurs expertises et ressources : le rôle des IREM doit être mieux connu par les sociétés savantes, la connaissance des débouchés mieux partagée, la reconnaissance de l'intérêt des recherches en didactique et l'expression des résultats de cette recherche en termes utiles pour la pratique développée, l'intérêt d'une bonne formation en informatique au niveau Licence, qui ne soit pas considérée comme faite au détriment du disciplinaire, discuté. Surtout, ce lien semble manquer au niveau institutionnel, les structures sont cloisonnées, DGESCO, DGESIP, Académies, Inspection, Universités, ÉSPÉ, IREM… Par exemple, il n'est pas aisé de faire assurer des formations académiques par des enseignants-chercheurs du supérieur qui seraient les mieux à même de les assurer. Le cloisonnement de ces structures rend aussi difficile l'articulation Lycée - Enseignement supérieur. Dans les constats de dysfonctionnement que nous avons pu faire, cela est revenu régulièrement.

Même si le texte qui suit est construit par rapport aux questions spécifiques proposées par la commission à l'analyse de la CFEM, nous voulons insister sur le fait qu'il y a consensus au sein de la CFEM pour considérer la formation des enseignants, et notamment ceux du primaire, initiale et continue, comme la question cruciale. Ce point central est présent, plus ou moins explicitement, dans chacune des réponses aux questions et développé en annexe à ce texte.

Q1- Les « commissions mathématiques » précédentes, quel regard aujourd'hui ?

Concernant l'enseignement des mathématiques, trois commissions au moins ont mené un travail conséquent sur plusieurs années : la COPREM (Commission permanente de réflexion sur l'enseignement des mathématiques) de 1983 à 1989, le GREM (Groupe de réflexion sur l'enseignement des mathématiques), qui lui a succédé de 1990 à 1992, et la CREM (Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques) ou commission Kahane de 1999 à 2003. Toutes ces commissions rassemblaient des expertises diverses, mathématiciens, didacticiens, historiens des mathématiques, enseignants, formateurs d'enseignants, notamment animateurs IREM, et la CREM comportait aussi quelques spécialistes d'autres disciplines, ce qui s'est révélé très utile pour certains des rapports produits.

La COPREM a eu une influence importante sur l'innovante réforme des programmes du collège de 1985 et a été à l'origine, en association avec l'ADIREM et la Direction des collèges au MEN, d'un très intéressant dispositif d'accompagnement de sa mise en place, appelé « Suivi scientifique des programmes du collège » qui a permis de faire expérimenter les programmes par des animateurs IREM l'année précédant leur mise en vigueur et de produire un ouvrage par niveau rendant compte de ces expérimentations et contenant aussi des textes plus généraux, disponibles dès l'implémentation de la réforme. Du travail du GREM présidé par l'historien des mathématiques Christian Houzel reste surtout un texte très intéressant concernant l'algèbre «L'introduction du calcul littéral», republié en 2003 dans le bulletin n°445 de l'APMEP. La CREM est sans doute la commission dont les rapports sont les plus connus parce que publiés, pour les quatre principaux, dans un ouvrage paru en 2001 chez Odile Jacob, et aussi parce que tous ces rapports et leurs annexes, résultant d'un travail très approfondi et accessibles en ligne, sont aujourd'hui encore considérés comme des textes de référence. Par rapport aux questions sur le calcul posées à divers membres de la CFEM par la commission, les recommandations qui concluent le rapport sur le calcul sont toujours d'actualité.

Q2- Place du jeu et de l'IA dans les pédagogies/la didactique d'aujourd'hui

Cette question, telle que posée, incite à considérer jeu et IA ensemble, mais la question de la place du jeu se pose de façon plus générale. C'était d'ailleurs un des points mis en avant dans la Stratégie mathématiques, les jeux étant surtout exploités dans des activités périscolaires (cf. par exemple les sujets Math.en.Jeans) même si des jeux de Nim, par exemple, sont utilisés depuis longtemps pour développer le raisonnement et le sens de la stratégie des élèves (la fameuse situation de la « course à 20 » de G. Brousseau qui met en jeu la division euclidienne en est un bon exemple). Ces dernières années, cependant, les recherches didactiques se développent sur ces questions dans des environnements périscolaires mais aussi scolaires (cf. la thèse de Nicolas Pelay et les travaux de l'équipe Math à Modeler à Grenoble).

S'agissant des connexions avec la recherche en IA et plus généralement sur les environnements informatiques d'apprentissage humain, il y a une tradition d'interaction avec la recherche en didactique des mathématiques (cf. le LIG à Grenoble avec l'équipe METAH ou le LIP6 et sa collaboration de longue date avec le LDAR à Paris, au sein d'AIDA, pour ne citer que deux exemples). Ces interactions permettent que les logiciels développés qu'ils soient de type jeu comme c'est de plus en plus le cas, ou non, bénéficient des avancées de la recherche didactique et des connaissances plus générales sur l'apprentissage (le projet Pépite sur l'algèbre et ses multiples développements depuis plus de 15 ans en est un très bon exemple).

L'enseignement de l'algorithmique, notamment dans l'enseignement primaire et au collège, utilise lui aussi largement les jeux, dans des activités débranchées, avec des logiciels comme Scratch ou divers robots. Ces activités ludiques soutiennent des apprentissages géométriques et spatiaux, notamment à l'école élémentaire, ou numériques (cf. le projet OCCINAE). C'est également un enseignement utilisé, en France et à l'étranger comme le montrent des projets européens, pour faire des élèves eux-mêmes des concepteurs de jeux, ce qui leur permet de prendre conscience du rôle des connaissances mathématiques dans la réalisation de tels jeux. Les exercices du concours Castor sont de bons exemples de jeux formateurs qui permettent de développer le sens du raisonnement et de la pensée algorithmique.

L'IA, sous sa forme "machine learning", peut aussi ouvrir d'un point de vue pédagogique tout le domaine du e-learning (enseignement en ligne) : l'élève apprend de nouveaux concepts mais aussi peut s'entraîner à distance, sur un ordinateur, plus ou moins en autonomie, avec un système qui lui propose un programme de travail personnalisé, qui répond à ses questions et lui signale ses erreurs. Il y a des expérimentations concernant un assistant personnel d'éducation pour les enseignants, développé avec Inria (cf. sur Eduscol la fiche « Expérithèque Bibliothèque des expérimentations pédagogiques » concernant un assistant numérique, développé par l'Équipe Phoenix d'Inria Bordeaux : Assistant numérique, aide à l'inclusion scolaire et soutien aux activités pédagogiques et communicationnelles, concernant les élèves en situation de handicap).

Si l'on considère la question de l'usage des jeux pour les apprentissages mathématiques, vu la faible exploitation actuelle des jeux dans l'enseignement, un usage productif nécessite une formation. Et il en est de même pour arriver à un usage efficace des ressources IA, les travaux didactiques sur l'usage des bases d'exercice en ligne le montrent bien (cf. le travail autour de WIMS ou de Sesamath).

Q3- 40 ans d'action mondiale au niveau des mathématiques, malgré tout toujours du désamour en France avec les mathématiques, le calcul et l'image des mathématiques

Certes, les actions menées mondialement au niveau des mathématiques ont du mal à modifier les représentations culturelles de cette discipline. Mais il faut faire attention à ce dont on parle. Le terme désamour ne semble pas (plus ?) être celui qu'il convient d'adopter. Il nous semble qu'actuellement l'image des mathématiques auprès des entreprises et des médias est plutôt bonne, et ceci est certainement dû aux

différentes actions entreprises ces dernières années par la communauté.
Diverses enquêtes nationales ont montré de plus au cours des deux dernières décennies que les mathématiques figuraient même parmi les disciplines appréciées par les élèves, notamment à l'école élémentaire et au début du collège, ce qui rejoint les résultats d'autres enquêtes menées à l'étranger. Le nombre croissant d'élèves impliqués dans des activités périscolaires en mathématiques (cf. Math.en.Jeans, Science ouverte…) le confirme aussi. Mais ceci ne se répercute pas au niveau des choix de carrière, notamment pour les filles, d'où l'importance de soutenir des actions comme les stages Hippocampe ou celles menées par l'association femmes & mathématiques.
On observe cependant qu'il y a, pour un certain nombre d'élèves, l'impression d'être à un moment de leur scolarité rejetés par les mathématiques, comme leurs parents l'ont été avant eux, ce qui le fait considérer comme un phénomène quasiment normal. L'entrée dans l'algèbre et celle dans la démonstration, ont constitué traditionnellement ce point de rejet. Il est donc particulièrement important de convaincre les enseignants eux-mêmes et la société que les mathématiques du socle commun et également celles du lycée, différenciées selon les filières, sont accessibles à tous les élèves. Les résultats des recherches montrent que des stratégies didactiques appropriées permettent aujourd'hui d'organiser des entrées plus progressives dans l'algèbre et la démonstration, et d'éviter ces rejets (cf. par exemple les synthèses internationales des études ICMI). Mais ils sont encore trop peu diffusés (la formation initiale et le développement professionnel des enseignants sont la clef de voute de toute évolution).
Au lycée, le rôle prédominant de la filière S joue aussi un rôle défavorable puisqu'étant la seule filière généraliste, elle semble la voie obligée sans pouvoir accueillir tous les candidats (ni parvenir à bien former les futurs scientifiques). Le sujet de la formation scientifique des élites et des médias en France dépasse largement l'objet de cette commission, mais le sujet de la culture scientifique, en particulier de la culture mathématique, que reçoit chaque lycéen, préoccupe le groupe interdisciplinaire auquel la CFEM participe.
Le plus important semble être à nouveau de mieux former les enseignants de mathématiques : les professeurs des écoles principalement mais aussi ceux du secondaire, pour les interactions entre disciplines, et quand leur enseignement concerne les non-spécialistes. De plus il est nécessaire d'accompagner les élèves en grande difficulté car la nature cumulative des mathématiques rend plus difficile la progression si l'étape précédente n'est pas acquise. Enfin, il faut faire évoluer les filières actuelles du lycée, pour assurer cette culture scientifique minimale au plus grand nombre.

Q4- Des problèmes pour faire des mathématiques ou des mathématiques pour faire des problèmes ?
Le « ou » de cette question est inclusif : des problèmes bien conçus introduisent une certaine réflexion et peuvent former à la modélisation mathématique, et un cours de mathématiques bien pensé amène à des problèmes naturels mettant en œuvre les notions à acquérir.
La place de la résolution de problèmes dans l'apprentissage des mathématiques, et son importance, est un sujet sur lequel la didactique des mathématiques, les IREM, les mathématiciens sont tous d'accord. Il est important de rappeler que ce consensus sur l'importance de la résolution de problèmes pour l'apprentissage des mathématiques est fondé épistémologiquement et par les acquis de la recherche didactique. Soulignons aussi que les problèmes à envisager dans l'enseignement des mathématiques sont à la fois des problèmes extra-mathématiques (ceux qui vont impliquer une modélisation mathématique, même si elle est très simple) et des problèmes intra-mathématiques (nombres, objets géométriques…), et ce depuis le début de la scolarité. Bien sûr, il y a un équilibre à trouver entre les deux catégories de problèmes. Il y a aussi des problèmes ou questions qui visent à motiver l'enseignement d'une notion, d'un domaine et donner du sens à l'activité mathématique, et des problèmes qui permettent de mettre en jeu ce qui a été appris pour répondre à de nouvelles questions, établir des connexions entre notions et domaines, approfondir les connaissances. Il y a aussi des problèmes qui sont utilisés pour développer des stratégies de recherche et de preuve.
Les problèmes ont donc des fonctionnalités diverses dans l'enseignement et l'apprentissage. Et puis, au-delà des problèmes, il y a bien sûr et tout aussi nécessaires les exercices qui permettent de s'entraîner et de consolider. Il y a une multiplicité des travaux didactiques en France et à l'étranger sur ces questions, et les ressources dont on dispose sont abondantes.
Cependant, les activités de résolution de problème sont quelque chose de difficile à mettre en place de façon efficace, et cela suppose des enseignants bien formés, des dispositifs d'accompagnement et d'échange des

bonnes pratiques, et des conditions de travail appropriées dans les classes, notamment des horaires suffisants pour laisser suffisamment de temps de recherche aux élèves.

Q5- Qu'est-ce qu'un bon professeur de mathématiques ?

Si chacun (ou presque) a connu un enseignant qui l'a marqué, s'il y a souvent consensus pour reconnaitre les qualités pédagogiques d'un enseignant remarquable, il faut pour envisager cette question se détacher de cette image de professeur exceptionnel, charismatique. Il n'y a pas un modèle unique de bon professeur, comme il n'y pas un modèle unique d'élève et il n'y pas une image unique des mathématiques mais une richesse des ressentis suivant les aspects qui résonnent en chacun (jeu, beauté, abstraction, utilité, création, imagination, applications, …).

Un bon professeur cela doit être d'abord un professionnel qui aime et est bien formé au métier qu'il exerce, qui considère que ce métier est en perpétuelle évolution (évolution des demandes sociales, des mathématiques, des connaissances, outils et ressources disponibles) et requiert donc une formation qui se prolonge tout au long de la carrière, des remises en question régulières.

Être un bon professeur suppose d'avoir suffisamment de solidité dans sa discipline pour pouvoir expliquer, bien enseigner suppose d'avoir soi-même compris, mais cela ne suffit pas. Il faut aussi notamment des connaissances qui permettent de comprendre l'élève, de construire des stratégies d'enseignement et de les réguler en sachant prendre des informations pertinentes et les interpréter, et ce volet didactique non plus ne suffit pas… Pour certains le sens pédagogique est inné, mais cela peut s'acquérir, par une formation pédagogique ou par un travail personnel, et se conforter en participant à des groupes d'échange et de travail collectif comme les groupes IREM.

Pour améliorer le système, il faut aussi sortir d'une vision personnalisée pour voir l'enseignant comme membre d'un collectif, un collectif qui accompagne les jeunes, qui soutient ceux qui rencontrent des difficultés, qui partage les ressources, qui mutualise les expertises, qui s'appuie des projets collectifs pour progresser professionnellement (à l'image de ce qui se fait dans les groupes IREM, ou les Lesson studies, https://eduveille.hypotheses.org/8811).

Le revers de cette question est : on ne peut espérer n'avoir que des « bons professeurs », donc il s'agit déjà de mieux former et accompagner ceux que l'on a. Le faible nombre de vocations pour l'enseignement des mathématiques est aussi lié à l'attractivité du métier, dans une discipline très sollicitée. On souhaite un message fort de la République pour à la fois aider à faire respecter la profession d'enseignant (assurer une formation tout au long de la vie, améliorer les conditions matérielles, le management des ressources humaines, …) et proclamer le caractère indispensable d'une bonne formation scientifique, en particulier en mathématiques.

6- Les « Startup pédagogiques » : une menace/une aide pour le professeur ?

Ce sujet propose à nouveau des pistes intéressantes, il y a des composantes de la CFEM impliquées dans des partenariats avec des start-up, ces expériences seront à suivre et analyser. Comme dans le cas de l'IA, il faut encourager les partenariats avec la recherche pour faire bénéficier ces projets des avancées des connaissances dans ce domaine. Pour l'informatique, on peut trouver des informations sur un salon de ces startup pédagogiques sur le site Eduscol STI (http://eduscol.education.fr/sti/actualites/startup-for-kids-2017-le-salon-des-startups-vocation-pedagogique). Certains ateliers sont animés par les étudiants de l'école 42, passionnés de programmation informatique, et il faut reconnaitre que cette école a joué un rôle intéressant, complémentaire, de celui joué par l'enseignement supérieur traditionnel. Ces initiatives sont à suivre attentivement, il est probable qu'elles modifieront le paysage de la formation, en particulier la formation tout au long de la vie, au moins à moyen terme. (Sur le site de *French Touch de l'éducation*, on lit « avec l'accélération des transformations et l'accès au digital learning, rendre les individus acteurs de leur apprentissage apparaît non seulement possible mais également essentiel. Pourtant, la culture de l'auto-formation reste l'apanage de populations cadres déjà très diplômées. Comment alors démocratiser l'auto-formation pour maintenir l'employabilité de tous ? »).

Concernant la formation initiale en mathématiques, pré ou post baccalauréat, on peut penser que de tels outils pourraient compléter l'apprentissage, mais on n'imagine pas qu'ils remplacent l'enseignant. L'échange oral et le contact humain avec un professionnel (bien formé au bon niveau) restent et resteront nécessaires.

Annexe 1 : quelle formation ?

Si on veut que de nouvelles pratiques se mettent en place, il faut un soutien de l'institution à plusieurs niveaux : l'établissement (les tâches de vie scolaire et autres injonctions se multiplient et laissent peu de temps pour la réflexion profonde et le travail en commun), l'académie pour ce qui concerne les PAF et la qualité de l'offre, et le ministère pour les heures de FC inscrites au PNF, ainsi qu'une meilleure connexion entre établissements du supérieur (décharges horaires pour les IREM, liens entre l'ÉSPÉ et les universités de l'académie dont elle n'est pas une composante,…).

Cette formation doit contenir les trois aspects : disciplinaire, didactique, pédagogique, mais aussi s'intéresser à l'égalité filles-garçons à l'école et spécifiquement en mathématiques, et enfin au travail collaboratif et celui en interdisciplinarité.

Il est important de mieux former les futurs enseignants de mathématiques, de leur assurer une meilleure formation initiale. Pour les futurs professeurs des écoles, les diverses pistes pour améliorer leur formation initiale actuellement discutées – parcours de licences pluridisciplinaires, parcours de licences disciplinaires, ou organisation Majeures/mineures – doivent être travaillées et analysées de façon plus approfondie. Pour les futurs enseignants du secondaire, les contenus des Licences de mathématiques doivent être mieux étudiés, il faut envisager d'inclure une formation de qualité en informatique, qui soit assurée par des professionnels, dont le contenu est à définir en concertation ; on peut aussi questionner les contenus mathématiques enseignés. Cela vaut pour la formation continue. La situation est très inégale suivant les territoires. Par exemple, dans certaines académies, de vraies formations d'informatique, donnant un diplôme d'université, sont proposées, dans d'autres, ce sont des enseignants qui ont suivi une formation qui sont censés faire partager leur (maigre) expérience aux autres. Le défaut de formation en probabilités-statistique lors de leur introduction consistante dans les programmes de collège et lycée a encore des conséquences négatives.

La formation initiale concerne principalement l'aspect disciplinaire, mais elle ne peut pas faire l'impasse sur la didactique et la pédagogie. Sur ce dernier point, il faut repérer **ce qui marche** : les liens didactique-formation pédagogique sont facilités quand il y a une équipe de didactique dans un département de mathématiques (par exemple à Montpellier ou à Paris 7), ou quand il y a un IREM proche.

La formation continue devrait continuer à comprendre des aspects disciplinaires et aussi proposer des conférences (à l'image des conférences des journées de l'APMEP ou de celles de l'Ecole polytechnique qui sont proposées aux professeurs de CPGE), les enseignants sont demandeurs.

La possibilité de se former soi-même est naturellement encouragée par des mooc de qualité, par exemple le mooc « Enseigner et former avec le numérique en mathématiques » a rencontré beaucoup de succès. Pour des sujets de pédagogie générale http://ife.ens-lyon.fr/formation-formateurs/catalogue-des-formations/formations-2016-2017/mooc/view.

Cependant, organiser uniquement la formation continue en mathématiques des enseignants par des plateformes ou des mooc, est insuffisant. Un accompagnement par des formateurs professionnels (bien formés) est encore indispensable, et aussi cette formation doit encourager le travail collectif des enseignants. Ce travail collectif est favorisé par un rapprochement avec un groupe IREM quand cela est possible, mais il s'agit aussi du travail collaboratif entre enseignants d'un même établissement.

La **formation des formateurs** est donc également un sujet à traiter : on manque de formateurs bien formés.

- Dans le premier degré, les formations continues sont en général faites par des personnes qui sont elles-mêmes d'anciens professeurs des écoles. Ils font ce qu'ils peuvent mais ils n'ont généralement pas une très bonne formation de mathématiques (que ce soit disciplinaire ou didactique).
- Dans le second degré, le CAFFA est conçu par l'institution comme un certificat transdisciplinaire. Les « certifiés » n'ont donc pas toujours de formation en didactique des mathématiques. A terme, c'est parmi les lauréats du CAFFA que les inspecteurs choisiront les formateurs des enseignants pour la formation continue. Il faut donc que les inspecteurs encouragent à passer le CAFFA des enseignants qui ont une bonne pratique et aussi une solide formation en didactique, et ensuite qu'ils leur confient prioritairement la formation continue et l'accompagnement des enseignants.

On peut aussi faire intervenir en formation continue des enseignants des ÉSPÉ (enseignants-chercheurs en didactique par exemple) mais là encore, cela dépend des relations entre l'ÉSPÉ et l'inspection académique.

Notons que certaines académies semblent mieux fonctionner que d'autres : il est important d'en analyser les raisons (par exemple, on peut comprendre les éléments qui contribuent positivement dans celle de

Montpellier) et tenter de donner l'exemple.

Dernier élément : la quantité de **ressources** disponibles est très importante. D'une façon générale, devenir acteur de sa formation est une clé de réussite, chez les élèves comme chez les enseignants.
La difficulté actuelle est que ceux qui auraient le plus besoin de FC en mathématiques n'ont pas les ressorts personnels pour s'y attaquer ; c'est ce qui apparait lorsque les formations de mathématiques sont proposées (et non imposées) en MEEF premier degré ; elles ne sont pas choisies par crainte d'échec. Notons que certaines expériences proposent des formations initiales spécifiques adaptées aux étudiants de licences de lettres ou sciences humaines se destinant au professorat des écoles (exemple de l'université de Lille et de l'université Paris-Est Créteil). Des formateurs compétents parviennent à faire surmonter des situations de blocage (en formation initiale ou continue).

Il est important d'insister sur le fait qu'un système éducatif n'a de bons enseignants que s'il se donne les moyens de leur formation initiale et continue, s'il valorise leur travail, s'il les traite comme des professionnels compétents (ceci nécessite une évolution du rôle de l'inspection), s'il les soutient dans leurs engagements et innovations, s'il leur garantit des conditions matérielles et humaines de travail convenables. Toutes les comparaisons avec les systèmes considérés comme performants le montrent.
Enfin, les recherches aujourd'hui montrent que l'image classique du bon enseignant a des limites évidentes et que le travail collaboratif est à encourager. Ceci suppose que les enseignants disposent de conditions de travail (horaires, locaux…) qui permettent et soutiennent ce travail collectif et qu'il soit valorisé.

Annexe 2 : d'autres questions

-La **qualité des manuels** : la liberté de l'éditeur est totale, mais les manuels ne sont pas évalués et leur qualité est très inégale. Par comparaison, l'usage à Singapour est inverse, la méthode et le manuel sont imposés. De plus, les manuels sont accompagnés de livres du maître très substantiels qui constituent de vraies ressources didactiques, ce qui n'est que très rarement le cas en France. Le développement d'un manuel élève accompagné d'une clé usb, dans laquelle tout est proposé clé en main à l'enseignant, est problématique pour les enseignants qui ne sont pas bien formés. La facilité d'utilisation ne les encourage pas à s'approprier les contenus.
Il ne faut pas oublier l'aspect important de la présence fréquente de stéréotypes de sexe dans les manuels, un élément (parmi d'autres) qui influe sur la faible vocation des filles pour les mathématiques (citons aussi, à nouveau, le manque de goût des PE pour les mathématiques).

-Le **cloisonnement** entre disciplines, qui s'est renforcé ces dernières années : en ce qui concerne les disciplines scientifiques, avec l'évolution des programmes de physique-chimie au lycée. Les mathématiques ayant perdu un terrain d'application, les élèves ont moins l'occasion de « parler le langage mathématique », il s'agit d'une cause sans doute sous-estimée de la perte d'efficacité pédagogique qui joue un rôle important dans la baisse constatée dans les évaluations internationales. Mais aussi entre les mathématiques et les disciplines littéraires, de par la formation scientifique insuffisante dans la filière littéraire en lycée général et technologique, et le choix de mentions de licence (essentiellement mono-disciplinaires). L'introduction intéressante des EPI au collège n'apporte pas les bénéfices escomptés car elle n'a pas été accompagnée d'une formation des enseignants. Un groupe interdisciplinaire auquel la CFEM participe propose une réflexion essentielle à une meilleure articulation des programmes de lycée, pour la formation scientifique de tout lycéen et aussi pour celle des futurs scientifiques.

-L'**évaluation des réformes**, de la politique publique en matière d'éducation scientifique, le suivi des rapports. Ce sujet est partiellement abordé dans notre question 1 ci-dessus, le sentiment général est que les rapports s'empilent, tirent des conclusions qui sont rarement suivies d'effet, que les réformes sont plus des décisions politiques, prises sous la pression de groupes partisans, que des nécessités (pédagogiques, structurelles, etc.). Un contre-exemple récent est lié à l'introduction de l'informatique dans l'enseignement primaire et secondaire. L'aboutissement du projet a été le fruit d'un lobbying utile et efficace, s'appuyant sur des rapports (par exemple un rapport de l'Académie des sciences) faisant appel eux-mêmes à des expertises

reconnues.
Un autre (contre ?) exemple concerne la **Stratégie Mathématiques**, lancée par le ministère il y a trois ans, fin 2014, et qui a associé la CFEM. Elle n'a peut être pas eu des effets suffisamment rapides même si certains points ont avancé (le portail Eduscol Mathématiques, une convention signée entre la DGESCO et l'ADIREM pour étendre les moyens à des groupes interdisciplinaires, enfin, concernant la mesure 8, la mise en place d'un groupe de travail de la DGESCO avec l'IGEN et l'association femmes & mathématiques), et si les réunions du comité de suivi ont permis de faire partager le constat de l'insuffisance de la formation initiale et continue des professeurs des écoles en mathématiques. Ce constat a conduit à la programmation par la DGESCO de 9h de FC obligatoire en mathématiques (dont une partie en présentiel) pour les PE de cycle 3, c'est un premier pas qu'il faut absolument renforcer. Pour la formation initiale par contre, la DGESIP n'avait encore proposé aucune piste à la dernière réunion.

-La **formation pédagogique dans l'enseignement supérieur**, celle des doctorants-moniteurs, mais aussi des enseignants-chercheurs, donc des enseignants du supérieur. L'introduction récente du caractère obligatoire de cette formation peut être l'occasion de renforcer le rôle des IREM, de proposer des formations à certains outils d'innovation pédagogique (on peut penser à des formations Wims), etc.
L'articulation entre innovation pédagogique et enseignement disciplinaire semble insuffisante. Il nous semble que la première se développe de façon autonome, sans lien établi avec l'enseignement disciplinaire, on compte principalement sur la bonne volonté des enseignants-chercheurs pour se former (voir les JIPES2017). L'accompagnement pédagogique de ceux-ci pourrait être encouragé par les institutions.

-La **demande de la société**/industrie/décideurs quant à la formation en mathématiques. Cette question va sans doute être posée lors de l'audition d'autres structures. La communauté enseignante aurait besoin de participer à ces échanges.

Chapter 2

Femmes et mathéamtiques

• Pourquoi si peu de filles dans les filières mathématiques (hors PACES) ?

Les causes sont multiples et de plusieurs ordres.
L'accès des femmes à l'éducation est récent, celui aux études scientifiques encore plus. Les rares femmes ayant produit de la science ont bravé les interdits et sont peu connues et reconnues, donc absentes de la mémoire collective. Cette invisibilité entraine une absence de modèles auxquels les filles pourraient s'identifier.

> ➦ *actions : diffuser des modèles scientifiques positifs pour les filles ; introduire une formation à l'histoire des mathématiques valorisant la place et les travaux des mathématiciennes pour tou·te·s les enseignant·e·s du primaire et du secondaire.*

Culturellement, les mathématiques ne correspondraient pas à la « nature féminine ». Il est considéré comme « normal » qu'une fille fasse des études de médecine, mais celle qui veut se lancer dans des études de mathématiques reçoit des signaux de surprise, de doute, voire de réprobation.

Les études de médecine figurent parmi les plus sélectives, ce qui montre bien que les filles qui y sont majoritaires n'ont pas peur de la sélection, de la difficulté, de l'échec, lorsqu'elles se sentent à leur place.

> ➦ *action : lutter contre les stéréotypes qui cantonnent les filles dans les fonctions liées au soin ou aux services et inciter à un meilleur partage du travail familial et domestique.*

L'école n'échappe pas aux stéréotypes, dont ceux concernant les mathématiques, auxquels s'ajoutent les stéréotypes de sexe, en particulier sur les femmes et les mathématiques : les femmes étant considérées comme inaptes à faire des mathématiques « par nature ».

> ➦ *actions : lutter contre toutes les formes de sexisme et contre les stéréotypes liés aux mathématiques ; s'assurer que tous les outils et documents produits par l'éducation nationale sont exempts de sexisme ; signifier aux éditeurs de manuels scolaires qu'ils ont le devoir d'équilibrer les contenus, illustrations, exemples, énoncés d'exercices, etc. dans les ouvrages qu'ils publient.*

L'école s'adresse généralement aux élèves au « masculin neutre » qui ignore les filles. On y enseigne dès le plus âge que « le masculin l'emporte sur le féminin ». Cette règle, imposée par les académiciens des 17e et 18e siècles, contribue à affirmer la supériorité des hommes sur les femmes.

> ➦ *action : utiliser un langage s'adressant aussi bien aux unes qu'aux autres, y compris l'écriture inclusive.*

Différentes études montrent que :

- Du primaire au supérieur, les enseignant·e·s valorisent le calme et l'application des filles et l'opposent à l'agitation mais aussi à une plus grande créativité des garçons. Elles et ils pensent que les garçons « peuvent mieux faire » alors que les filles « font tout ce qu'elles peuvent ». Ceci conduit à attribuer la réussite des filles à leur travail et celle des garçons à leurs capacités. En cas d'échec, elles concluent qu'elles sont définitivement incompétentes, et les garçons qu'il leur suffirait de travailler un peu plus.
- La croyance des enseignant·e·s en la supériorité des garçons en mathématiques et des filles en français est décelée dès le primaire alors que les différences de performance sont inexistantes. Les attentes qui en découlent fonctionnent comme des « prophéties auto-réalisatrices ».
- Dès la quatrième, les filles ont de moins en moins confiance en elles et les garçons, à niveau égal, se jugent plus doués que les filles. Quand ils se jugent très bons, les garçons s'orientent davantage en série S que les filles se jugeant très bonnes. Le processus « d'auto-sélection » des filles — qu'il faudrait appeler (auto-)sélection sociale — les conduit à peu choisir les séries scientifiques et techniques.
- Dans le cours de mathématiques, l'enseignant·e a tendance à s'adresser davantage aux garçons qu'aux filles et à ne pas avoir les mêmes attentes. Les contenus d'exercices et les situations présentées sont souvent plus proches des intérêts des garçons. Elles peuvent en déduire qu'elles sont moins importantes.
- Pour des élèves de niveau moyen en seconde, les enseignant·e·s préconisent un passage en première S beaucoup plus facilement pour les garçons que pour les filles.

La formation initiale et continue des professeur·e·s du primaire et du secondaire doit comporter une part importante sur la thématique de l'égalité filles garçons. Ce qui n'est pas le cas aujourd'hui malgré les textes officiels. (cf : rapports du HCE f/h et de l'ARGEF sur les enseignements à l'égalité femmes-hommes dans les ESPE).

➦ *actions : introduire une formation systématique et évaluée pour les enseignantes et les enseignants à l'analyse des rapports sociaux de sexe et à la construction des identités genrées ; les former aux stéréotypes à l'œuvre à l'école et à leur spécificité en mathématiques, ainsi qu'à la menace du stéréotype ; intégrer l'égalité filles garçons aux épreuves des concours de façon systématique ; sensibiliser les parents à la nécessité de valoriser le travail et les compétences des filles.*

L'orientation intervient principalement au cours de l'adolescence, période de grand bouleversement chez les jeunes en pleine construction de leur identité. Dès les premiers choix d'option, des différences apparaissent : sont-elles le résultat de la volonté personnelle des élèves, de la pression de la famille, de celle des enseignant·e·s ou de leur imprégnation par les stéréotypes? Au lycée général et technologique, depuis une dizaine d'années, la proportion de filles en série S stagne autour de 46%. A l'entrée dans le supérieur, les filles ne représentent que 29% des étudiants en CPGE et 25% en sciences fondamentales et applications à l'université.

➦ *action : former l'ensemble des personnels de l'éducation à l'égalité filles-garçons, et tout particulièrement les conseillèr·e·s d'éducation, CPE, chef·fe·s d'établissement, qui ont une lourde responsabilité sur l'orientation des élèves.*

80% des professeur·e·s des écoles sont des femmes qui majoritairement n'ont pas fait d'études scientifiques, voire n'ont plus étudié les mathématiques depuis la classe de Seconde (en série L), et bien souvent rejetaient cette matière. La formation initiale doit donc comporter une étape de « déblocage » pour surmonter ce vécu difficile, puis une mise à niveau afin de parvenir à une maitrise correcte des connaissances permettant une transmission de qualité et sans angoisse.

➦ *actions : mieux former les professeur·e·s des écoles en mathématiques ; introduire des parcours « Professorat des écoles » dans les licences de lettres ou de sciences humaines, comportant plusieurs modules de remédiation et de formation en mathématiques.*

Entre 2003 et 2013, le nombre d'étudiantes en L3 de mathématiques a baissé d'environ 30%, tandis que le nombre d'étudiants est resté stable.

La proportion de femmes lauréates du Capes de mathématiques est passée de plus de 50 % avant 2013 à 40 % à partir de 2014. La proportion de femmes lauréates de l'agrégation de mathématiques chute également de manière notable, passant de 40 % en 2003 à 21-23 % à partir de 2014. La diminution du nombre global de professeur·e·s de mathématiques repose sans doute surtout sur une diminution du nombre d'étudiantes en L3 mathématiques.

Si peu de femmes étudient et enseignent les mathématiques, elles seront encore moins nombreuses pour devenir des modèles.

➦ *actions : favoriser le pré-recrutement des enseignants et des enseignantes ; améliorer les conditions de travail dans les écoles et les collèges.*

L'école joue un rôle fondamental dans la reproduction des inégalités. L'accès aux postes de pouvoir passe le plus souvent par les grandes écoles (scientifiques), auxquelles les femmes ont peu accès.

➦ *actions : étudier de manière approfondie les différents concours d'entrée dans les grandes écoles ; favoriser les expérimentations visant à modifier les modalités des concours.*

L'enseignement supérieur porte également sa part de responsabilité. La disparition progressive des femmes professeures crée un contexte peu favorable à l'arrivée de jeunes femmes dans l'enseignement supérieur et la recherche. Le plafond de verre semble bien infranchissable. Les modèles féminins, déjà trop peu nombreux, se raréfient. Les jeunes femmes hésitent à se lancer dans une thèse peu porteuse d'avenir professionnel.

➦ *actions : demander à chaque laboratoire, à chaque université, de renseigner annuellement un indicateur de parité en mathématiques ; demander à la DGRH du MESRI de vérifier si les règles de parité minimale sont bien respectées dans chaque comité de sélection ; abroger (ou ne pas renouveler) le décret 2017-1606 du 24 novembre 2017 fixant des dispositions dérogatoires pour les comités de sélection.*

• Les filles et l'informatique.

Avant l'arrivée du micro-ordinateur, les femmes étaient nombreuses, de la programmeuse à l'ingénieure et à la chercheuse, dans le domaine de l'informatique qui était alors une discipline nouvelle et peu reconnue. La représentation de cette discipline s'est modifiée complètement (image du « geek »), les garçons s'emparent de l'ordinateur à la maison, constituent des groupes dont les filles sont exclues.

➦ *actions : diffuser des modèles scientifiques positifs pour les filles ; sensibiliser les enseignant·e·s à l'effet négatif de l'image du geek sur la plupart des filles.*

Les femmes ne représentent que 20% des effectifs des ingénieurs en informatique, selon un rapport de la Dares de novembre 2013. Le nombre d'hommes diplômés d'informatique ou STIC dans les écoles d'ingénieurs ne cesse d'augmenter, alors que celui des femmes stagne depuis 1985, elles ne constituent que 11% des diplômés, après un pic de 20 % en 1983.

Des tentatives pour développer l'informatique à l'école ont commencé dès 1985 avec le plan « Informatique pour tous ». Hélas, l'arrivée des ordinateurs dans les établissements ne s'est pas accompagnée d'une formation approfondie des enseignant·e·s, le matériel est devenu obsolète et l'informatique n'est pas parvenue à s'ancrer dans l'enseignement.

A partir de la rentrée 2012, la spécialité informatique (ISN) a été proposée aux élèves de terminale S au même titre que les trois autres spécialités (mathématiques, physique-chimie et SVT). 4 % des filles de TS choisissent cette spécialité à la rentrée 2015 ! En 2016, l'Education nationale a inscrit aux programmes de l'école et du collège une initiation à l'informatique, mais les enseignantes et enseignants ont-ils été formés à la fois à cette nouvelle discipline et à la prise en compte de la place des filles et des garçons face à ces notions ?

➦ *actions : sensibiliser les enseignant·e·s et les conseillèr·e·s d'éducation à cette question d'orientation et faire savoir aux filles que même sans connaissances préalables en informatique, elles sont tout à fait capables de suivre cet enseignement.*

• Le stress du temps fini (devoirs, examens, concours).

Le thème du stress lié au temps fini pendant une épreuve de mathématiques n'a pas été étudié en tant que tel par notre association.

➦ *actions : étudier de manière approfondie les différents concours d'entrée dans les grandes écoles ; favoriser les expérimentations visant à modifier les modalités des concours.*

Les résultats de l'enquête PISA 2012 portant sur l'anxiété des élèves de 15 ans vis-à-vis des mathématiques en général, montrent que les filles sont globalement plus anxieuses que les garçons, mais aussi l'inverse dans certains pays et avec des variations importantes selon les pays (la France n'étant pas la mieux placée).

Notre réflexion porte sur un aspect plus spécifique appelé « menace du stéréotype » en psychologie sociale.

A la fin des années 1990, aux Etats-Unis, des chercheurs (Steele et al.) en psychologie sociale ont réalisé une expérience sur les performances des étudiant·e·s en mathématiques.

Ils ont sélectionné des étudiant·e·s de deuxième année qui avaient de bons résultats en mathématiques, et leur ont proposé un test trop difficile pour eux mais comportant certaines questions abordables. Les garçons ont beaucoup mieux réussi que les filles.

Selon leur hypothèse, cette différence n'aurait rien à voir avec une infériorité « naturelle » des filles par rapport aux garçons en mathématiques. Quand tout se passe bien, qu'elles ne rencontrent aucune difficulté, les filles réussissent comme leurs homologues masculins. Mais confrontées aux premières difficultés lors du test, elles les interprètent comme une confirmation du stéréotype « les filles sont moins bonnes en mathématiques que les garçons ». Elles l'intériorisent, ce qui augmente leur anxiété par rapport aux mathématiques et elles perdent leurs moyens. Les garçons, confrontés aux mêmes difficultés, ne se sentent pas menacés et passent à la question suivante.

Pour tester cette hypothèse, les chercheurs ont pris un nouveau groupe d'étudiant·e·s, et leur ont proposé le même test difficile, en les prévenant : « Contrairement à ce que vous avez pu entendre dire, les filles réussissent ce test aussi bien que les garçons ».

La différence entre les filles et les garçons a alors disparu complètement. C'est donc bien l'angoisse du stéréotype qui empêchait les filles de réussir à leur mesure.

Différentes équipes françaises travaillent sur la menace du stéréotype. Leurs conclusions, comme celles de Steele aux États-Unis, remettent en question l'idée d'un déterminisme biologique qui empêcherait les femmes de réussir dans les matières scientifiques.

➦ *actions : former, de manière systématique, obligatoire et évaluée, les enseignant·e·s et les conseillèr·e·s d'éducation à la « menace du stéréotype ».*

• Faut-il faire des actions mathématiques spécifiques pour les filles ?

On a longtemps pensé que la mixité suffirait à réaliser l'égalité des sexes à l'école. Il suffit de regarder les choix d'orientation différenciés des filles et des garçons pour comprendre que ce n'est pas aussi simple.
Certaines études ont montré le renforcement des stéréotypes de sexe dans les groupes mixtes, avec pour effet la diminution des performances scolaires, des garçons dans les matières dites « féminines » et des filles dans les matières dites « masculines », ainsi que, pour ces dernières, une détérioration de l'estime de soi. Une autre étude met en évidence le fait que les résultats des garçons sont d'autant meilleurs que le pourcentage de filles dans l'école est élevé. L'enquête CEDRE 2014 sur le niveau atteint en mathématiques en fin de troisième montre que l'anxiété des élèves est fortement liée à la crainte de mauvaises notes (78%) alors qu'ils ont une image positive de la discipline. D'autre part l'écart de performance entre filles et garçons se réduit par rapport à l'enquête de 2008 et les filles réussissent aussi bien que les garçons les items ouverts mais moins bien les QCM. La nature des épreuves a certainement une influence sur les résultats des élèves.

La mixité à l'école nous semble un acquis important et récent (loi Haby juillet 1975) qu'il peut paraître étonnant, voire rétrograde, que *femmes et mathématiques* préconise des actions mathématiques spécifiques pour les filles. Il n'est nullement question de prôner un retour à des classes non mixtes. La mixité est nécessaire pour progresser vers l'égalité mais elle n'est pas suffisante et doit être accompagnée.

A travers les actions qu'elle organise en direction des filles uniquement, l'association a simplement pour but de manifester aux filles un intérêt spécifique pendant un temps limité, de leur permettre de faire des mathématiques avec plus de confiance en elles, de leur accorder un temps de liberté pour réfléchir sereinement à leur avenir et de parler librement.

- Une journée « Filles et maths : une équation lumineuse » s'adresse à une centaine de collégiennes, lycéennes ou étudiantes. Près de 70 journées ont été réalisées depuis 2009, pour la plupart dans des universités.
- Un « Rendez-vous des jeunes mathématiciennes » regroupe environ 25 lycéennes de première ou terminale S très motivées pendant un week-end autour d'étudiantes et de chercheuses.
- Le « Forum des jeunes mathématicien·ne·s » a lieu chaque année, il a pour but de rendre plus visibles des doctorantes et post-doctorantes et de les encourager à avoir confiance en elles et à se sentir chez elles dans la communauté mathématique.

L'association est actuellement impliquée dans le groupe de travail IGEN – DGESCO – Académies de Paris et Créteil intitulé « Vers un enseignement sans stéréotypes de genre » afin de mettre en œuvre la Mesure 8 de la « stratégie mathématiques ». L'objectif est la réalisation d'une ressource pédagogique consacrée à l'effet des stéréotypes de sexe dans le cadre de l'enseignement des mathématiques. Ce document aura pour ambition de faire évoluer les pratiques de classe en fournissant des outils aux enseignant·e·s pour les aider à la fois à affiner leurs observations sur les stéréotypes et leur action, et leur proposer des exemples concrets de travaux possibles avec les élèves.

Actuellement, des actions spécifiques pour les filles nous semblent nécessaires. Elles pourraient être remplacées par des actions mixtes si le contexte était plus favorable, si les enseignant·e·s étaient mieux préparé·e·s.
Ainsi filles et garçons pourraient profiter pleinement et de la même façon de leur scolarité, de la maternelle au supérieur.

Chapter 3

SFdS

Note SFdS audition du 22/11/17

L'importance d'un enseignement de la statistique et des probabilités solide dans le secondaire tient, de notre point de vue, essentiellement à deux aspects : **économique** et **citoyen**.

D'un point de vue économique

La demande de compétences dans le domaine de la science des données se fait de plus en plus pressante, comme en témoignent le nombre toujours plus important de recrutements de « data scientists » capables de faire émerger de l'information et de la faire partager au travers de techniques de visualisation. Ces métiers nouveaux demandent **des compétences solides en statistique et probabilités** (analyse des données, statistique inférentielle, théorie de la décision), en mathématiques générales (outils de modélisation, optimisation) et en informatique. **Ces compétences ne s'acquièrent que sur le long terme et des contenus correspondants doivent s'enseigner dès le collège.**

D'un point de vue citoyen

La statistique et les probabilités apportent des outils essentiels à la construction du jugement critique, particulièrement nécessaires à l'exercice d'une citoyenneté active dans la société du chiffre :

- notions fondamentales de proportion, de pourcentage, de probabilité ;
- sens des indicateurs statistiques de position (moyenne, médiane), de dispersion (étendue, quartiles, quantiles, écart-type) et des représentations graphiques courantes (diagrammes en barres, circulaires, cartésiens, histogrammes…) ;
- hasard et prédictibilité ;
- sensibilisation à différents biais liés à la psychologie humaine (biais d'équiprobabilité, absence de mémoire, statistique des petits nombres, importance de la taille de l'échantillon sur la variabilité…) ;
- notion de modèle, notamment probabiliste ;
- notion de différence significative, prise de décision en environnement aléatoire, notion d'intervalle de confiance, cas des sondages ;
- corrélation et causalité ;
- probabilités conditionnelles et rudiments de raisonnement bayésien ;
- …

Pour atteindre ce double objectif, il nous semble essentiel de s'appuyer sur deux leviers :
- l'interdisciplinarité au collège ;
- le traitement de données en grande quantité, voire massives, au lycée.

L'interdisciplinarité au collège est le terrain idéal où mettre en situation l'intérêt de l'analyse statistique, favorisant la construction des concepts au-delà de la particularité des contextes. La démarche de projet développe la coopération et la prise d'initiative et joue un rôle important dans la motivation des élèves.

Exemple : travail interdisciplinaire (EPI) sur les crues dans le Sud Seine-et-Marne.

Le développement de l'algorithmique et de la programmation au lycée permet, par le langage Python et la bibliothèque Pandas, l'accès à des données en très grande quantité et à leur analyse statistique. L'accès aux données est facilité par le phénomène open data.

Exemples : fichier INSEE des prénoms à la naissance (plus de 3 millions de lignes, une dizaine de variables) ; fichier des données de location Airbnb, environ 60 000 lignes et une dizaine de variables pour Paris, possibilité de comparer avec Londres, New-York etc.
On a là un vaste terrain d'investigation, de data visualisation, la possibilité de prélever des échantillons aléatoires dans les jeux de données, d'élaborer et de tester des modèles, d'effectuer des analyses croisées des variables.
On peut envisager une exploration des données par équipes sous forme de « challenge ». Cette forme ludique de l'activité mathématique et le contexte motivant des données favorisent l'investissement des élèves.

Chapter 4

SMAI

Points de réflexion proposés à la SMAI pour l'entretien du 23 novembre 2017 avec la Commission Mathématiques

1. La place du calcul dans l'enseignement et la didactique
2. La pédagogie de la modélisation
3. la préparation à l'enseignement supérieur
4. Les paliers pour l'acquisition du calcul (primaire-collège-lycée)

Les points de réflexion proposés sont tous intéressants, certains nous ont particulièrement interpellés et nous allons essayer de donner l'état de nos réflexions. D'autres nous apparaissent comme le point de départ d'une réflexion qu'il serait intéressant de mener au sein de notre association.

2. La modélisation est une étape possible dans l'activité mathématique, elle y a sa place au même titre que le raisonnement, l'argumentation, la conjecture, la preuve… C'est souvent une étape nécessaire pour toute activité mathématique issue d'une situation du monde réel. Enseigner des mathématiques en lien avec la modélisation correspond aussi à l'approche historique des mathématiques : créer les outils ou aller chercher les outils qui permettent de résoudre le problème. A ce titre il nous semble qu'elle a sa place dans l'enseignement et que la pédagogie de la modélisation devrait être développée.
Dans les programmes du secondaire, elle apparaît au cycle 4 avec le calcul littéral mais aussi avec les fonctions, les statistiques et les probabilités, au lycée plusieurs notions se prêtent facilement à cette approche : les suites, les statistiques, les probabilités, les fonctions logarithme ou exponentielle…Les équations différentielles (mais elles ne sont pratiquement plus enseignées dans le secondaire) permettaient aussi de faire de la modélisation. Avec les suites et les équations différentielles on pouvait introduire différentes modélisations pour un même problème : une modélisation par un problème discret ou par un problème continu. Ce qui est important dans l'enseignement de la modélisation c'est un processus qui doit être pensé comme un aller et retour entre le problème de départ et ce que les mathématiques permettent de comprendre du modèle avec une remise en cause éventuelle de la modélisation, c'est à dire que le modèle sert à aller chercher les mathématiques qui elles-mêmes donnent des informations sur le modèle qu'on ne connaissait pas ou qui limitent le problème d'origine.
Les outils de calculs numériques enseignés dans le secondaire (tableur, logiciels de programmations..) permettent de simuler les problèmes modélisés et de confronter les résultats avec la réalité.
Cela permet de travailler des étapes de raisonnements importantes : simulation, erreur, conjecture preuve.
La démarche de modélisation est une partie de la démarche expérimentale, elle doit faire partie de l'enseignement par problèmes. Cet enseignement doit se faire en lien avec d'autres sciences pour montrer l'importance des mathématiques appliquées, des problèmes simples peuvent être proposés au collège et surtout au lycée dans le cadre de projets interdisciplinaires (EPI ou TPE). Trop peu de lycées proposent des TPE avec de la modélisation en maths.
Une formation continue des enseignants du second degré sur la modélisation est nécessaire.

1.et 4. Nous exprimer sur les différents paliers d'acquisition du calcul nous demande au préalable un travail de fond qu'il serait intéressant de mener à plus long terme dans notre association, au sein de laquelle les experts de la didactique du calcul, en particulier dans l'enseignement primaire, ne sont pas nombreux.

Cependant, certains interviennent en Master MEEF et ce que nous constatons à l'entrée à l'université, et aussi (particulièrement) en formation des professeurs en master MEEF Mathématiques, c'est que la notion de valeur approchée n'est pas comprise ni maîtrisée. Dans les manuels scolaires on trouve la question « donner une valeur approchée de » et si c'est le périmètre d'un cercle de rayon 1 et que je réponds 3, on me répond c'est faux ! Le travail sur la compréhension des valeurs approchées et de la précision demandée est encore à faire …
Les notions de calcul approché sont aussi à travailler avec l'introduction de l'informatique et la représentation des réels : en langage Python, tapez 0.2*3 Python renvoie 0.6000000000000001 et tapez 0.3*2 il renvoie 0.6 ; et avec d'autres logiciels de calcul numérique, on trouve 0.6 ou 0.6000000000 ! Que va expliquer le professeur à ses élèves de seconde ?
Dans les paliers d'acquisition du calcul, il nous semble important de ne pas oublier les différents points d'acquisition du calcul approché et cela en particulier au lycée, en lien avec l'algorithmique et la programmation. Là aussi, une vraie formation des enseignants est nécessaire.
3. Pour la préparation à l'enseignement supérieur : il nous semble qu'il y a plusieurs aspects à prendre en compte :
- bien former les lycéens pour, d'une part, qu'ils ne soient pas surpris des méandres intellectuels que nécessite l'utilisation des mathématiques dans d'autres disciplines, et d'autre part les préparer à la formalisation du langage mathématique : formation disciplinaire et méthodologique.
- bien informer les lycéens sur l'importance des mathématiques dans de nombreux métiers et sur les différents métiers en interaction avec les mathématiques.
- ne pas cantonner les TPE en mathématiques à quelques lycées privilégiés et inciter les collègues à utiliser les problèmes de modélisation pour les proposer, y compris dans des filières non scientifiques (les statistiques et l'informatique peuvent tout à fait être des leviers pour y arriver).
- bien former tout au long de leur carrière les enseignants du secondaire pour les connecter à la réalité des problématiques et, par leur interaction avec des questions concrètes, certains thèmes qui relèvent de ce qu'on appelle habituellement les mathématiques appliquées sont un très bon support.
- Ne pas isoler les mathématiques du contexte apporté par les autres disciplines (informatique à minima), y compris littéraires, pour que la culture du raisonnement mathématique comme élément de réflexion logique et de vérité n'apparaisse pas comme une lubie disciplinaire (cf l'article du Monde du 18/2/2009 de Wendelin Werner)
Un groupe de travail interdisciplinaire auquel participent plusieurs sociétés savantes et associations[1] conduit depuis plusieurs années une réflexion de fond sur l'enseignement des sciences en filière S et est force de proposition pour les programmes du lycée. Sur la base de ces travaux, l'académie des Sciences a publié : http://www.academie-sciences.fr/fr/Rapports-ouvrages-avis-et-recommandations-de-l-Academie/restructurer-enseignement-physique-chimie-mathematiques.html
La SFdS, la SIF, la SMAI, et la SMF, ont constitué un groupe réfléchissant à un programme de mathématiques liées à l'informatique au sein du programme de mathématiques du lycée : http://smai.emath.fr/IMG/pdf/2016-10-maths-info-lycee.pdf

Enfin, nous l'avons déjà évoqué, mais nous souhaitons insister sur :
- l'importance de la formation initiale et continue des professeurs de mathématiques, en mathématiques et aussi en informatique, dans les champs disciplinaires, pédagogiques et didactiques
- l'importance de la formation initiale des professeurs des écoles en mathématiques et en sciences, ce qui suppose de proposer des licences pluridisciplinaires bien conçues, ou tout au moins des licences disciplinaires avec majeure / mineure, dont les contenus assurent une formation suffisamment consistante dans les disciplines scientifiques (mathématiques) et littéraires, nécessaires pour enseigner comme Professeur des écoles.

[1] ADIREM, ADRM, APMEP, CFEM, CORFEM, SIF, SFDS, SFP, SMAI, SMF, UdPPC, UPS

- l’importance de la formation continue des professeurs des écoles en mathématiques : dans le champ disciplinaire mais aussi didactique et pédagogique. Il faut que cette formation soit faite par des universitaires (IREM) et pas uniquement par des professionnels du terrain

Sur la formation des enseignants, la SMF et a SMAI ont au cours de l’année 2016-2017 réuni les enseignants en mathématiques qui interviennent dans les masters MEEF et rédigé des textes :

- pour le premier degré :
  http://smai.emath.fr/IMG/pdf/cr_reunion_premier_degre_vf.pdf
- pour le second degré :
  http://smai.emath.fr/spip/IMG/pdf/2017-02-03.reunion_meef.pdf

Chapter 5

SMF

Texte préparatoire de la SMF pour la mission mathématique

- **La place du calcul dans l'enseignement et la didactique et les paliers pour l'acquisition du calcul (primaire-collège-lycée)**

S'il semble nécessaire de commencer tôt à calculer et de développer cette compétence tout au long de la scolarité il faut, pour préciser, se demander ce qu'on entend par calcul :

- le calcul mathématique hors contexte (calcul mental), application d'un algorithme technique ;
- la modélisation : une situation est décrite, il faut reconnaître les mathématiques dans l'habillage concret, identifier le type de problème (additif, multiplicatif, proportionnalité…), identifier une opération qui convient, et la mettre en œuvre ;
- la manipulation, qui donne du sens aux opérations.

Le calcul comme outil de modélisation doit être mis en œuvre le plus tôt possible. On peut faire résoudre dès la maternelle, par des manipulations, des problèmes qui servent à préparer les calculs. Le calcul technique, lui, ne doit pas être introduit trop tôt car il doit être préparé. Par exemple, la division euclidienne nécessite une bonne maîtrise de la multiplication et de la notion de multiple. C'est ce qui permettra de donner un sens au calcul. Plus tard au collège, pour introduire des lettres et faire du calcul algébrique, les élèves devront être à l'aise avec les calculs qu'ils font sur les nombres.

La pratique intellectuelle du calcul (au sens technique) est formatrice.

Prenons garde au caractère réducteur que peut prendre le calcul par rapport à l'enseignement des nombres. Il existe des travaux didactiques sur la place et le rôle du nombre dans les apprentissages (Brousseau). Il est également essentiel de mettre les nombres en perspective avec les grandeurs (Vergnaud). Les résultats des travaux de Brousseau et Vergnaud sont diffusés via le réseau des IREM par la COPIRELEM (école primaire) et la CORFEM (enseignement secondaire). Enfin, il ne faut pas négliger les apports d'autres concepts, par exemple la géométrie.

Ici, l'outil numérique jouera un rôle fondamental dans l'apprentissage. Un exemple d'innovation pédagogique existant dans un pays voisin est la distribution aux enfants sur un support simple (une clé USB par exemple) d'un logiciel qui permet de s'entraîner au calcul. Le logiciel est conçu pour que les utilisateurs, en franchissant des paliers successifs, acquièrent des prérequis définis à l'avance. Le même logiciel est utilisé en cours pour que les enseignants puissent accompagner tous les élèves au fil des paliers, et vérifier qu'ils les ont effectivement franchis. Le logiciel WIMS est aussi un outil intéressant : il est déjà utilisé dans l'enseignement supérieur, et il existe des ressources WIMS de niveau école, collège ou lycée. **Quel que soit l'outil, des objectifs chiffrés (temps passé en classe, paliers de réussite,…) sont indispensables pour la réussite du projet.**

- **La place du jeu et de la recherche dans l'enseignement des mathématiques**

Les mathématiques sont une activité. Le jeu permet d'y entrer mais pour qu'il serve à apprendre quelque chose, il doit être inscrit dans une situation didactique. Réfléchir à la façon dont le jeu va permettre de faire des mathématiques est un travail qui demande du temps, des expérimentations… c'est un travail de chercheur. Les mêmes considérations valent pour les activités de recherche. Il existe de bons dispositifs qui permettent de faire travailler les élèves sur des processus de recherche, éventuellement à travers un jeu : ateliers Math.en.jeans ou Maths à modeler, stages Hippocampe, etc. Mais ces dispositifs manquent de moyens humains et matériels.

Référence : Nicolas Pelay « Jeu et apprentissages mathématiques : élaboration du concept de contrat didactique et ludique en contexte d'animation scientifique».[1]

- **La préparation à l'enseignement supérieur**

La filière S du lycée ne prépare pas les élèves à des études scientifiques : arrivés à l'université, ils manquent de rigueur et d'autonomie, ont du mal à comprendre ce qu'est qu'une preuve et pourquoi c'est essentiel à l'activité mathématique, ils manquent de méthodologie et ne maîtrisent pas les différents types de raisonnement.

Les mathématiques permettent de résoudre des problèmes, en particulier des problèmes qui se posent dans d'autres disciplines. Or au lycée, les mathématiques sont isolées des autres disciplines.

[1] https://halshs.archives-ouvertes.fr/tel-00665076

Les programmes essaient d'encourager les liaisons mais ce n'est pas effectif. En physique, par exemple, le programme est très descriptif et peu formalisé, ce qui ne permet pas d'étudier les sujets avec suffisamment de détail pour faire intervenir les mathématiques. À cause de cela, les lycéens peuvent se désintéresser des mathématiques. Plus grave encore, ils développent une conception erronée de ce que sont les sciences, ce qui entraîne des échecs à l'entrée dans les études supérieures.

Des groupes de travail dans lesquels la SMF est impliquée ont réfléchi à ces problèmes :

Un groupe de travail interdisciplinaire auquel participent plusieurs sociétés savantes et associations[2] conduit depuis plusieurs années une réflexion de fond et est force de proposition pour les programmes du lycée. Sur la base de leur travaux, l'Académie des sciences a publié un texte[3].

La SFdS, la SIF, la SMAI, et la SMF, ont constitué un groupe pour réfléchir à un programme de mathématiques liées à l'informatique au sein de mathématiques du lycée : voir leurs propositions[4].

Il faudrait réduire ce hiatus et, en attendant, encourager les tests de positionnement avec année de préparation aux études scientifiques. Voir le texte de la SMF sur les pré-requis[5].

- **Un point crucial : la formation des enseignants.**

Tous les points précédents et les éléments de réflexion que nous proposons nous mènent au constat suivant : tout d'abord, une réflexion a été, est ou doit être menée ; ensuite, des expérimentations, retours d'expérience, diffusion des résultats doivent s'enchaîner. Les recherches en didactique très active, peuvent accompagner ce processus. **Mais le véritable problème est de faire arriver dans les classes les solutions proposées.** Les chercheurs en didactique développent une littérature dite « d'interface », où ils s'efforcent de mettre à la disposition des enseignants des premier et second degrés les résultats de leur recherche. Encore faut-il que les enseignants s'en emparent, et pour cela, il faut les accompagner. **La question centrale est donc la formation des enseignants : formation initiale (dans les masters MEEF) et continue, dans le premier degré, comme dans le second.**

Formation initiale : formés dans des masters, les futurs enseignants doivent être initiés à la recherche, afin de réaliser qu'ils peuvent trouver dans la littérature d'interface des réponses à leurs interrogations professionnelles. Or les étudiants-fonctionnaires stagiaires sont surchargés de travail : un mi-temps d'enseignement représente un travail très lourd pour un débutant ; cette difficulté est aggravée, pour nombre d'entre eux, par un très faible niveau de mathématique. Ils n'ont donc ni le temps ni la sérénité pour réfléchir. Saturés de stress et de travail, ils sont demandeurs de solutions pragmatiques à leurs problèmes immédiats et ont tendance à rejeter les enseignements didactiques. L'assurance d'une formation continue de qualité au-delà du master permettrait de détendre la formation initiale.

Formation continue :

- Pour le moment, elle est limitée en termes de volume horaire, difficile d'accès faute de remplaçants et essentiellement orientée sur des thématiques transversales.
- L'accès doit y être facilité et l'incitation à y participer forte (voire obligatoire).
- Des formations en mathématiques et en didactique des mathématiques, absolument nécessaires l'une et l'autre, devront être faites, par des universitaires.

  Pour cela, **les IREM ont un rôle essentiel à jouer**. Les IREM sont sollicités selon la bonne volonté des académies et leur situation est parfois fragile. Ils dépendent du nombre d'heures que les universités daignent leur attribuer. Il est nécessaire que, nationalement, la DGESCO soutienne et sollicite effectivement les IREM pour profiter de leur expérience sur tous ces sujets de formation.
- Il est également nécessaire de prévoir des formations sur un temps long : la fondation « La main à la pâte », qui s'occupe de formation des enseignants en sciences, estime à 80 le nombre d'heures de formations nécessaire avant qu'on constate un effet sur les pratiques.
- *Remarque :* la formation continue est plus efficace si elle est organisée par bassin d'établissements : moins coûteuse en termes de déplacements ; les enseignants y vont plus volontiers ; en mobilisant

[2] SFP, SMAI, SIF, UdPPC, UPS et ADRM, CFEM, ADIREM, CORFEM et APMEP.

[3] http://www.academie-sciences.fr/fr/Rapports-ouvrages-avis-et-recommandations-de-l-Academie/restructurer-enseignement-physique-chimie-mathematiques.html

[4] http://smf.emath.fr/content/211016-propositions-pour-le-futur-programme-de-math%C3%A9matiques-du-lyc%C3%A9e-0

[5] http://smf.emath.fr/files/prerequis-licence-v7.pdf

plusieurs enseignants d'un même établissement sur une question, on augmente les chances qu'ils s'en emparent et la développent ; cela autorise les formations par cycle (en particulier le cycle 3).

Le cas particulier du premier degré : dans les masters « MEEF 1er degré », formant les PE, seuls 20 % des étudiants ont un bagage scientifique. Les autres ont une formation en mathématique dérisoire. Les faibles volumes horaires dédiés aux mathématiques dans les masters ne permettent pas de donner aux étudiants un niveau suffisant pour les enseigner. Ils ne peuvent transmettre aux enfants que leur incompréhension, voire leur appréhension, pour les mathématiques. Il existe des solutions qui sont :

- **multiplier les licences scientifiques pluridisciplinaires**, qui permettent d'attirer des étudiants formés par les sciences vers le métier de professeur des écoles. Dans les maquettes actuelles, figées par les nomenclatures, ces licences ont du mal à exister.
- développer des systèmes de majeures et de mineures dans les licences classiques, avec des mineures de mathématiques et de sciences pour les non-scientifiques permettant de donner les compétences minimales indispensables à l'enseignement ;
- créer, dans les masters MEEF 1er degré des parcours différenciés qui permettraient aux futurs enseignants de renforcer leurs connaissances dans les disciplines où ils sont le plus fragiles ;
- développer la formation continue, comme dit précédemment.

D'une manière générale, il faut donc institutionnaliser une politique de diffusion des résultats de la recherche. Il faut également favoriser toute action qui permette aux différents acteurs (enseignants du primaire, du secondaire, du supérieur, chercheurs en didactique, inspecteurs) de se rencontrer afin de travailler ensemble à une meilleure éducation mathématique.

Un exemple probant : la méthode Singapour. À partir des recherches en didactique de plusieurs pays, dont la France, des méthodes d'apprentissages adaptées à la société ont été mises au point. Les enseignants ont été formés **plusieurs centaines d'heures** pour appliquer la méthode dans les classes.
À nous d'être ambitieux pour nos enfants et les enseignants de nos enfants !

Sur la formation des enseignants, la SMF et a SMAI ont rédigé des textes pour le 1er[6] et le 2nd degré[7].

- **Un enseignement fondamental tourné vers les technologies d'avenir**

D'une part, il est indispensable de fournir aux enfants tous les outils de logique, de calcul, de développer chez eux l'intuition et la démarche scientifique, la rigueur et sa nécessité, et enfin la possibilité de mener des raisonnements et des preuves. Tout ceci permet d'aiguiser le sens critique, l'autonomie, la capacité d'innovation qui passent par la confiance en soi et la maîtrise technique. La formation mathématique est donc nécessaire et fondatrice dans l'apprentissage de toute personne, en particulier celles et ceux souhaitant poursuivre des études supérieures. En parallèle, la formation en mathématiques des élèves français doit les préparer aux métiers de demain, dans un monde où l'économie numérique est en pleine expansion (et même plus : elle régit beaucoup de nos comportements et c'est sur elle que reposent les principaux projets d'innovation). Il est indispensable de prendre en compte cette évolution dans les programmes. Comment imaginer qu'un bachelier de 2030, en particulier scientifique, ne possède pas des bases de statistiques, voire de traitement de données, ou de bases théoriques pour la cryptographie (théorie des groupes) ou l'algorithmique?

Même pour celles et ceux qui ne veulent pas en faire leur métier, il est essentiel de donner à nos enfants une éducation qui leur permettra d'appréhender le monde dans lequel ils vivent. Il est donc important que les programmes de mathématiques soient élaborés dans cette perspective, et des professionnels de l'informatique et du numérique devront être associés à cette réflexion.

- **Ce que peut faire la SMF**

La SMF a un contact privilégié avec la communauté mathématique, où sont les acteurs de terrain, surtout à l'université. Elle peut faire le lien avec les collègues pour récolter des données (par exemple, savoir ce qui est attendu à l'université, organiser une campagne nationale pour tester le niveau en licence…), organiser des débats, diffuser des informations, susciter des réactions…

Bien sûr, elle peut aussi être force de proposition sur beaucoup des points mentionnés ci-dessus, comme l'élaboration des programmes, la formation des enseignants…

[6] http://smf.emath.fr/files/cr-reunion_premier_degre_vf.pdf
[7] http://smf.emath.fr/files/2017-02-03.reunion_meef.pdf

Chapter 6

UPS

Mission mathématiques [1]
Contribution de l'UPS

Introduction

Les difficultés que rencontrent la plupart des bacheliers S en première année d'enseignement supérieur font désormais l'objet d'un large consensus, partagé par l'UPS. En voici une liste.

– Les étudiants n'ont pas l'habitude d'apprendre un cours en profondeur et ont de grandes difficultés de mémorisation, d'où des connaissances très volatiles et de grandes difficultés à entrer dans des exercices demandant une compréhension réelle des objets étudiés.
– Les étudiants n'ont pas développé suffisamment leurs facultés d'abstraction et sont déconcertés par les mathématiques de l'enseignement supérieur.
– Les étudiants n'ont pas acquis les bases du raisonnement et de la syntaxe mathématiques (par exemple confusion entre implication et équivalence, entre cas général et cas particulier, flou sur la notion de démonstration).
– Les étudiants ont très peu d'autonomie en calcul, qu'il s'agisse de calcul numérique (décimaux, fractions), littéral (distributivité, identités remarquables, puissances), de trigonométrie ou d'analyse (limites, dérivation, intégration).
– Les étudiants ont très peu de vision géométrique et ne maîtrisent pas le calcul vectoriel.

Ces difficultés s'avèrent très pénalisantes en mathématiques, mais également en physique et chimie. Les origines de cette situation sont à chercher à l'école primaire, au collège et au lycée. C'est sur ce dernier segment que l'UPS a le plus développé sa réflexion, en participant depuis plusieurs années à des groupes de travail avec d'autres associations et sociétés savantes (notamment SMF, UdPPC, SFP, SIF) [2]. Nous avons dégagé quelques idées simples, visant à améliorer l'efficacité de l'enseignement des mathématiques au lycée, dans l'optique d'une préparation aux études supérieures. Elles se déclinent à deux niveaux.

– *Un changement dans les pratiques*, visant à redonner au cours une place de référence et à travailler bien davantage calcul, raisonnement et rédaction.
– *Un changement dans les contenus*, visant à produire des programmes équilibrant judicieusement les champs enseignés (algèbre, géométrie, analyse, probabilités), définissant quelques thématiques fortes dont l'étude sera approfondie dans le supérieur, tissant autant de liens que possible entre ces champs et avec les autres disciplines scientifiques et éliminant les branches mortes.

Nous souhaitons souligner que nos propositions sont formulées dans la perspective d'un enseignement de masse. Il nous semble possible de faire beaucoup mieux pour beaucoup d'élèves, à condition de changer significativement pratiques et programmes, en prenant préalablement le temps de réflexion nécessaire. C'est dans cet esprit que nous répondrons aux questions de la Mission.

1 Construction du cours dans l'enseignement des mathématiques

Pour corriger des excès maintenant bien anciens, la place du cours au collège et au lycée s'est amenuisée jusqu'à peau de chagrin. La consultation des manuels met en évidence les dérives suivantes : le cours proprement dit est mal identifié, perdu au milieu d'activités diverses ; les démonstrations sont souvent floues, faute en particulier de clarté dans les prérequis.

1. Pilotée par Cédric Villani et Charles Torossian, novembre 2017.
2. Ces réflexions collectives ont permis de définir un « bagage scientifique pour tous ».

S'il est clair que les mathématiques requièrent une attitude active, dans laquelle exercices et problèmes ont une place centrale, il n'en reste pas moins que le cours est le point d'appui à partir duquel l'élève construit et structure ses connaissances. Le cours joue par ailleurs un rôle très important de *modèle* (précision de la rédaction, déroulé des calculs, clarté des dessins).

Il est essentiel que les élèves disposent d'un cours écrit. Ce cours doit être en grande partie pris sur le modèle donné par le professeur au tableau. Calculs et dessins doivent être faits par le professeur et non pas seulement projetés [3].

Ce cours doit comporter un résumé contenant les résultats que l'élève doit connaître de manière pérenne, des exemples simples et de nombreux dessins. Dans les classes de collège, son volume doit être très modeste. Dans les classes scientifiques de première et de terminale, le cours doit comporter un nombre raisonnable de démonstrations bien choisies. Enfin, révisions en début de chapitre et mises en perspective devraient être systématiques.

2 La place du calcul au collège et au lycée

La chute des capacités calculatoires des lycéens est reconnue par l'ensemble des acteurs de l'enseignement supérieur scientifique [4]. Elle s'explique :

– par une pratique très insuffisante des calculs simples, dans tous les domaines indiqués dans la section **1** ;
– par un recours trop fréquent et mal pensé aux calculatrices ;
– par l'absence de calcul en physique-chimie.

L'enseignement des mathématiques ne saurait se réduire à des gammes calculatoires. Il n'en reste pas moins :

– que les gammes sont un passage obligé pour acquérir des automatismes qui libèrent l'esprit et lui permettent de se consacrer à des tâches plus évoluées [5] ;
– que les gammes contribuent à développer une intelligence du calcul, fondamentale dans l'apprentissage des mathématiques (reconnaissance de formes, mise en place de stratégies) [6] ;
– que les utilisateurs des mathématiques doivent en priorité comprendre et utiliser des algorithmes calculatoires.

L'idéologie anti-calcul qui sous-tend les programmes du lycée, fondée sur une perception naïve de l'apport des « nouvelles technologies », est donc lourdement fautive. Aucune amélioration ne viendra en début de supérieur tant que cette tendance n'est pas inversée.

Le terme générique « calcul » recouvre en fait des contenus très variés : calcul numérique, littéral, équations algébriques, trigonométrie, inégalités, études de fonctions, calculs de limite, intégration, calcul vectoriel... Il s'agit, on le voit, de thèmes centraux en mathématiques, et utiles ailleurs. C'est en fait un point de vue opposé à celui qui prévaut actuellement qu'il faudrait adopter, en rendant au calcul la place qui est la sienne, consubstantielle aux mathématiques et susceptible d'un enseignement élémentaire conséquent et efficace.

Un exemple. L'analyse « à la Weierstrass » (utilisation systématique des ε, borne supérieure, démonstration rigoureuse des propriétés des fonctions continues ...) relève à notre sens de la première année de l'enseignement supérieur. En revanche, un premier enseignement de type calculus à l'anglo-saxonne [7], est simultanément un objectif réaliste pour la fin du lycée, une bonne préparation à de nombreuses filières post-bac et un magnifique terrain de jeu.

3 Bien préparer à l'enseignement supérieur, pour qui, comment ?

L'UPS n'a pas d'expertise pour l'ensemble des bacheliers. Elle peut, en revanche proposer une réponse pour les futurs scientifiques, explicitée à la fin de la section **1** : *pratiques et programmes doivent être en phase avec l'enseignement supérieur*. Les thèmes choisis doivent être traités avec une certaine ampleur [8] et des attendus techniques conséquents.

3. Ce n'est pas la qualité esthétique d'un dessin qui importe, mais de voir comment le tracé s'effectue. De même, un calcul projeté est moins efficace qu'un calcul que l'on voit se faire.

4. Il est significatif que les programmes de CPGE scientifiques issus de la réforme de 2013 aient explicité, en début de première année, un certain nombre d'items calculatoires.

5. Il est illusoire de penser que le calcul peut être enseigné efficacement sans une pratique massive d'exercices simples et répétitifs. Malgré leur mauvaise réputation, de tels exercices ont en outre la vertu de rassurer les élèves.

6. Même si la substitution des idées au calcul est une des forces motrices des mathématiques, il est souvent difficile de séparer dans une démonstration calcul et raisonnement.

7. Les concepts liés à la convergence doivent être définis, sans être un objectif prioritaire. De même, les théorèmes de base (valeurs intermédiaires, variation des fonctions) doivent être correctement énoncés, mais non démontrés. En revanche, une bonne maîtrise du calcul des limites, de la dérivation et de l'intégration est un attendu.

8. Le programme actuel de terminale sur les nombres complexes est d'une indigence et d'un manque d'intérêt qui amènent à se demander pourquoi ce chapitre a été conservé.

Contenus

Outre l'analyse, sur laquelle nous avons un peu explicité nos idées dans la section **3**, il nous semble très important que les élèves reçoivent un enseignement consistant en calcul algébrique et en géométrie. Les nombres complexes constituent ici un terrain de jeu privilégié, où se rencontrent beaucoup d'objets importants dont le bachelier approfondira l'étude dans le supérieur.

La géométrie subsiste au lycée sous forme de bribes incohérentes [9]. Elle joue pourtant un rôle central en sciences. Par ailleurs, le développement de l'intuition géométrique doit être un objectif majeur de l'enseignement des mathématiques. L'enseignement de la géométrie, fondé au collège sur les configurations, doit progressivement intégrer les outils qui lui donnent toute sa puissance et seront généralisés ultérieurement (lien algèbre-géométrie via la géométrie analytique, calcul vectoriel, barycentre). Il est en outre indispensable de recourir à la représentation géométrique dans tous les champs du programme.

L'enseignement des probabilités-statistiques pose question. L'étude obsessionnelle de l'échantillonnage, menée pendant les trois ans du lycée, apporte peu en termes de formation mathématique [10]. Il en est de même de la partie du programme de terminale portant sur les lois continues. Un enseignement de probabilités finies est souhaitable, accompagné des rudiments de combinatoire.

Quant à l'arithmétique, très formatrice, elle est peut-être à réserver à des élèves dont la vocation mathématique est déjà affirmée.

Il convient enfin d'exploiter au maximum les liens entre les chapitres du programme et les interactions avec les autres disciplines.

Pratiques

À l'importance du cours et des calculs s'ajoutent les points suivants.

- Produire un texte mathématique cohérent nécessite de savoir déclarer les objets, utiliser les quantificateurs et les symboles logiques, d'avoir une idée du type des objets. Ces règles doivent être introduites et travaillées au lycée.
- Le moteur des mathématiques est la résolution d'exercices et de problèmes. Après avoir travaillé les gammes, il faut donc offrir aux élèves un large choix d'exercices plus amples, progressifs, demandant de rassembler plusieurs arguments ; de tels exercices, qui permettent de dépasser le raisonnement à un pas, constituent une excellente préparation à l'enseignement supérieur. Les exercices contextualisés doivent être fortement réduits et mieux choisis. Pour stimuler le goût de la recherche, il convient enfin de proposer aux élèves qui se destinent aux sciences des énoncés plus abrupts.

Par ailleurs, si l'on vise une préparation efficace à l'enseignement supérieur, ces préconisations nécessitent des horaires disciplinaires renforcés.

4 La place de l'histoire des mathématiques dans la didactique

L'histoire intervient ici de plusieurs façons.

C'est, en premier lieu, un guide pour définir clairement les objectifs des programmes, notamment à travers les « grands problèmes » [11]. Ainsi, l'algèbre, déjà présente dans l'Antiquité, mais limitée par l'absence de bonnes notations et un lien trop systématique avec la géométrie [12], s'est développée à partir de la Renaissance avec pour principal objet l'étude des équations algébriques, d'où sont issus les nombres complexes. La naissance de l'analyse est l'invention, au XVII^e siècle, du calcul infinitésimal, dont la mise au point se poursuit durant les deux siècles suivants. Ces notions et les problèmes qui les ont motivées restent au coeur des mathématiques et de leurs applications. Ils doivent donc figurer au centre de l'enseignement ; nos propositions de contenus en prennent acte.

Les professeurs peuvent tirer parti de l'histoire des mathématiques dans leur enseignement. Les élèves sont souvent sensibles à la « légende des mathématiques ». La narration peut jouer ici un rôle motivant. D'autre part et surtout, les leçons épistémologiques qui se dégagent de l'histoire (rôle des problèmes, enchevêtrement des concepts et des techniques, nécessité de l'abstraction) sont évidemment de nature à contribuer à la formation, notamment en permettant de dépasser un utilitarisme à courte vue [13].

9. Le programme de géométrie dans l'espace de terminale est un bon exemple.
10. Et est intégralement oubliée après le bac.
11. Ce point de vue apparaît, au niveau de la première année post-bac, dans la remarquable collection Leonard Epistemon, sous la direction de J.L. Ovaert et J.L. Verley.
12. L'absence de notations efficaces (parenthèses, indices, sommes, produits) a été durant des siècles un obstacle au développement des mathématiques et, conséquemment, de la physique.
13. L'invention du calcul différentiel et intégral a permis de traiter de manière quasi automatique des questions variées et jusque-là inaccessibles, en mécanique comme en analyse et en géométrie (trajectoires des planètes, problèmes d'optimisation, tangentes à une courbe, calculs de longueurs, d'aires et de volumes...). La trigonométrie des Anciens (Ptolémée) était fondée sur la fonction corde, de maniement beaucoup plus compliqué que cos et sin ; la forme moderne de la trigonométrie a considérablement simplifié de nombreuses questions de géométrie ou de physique. Introduits pour résoudre les équations de degré 3, les nombres complexes sont désormais indispensables en mathématiques et en physique.

Chapter 7

CNRS

Paris, le 25 novembre 2017

Institut national des sciences mathématiques et de leurs interactions
www.cnrs.fr/insmi
Campus Gérard-Mégie
3 rue Michel-Ange Auteuil
75794 Paris cedex 16

T. 01 44 96 42 52
F. 01 44 96 48 16

D

Destinataire : Mission sur l'amélioration de l'enseignement des mathématiques de l'école primaire au lycée.

L'Institut national des sciences mathématiques et de leurs interactions du CNRS a été doté d'une mission nationale de coordination et de soutien envers les mathématiques. À ce titre, il s'intéresse à la formation mathématique en France. De fait, la formation des enseignant·es du secondaire, principale et continue, est souvent effectuée par des enseignant·es-chercheur·es, membres de laboratoires de mathématiques du CNRS, et nombre d'entre eux sont investis dans des missions de diffusion des mathématiques en direction des scolaires et de leurs professeur·es. Dans ce contexte, nous expliquerons les intérêts de ces actions, en quoi elles contribuent à la formation des enseignant·es, leur contribution au dialogue entre instituts de recherche et établissements, les difficultés qu'elles rencontrent et les pistes d'amélioration possibles.

Il n'est sans doute pas utile de redire l'intérêt national de la formation en mathématiques mais il est intéressant de voir que cette problématique était présente dès la création des unités de recherche sous la tutelle partagée du CNRS et d'universités. En effet, un extrait du rapport national de conjoncture du CNRS en 1969, rédigé dans le contexte d'explosion démographique de la population étudiante que l'on connaissait à l'époque écrit : « C'est du point de vue de l'avenir de la recherche mathématique que la commission est amenée à analyser les conséquences de ce bouleversement, avec le sentiment d'une responsabilité du CNRS à cet égard, non pas d'un point de vue étroit (défense des mathématiques pour elles-mêmes), mais du point de vue du développement de l'Université et, au-delà, du pays tout entier, *vu le rôle important de la formation mathématique dans la formation générale, et de la science mathématique, à la fois instrument et repère de rigueur, dans les activités scientifiques, économiques et sociales modernes.* »

Commençons par décrire le contexte. La recherche en mathématiques en France est très largement portée par les enseignant·es-chercheur·es. Les Unités mixtes de recherche françaises réunissent 4000 mathématicien·nes parmi lesquels seuls 400 sont des chercheur·es. Ce lien avec l'enseignement est constitutif de la discipline et la recherche en mathématiques se nourrit de l'enseignement des mathématiques. Du fait de la spécificité de cette discipline, c'est en mathématiques qu'a été montée la première unité de recherche CNRS sous tutelle conjointe avec une université : il s'agit de l'Institut de recherche en mathématiques avancées (IRMA) à Strasbourg en 1966, l'URA 001, un des premiers IRMA (le même rapport de conjoncture de 1969 cité ci-dessus dresse la liste des IRMA à monter dans le cadre du sixième plan : Orsay, Nice, Rennes,…).

Les liens entre laboratoires et établissements scolaires et secondaires s'établissent dans une double dynamique : la formation initiale et continue des professeur·es des écoles et du secondaire au sein des laboratoires, des actions des chercheur·es et enseignant·es-chercheur·es dans les établissements.

Des enseignants du secondaire dans les laboratoires de mathématiques – un enjeu de formation continue

Il est intéressant de remarquer que la création des IRMA en 1969 s'accompagne de celle des IREM, marquant ainsi le lien entre recherche universitaire et enseignement des mathématiques. Accueillir les mathématiques dans une université se comprenait comme ouvrir un IRMA et un IREM. Aujourd'hui, dans un certain nombre de grands centres universitaires, on trouve encore cette structuration : une UMR rassemblant les mathématicien·nes du site et un IREM situé dans le même bâtiment que l'UMR ou dans un voisinage immédiat, la direction de l'IREM étant souvent assurée par un·e enseignant·e chercheur·e. Citons sur ce modèle Montpellier ou Clermont-Ferrand, deux lieux où l'IREM et l'UMR de math entretiennent des relations étroites. Ces liens forts sont favorables aux échanges entre enseignants du secondaire d'une part et chercheur·es et enseignant·es-chercheur·es d'autre part, notamment dans le cadre de la formation continue qui contribue à l'accueil dans le bâtiment de math de professeurs du secondaire et les amène à rencontrer des chercheur·e s ou des enseignant·e s chercheur·e s qui assurent ces formations. Cette connaissance mutuelle des enseignants du secondaire et de l'université permet aussi de faire valoir les formations scientifiques locales et contribue à une orientation vers les études scientifiques des lycéens.

On peut observer que les universités ne disposant pas d'IREM ressentent souvent le besoin de construire leurs propres réseaux avec des enseignants du secondaire de lycées proches. Citons par exemple les actions du LAMA, unité bi-site localisée sur Créteil et Marne la Vallée qui abrite un « groupe de liaison lycée –université » piloté par un enseignant-chercheur. Ce groupe de travail a notamment produit des documents de travail pour l'Accompagnement personnalisé en Terminale, documents ayant pour but de présenter des "exercices" sur des thèmes bien identifiés dans le programme officiel et s'inscrivant entre le programme du secondaire et du supérieur. De telles expériences existent dans plusieurs de nos laboratoires. Conjuguées à des opérations comme les ateliers *Maths en Jeans* dont nous parlerons plus loin, elles permettent de faciliter le dialogue entre laboratoires de recherche et établissements et à préparer l'arrivée à l'université des lycéens.

Il est également opportun de soulever la question de l'interface entre les mathématiques et l'informatique. La question de la création d'institut de recherche sur l'enseignement de l'informatique se pose aujourd'hui et on peut la penser en terme d'évolution des IREM en « IREMI », institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques et de l'informatique. De tels instituts aideraient la réflexion sur une évolution de l'enseignement des mathématiques et de l'informatique, ils pourraient également porter les actions de formation nécessaires à cette évolution en s'appuyant sur les liens que les chercheur·es et enseignant·es-chercheur·es en mathématiques entretiennent avec leurs collègues d'informatique. Il faut noter qu'un certain nombre de LabEx sont aujourd'hui placés à l'interface entre mathématiques et informatique et constituent un socle propice au développement d'actions conjointes en direction des établissements.

Des actions de formation continue menées dans les laboratoires, via les IREM ou d'autres dispositifs sont donc souhaitables. Plusieurs laboratoires s'impliquent via les collègues enseignant·es chercheur·es dans à l'agrégation interne mais on peut penser également à des actions plus ciblées, actions de proximité situées dans les laboratoires ou actions en temps plus long en résidence, en utilisant par exemple le Centre international de rencontres mathématiques (CIRM), géré par l'Insmi et la SMF. Ce lieu d'accueil exceptionnel peut permettre des actions de formation continue à fort impact, comme il l'a déjà montré pour des formations à Python. On citera également les actions en direction des professeurs de classes préparatoires qui sont particulièrement nécessaires vu leur implication dans la formation des futurs chercheur·es et leur rôle parfois crucial dans la naissance des vocations de mathématicien·nes.

Des professeurs des écoles et du secondaire formés par des enseignants-chercheurs - les conditions d'un dialogue fructueux entre établissements secondaires et universitaires.

Les membres de laboratoires, du fait qu'ils sont souvent enseignant·es-chercheur·es sont intéressés au dialogue avec les établissements du secondaire, et cela à plusieurs titres. D'une part parce que leurs propres étudiants en premier cycle universitaire sont issus de ces établissements ; ils ont donc tout intérêt à faire connaître leurs formations en milieu lycéen. Ces liens sont d'autant plus faciles à établir lorsque les enseignant·es des lycées voisins sont des anciens élèves qui reviennent parfois les voir lorsqu'ils passent l'agrégation interne ou lorsqu'ils font eux-mêmes des vacations à l'université. On gagne ainsi en fluidité entre le lycée et l'université, la connaissance mutuelle favorisant la confiance.

L'existence de master MEEF au sein des universités est donc un facteur important d'articulation entre le lycée et l'université. Un·e enseignant·e du secondaire formé·e dans une université saura plus facilement solliciter ses ancien·nes enseignant·es pour une intervention au sein du collège ou du lycée, le montage d'un club de math, ou d'un projet *Maths en Jeans.* Il est donc souhaitable que des enseignant·es chercheur·es interviennent dans ces enseignements, comme il serait souhaitable que les jeunes enseignant·es du secondaire aient la possibilité de rester en début de carrière quelques années dans l'académie où ils ont été formés. On observe que certains laboratoires de mathématiques entretiennent un réseau d'anciens élèves en poste dans les lycées voisins et que ces liens créés pendant la formation initiale sont à la base de collaborations fructueuses, notamment en direction des élèves.

Amener les chercheurs dans les classes

Les laboratoires de mathématiques sont souvent engagés dans des projets ambitieux de diffusion des mathématiques en direction du grand public, avec une attention toute particulière pour les établissements scolaires ou secondaires. Le développement de la culture scientifique dans le grand public, et en particulier auprès des jeunes, est une nécessité reconnue. Ce qui est en question est d'une part une meilleure compréhension par nos concitoyen·nes des enjeux liés aux mathématiques – et à la science en général - et d'autre part le besoin de susciter plus de vocations pour les études scientifiques. Il faut d'ailleurs noter que chercheur·es et enseignant·es-chercheur·es ont, parmi leurs missions, la diffusion de la culture scientifique.

L’Insmi a lancé en 2012 un réseau thématique pluridisciplinaire « Autour de la Diffusion des Mathématiques » qui a évolué en Groupement de service (GDS) en 2015. Ce tout jeune GDS est un outil national de réflexion sur la diffusion des mathématiques, de mutualisation de ressources et un lieu d’échanges. L’Insmi s’est ainsi doté d’un réseau d’expertise en ce domaine. L’investissement et la disponibilité des chercheur·es et enseignant·es-chercheur·es qui se saisissent de ces questions n’est plus à démontrer mais des difficultés demeurent.

Ces actions de diffusion font souvent appel au bénévolat et sont portées par des associations qui peuvent manquer de bras et de moyens financiers. En 2017, la fondation Blaise Pascal a été créée sous l’égide du CNRS et de l’université de Lyon afin de travailler à la collecte de fonds pour ces actions de diffusion en mathématiques et en informatique. Notons le positionnement de cette fondation à l’interface entre mathématiques et informatique et espérons que les financeurs seront au rendez-vous.

Enfin, si la diffusion des sciences figure parmi les activités des chercheur·es et enseignant·es-chercheur·es, leur prise en compte dans la carrière des personnes qui s’y livrent est actuellement balbutiante, que ce soit au niveau des instances nationales, pour leur évaluation au moment des promotions (Comité national du CNRS et CNU) ou tout simplement au niveau de leur comptabilité dans les services des enseignant·es chercheur·es. Le GDS AuDiMath pourra à ce niveau être force de réflexion et de proposition mais la mobilisation de toutes les instances, organismes et établissements, sera nécessaire pour s’emparer de ces questions.

Modifier le regard sur les mathématiques

On peut constater que le grand public pense souvent que les maths sont figées et on a beaucoup de mal à faire passer l'idée que les maths sont une discipline active, vivante, portant des questions ouvertes. Même des universitaires d'autres disciplines semblent parfois ne voir dans les maths qu'un langage ou un outil. C’est donc un enjeu crucial de mieux faire comprendre la nature des mathématiques aux élèves des lycées, mais aussi à leur entourage immédiat. Les actions en direction du grand public que mènent les laboratoires ont donc toute leur importance, en soutien et complément à celles menées en milieu scolaire.

S’agissant de la formation des enseignants, il est encore plus crucial de sensibiliser les futurs enseignants à cette dimension évolutive des mathématiques et de favoriser l’intervention de chercheurs dans la formation, qu’il s’agisse des licences de maths comme des master Meef. Il faut également inventorier un certain nombre de pistes pour favoriser la présence de scientifiques parmi les professeurs des écoles et nous y reviendrons plus loin. Enfin, sachant qu’une carrière est un long chemin, une implication forte des chercheurs dans la formation continue des enseignant·es du secondaire et des écoles est tout autant souhaitable.

L’appropriation de la démarche scientifique peut également passer par des actions comme celles de *Maths en Jeans*. Les témoignages d’enseignants ayant accueilli des projets *Maths en Jeans* montrent que ces projets sont tout autant profitables à l’enseignant qu’aux élèves. Cet enjeu de formation des enseignants pourrait être développé dans ces actions. Par ailleurs, les laboratoires impliqués dans des projets interdisciplinaires pourraient intervenir plus fréquemment.

La formation des professeurs des écoles

La formation des professeurs des écoles est au cœur du questionnement et mérite un paragraphe dédié. Parmi les professeurs des écoles, bien peu ont bénéficié de formations en sciences, ce qui constitue une réelle difficulté pour la formation des jeunes. On voit souvent dans la disparition des licences pluridisciplinaires une des raisons de cette baisse en compétence scientifique parmi les enseignants du premier degré, cette piste devra être étudiée et les laboratoires investis dans la diffusion des sciences auront un rôle à jouer dans ces formations.

Au delà du simple fait d'intervenir dans la formation initiale, il y a un travail de fonds à entamer pour lever les blocages psychologiques envers les sciences chez les enseignants en poste. Par ses actions de communication grand public (CNRS Le Journal, Videos, la chaine Youtube Zeste de science), le CNRS peut participer à ce travail via une médiation exercée par ses chercheur·es. Les mathématicien·nes, notamment avec la Maison des mathématiques et de l'informatique à Lyon ainsi qu'avec le futur espace de médiation scientifique de l'Institut Henri Poincaré, apportent également des propositions pour la diffusion des mathématiques.

Il serait souhaitable que les agents de l'enseignement, directeurs d'école et inspecteurs, s'en saisissent, dans le dialogue avec les chercheurs qui portent ces actions, afin de construire des projets de formation scientifique pour leurs personnels en place. Il leur faudrait également penser à un moyen de prendre en compte dans la carrière des professeurs des écoles ces efforts de formation.

Des enseignant·es chercheur·es innovants : enseigner autrement

Le dialogue avec les enseignant·es chercheur·es peut permettre d'ouvrir de nouvelles pistes de réflexion. Ils sont actuellement en première ligne pour la formation de jeunes issus du système scolaire avec des difficultés d'appréhension des mathématiques. Le dialogue avec les collègues montre la nécessité d'ouvrir des formations universitaires offrant une seconde chance. Sur le modèle des DAEU, on a vu remonter des suggestions d'ouverture de formation de mise à niveau en mathématiques pour des étudiants issus de filières scientifiques comportant une composante mathématique - comme celles de sciences économiques ou de génie mécanique, par exemple - et qui sont refusés à l'entrée du Master MEEF. De telles formations pourraient s'inspirer des parcours ouverts dans certaines universités aux lycéens issus de bacs technologiques qui ont besoin d'un renforcement en mathématiques avant de s'insérer dans des licences scientifiques (génie informatique, électronique, maintenance industrielle). Cette créativité portée par les membres de nos laboratoires, habitués par leur activité de recherche à se remettre en question, s'avère une richesse que l'on peut exploiter avec profit.

Chapter 8

MeJ

MATh.en.JEANS Mission maths
Fiche de synthèse

Plusieurs acteurs de l'association MATh.en.JEANS ont été consultés pour répondre aux questions posées. En voici une synthèse.

- **« Chercher » pour motiver les élèves dans les territoires difficiles : quels résultats sur le long terme?**

Dans cette question, nous nous limitons à la motivation développée par la méthode « mettre l'élève en situation de recherche ». C'est exactement la méthode MeJ ! En effet, notre méthode vise à faire vivre les maths par les jeunes selon les principes de la recherche mathématique. Elle permet aux jeunes de rencontrer des chercheurs et de pratiquer en milieu scolaire une authentique démarche scientifique avec ses dimensions aussi bien théoriques qu'appliquées et si possible avec des thèmes de recherche actuelle.
Notre méthode génère de la motivation car elle permet de découvrir les aspects ludiques et merveilleux des mathématiques. En faisant appel à l'imagination, à la curiosité, à l'autonomie, à la réflexion, à l'écoute, elle mobilise les compétences propres de chacun et permet d'accéder au plaisir de la connaissance organisée, acquise, personnelle et réutilisable. On investit dans la dimension intellectuelle de la motivation.
Une autre dimension non négligeable de notre action est la durée dans laquelle s'inscrit la recherche. Les élèves n'ont pas le poids du temps et nous n'imposons pas de résultat attendu. L'acquis est de prendre conscience de l'avancée de sa connaissance. Pour mesurer les progrès et les poursuivre, la confrontation avec d'autres idées, la rencontre avec ses pairs est indispensable. C'est le fonctionnement en réseau.
Une deuxième dimension importante est qu'il n'y a pas de contraintes de sélection pour pratiquer MeJ. Une de nos missions phare est de « permettre aux élèves tous les milieux socio-culturels de découvrir les mathématiques autrement, par une véritable démarche de chercheur ». Nos ateliers se sont ainsi développés dans toutes sortes d'établissements, du collège rural au lycée urbain, dans de nombreuses régions de France mais aussi à l'étranger, en Europe, en Afrique, en Amérique du Nord et en Asie. Nous travaillons en ce moment avec la DGESCO pour accroître le développement en primaire.
Dans les territoires difficiles, la barrière de l'exclusion empêche les élèves de se sortir seul de leur isolement. En leur donnant les clefs de l'appropriation personnelle du savoir, on les motive pour apprendre davantage. De plus, les jeunes peuvent être porteurs d'autres cultures, d'autres réflexes... et peuvent se montrer ingénieux, moins scolaires. Comme de nombreux problèmes MeJ ont une entrée expérimentale, ces élèves-là ont l'occasion de montrer et de valoriser tout leur potentiel.

Depuis nos 28 ans d'existence, nous pouvons tirer deux conclusions intéressantes sur les résultats en territoires difficiles
1. en observant les travaux des élèves des ateliers de ces territoires, (voir aussi l'analyse de l'association Science Ouverte)
2. en comparant les élèves des jumelages mixtes (établissements travaillant sur les mêmes sujets mais étant réputés différemment)

   1. Lors des présentations des résultats obtenus pendant leur recherche, nous ne notons aucune différence entre les élèves d'un même groupe. Nous pouvons peut être relever une certaine fierté de leurs résultats mais qui n'est pas la particularité des territoires difficiles. Mais elle est plus souvent relevée chez eux. Le congrès qui rassemble les élèves de tous les bassins éducatifs, permet à chacun de constater qu'il n'a pas à rougir de son propre travail, qu'il joue dans la même cour que les autres.

   2. Dans un jumelage mixte, le résultat est encore plus flagrant : il n'y a aucune différence entre les élèves. Les mathématiques ont rapproché les esprits et la réflexion est devenue commune. Les élèves avancent ensemble dans la même direction. La différence supposée a priori disparaît lors des échanges d'idées et d'arguments mathématiques.

Notre conclusion est donc que le résultat de la méthode est aussi efficace dans tous les territoires où elle est mise en œuvre. Chercher dans les conditions MeJ est une bonne stratégie pour motiver les élèves dans les territoires difficiles (comme ailleurs).

- **Le dialogue entre chercheurs et enseignants, permet-il de former réellement les enseignants? Quid du passage à l'échelle?**

Il est évident que la rencontre entre chercheurs et enseignants est fructueuse. Une de nos missions est de permettre la rencontre entre le monde de l'Éducation et le monde de la Recherche. Encore faut-il que les acteurs soient demandeurs. Le dialogue signifie qu'il y a échange. Cela est possible autour d'un projet commun (comme MeJ) sur la base du volontariat. On ne peut pas forcer ni les chercheurs, ni les enseignants à dialoguer.
Les interactions enseignant - chercheur, en direct mais surtout avec les élèves, mettent en place peu à peu un autre comportement de l'enseignant. Avant de travailler avec le chercheur, c'est l'enseignant qui est dépositaire du savoir. Quand il accepte de travailler en synergie avec le chercheur, il commence par le craindre car c'est désormais le chercheur qui est dépositaire du savoir encyclopédique. Puis, il se fait à l'idée que, comme le chercheur, il peut dire sans honte aux élèves « je ne sais pas ». Et il pourra s'autoriser comme le chercheur à s'écrier « c'est formidable » quand des élèves lui disent en regardant leurs pointes de chaussures « on n'a rien fait, on n'a rien trouvé, on a seulement essayé de comprendre le sujet ».
Le dialogue permet à l'enseignant de s'enrichir. Les enseignants sont formés en mathématiques au niveau licence, puis, une fois en poste, ne sont plus en contact qu'avec les mathématiques de collège ou de lycée. Rencontrer des chercheurs, (re) découvrir les maths d'aujourd'hui, favorise l'enrichissement et le maintien de leur culture mathématique, ce qui est fondamental pour transmettre le plaisir des maths à leurs élèves (même si ceux ci ne deviennent pas mathématiciens). Le contact avec les chercheurs permet aux professeurs de s'enrichir culturellement et change leur façon d'enseigner : ils ont envie de faire des mathématiques avec leurs élèves plutôt que du « bachotage » Un de nos enseignant dit : « Je me sens surtout concerné par la question du dialogue entre enseignant et chercheur. Depuis que j'ai lancé un atelier MeJ, je n'ai cessé de m'enrichir culturellement mais aussi techniquement en mathématiques. «
Sur les démonstrations, là où souvent on impose aux élèves des rédactions « type », le contact avec les chercheurs amène à être plus souple et à accepter des formes différentes. Pour les professeurs de lycée en particulier, un autre élément peut être très bénéfique : ce dialogue permet de favoriser les actions pour que la transition lycée/enseignement supérieur se fasse mieux.

Quand au passage à l'échelle, Il s'agit ici d'une question centrale ; pour MeJ il est bien clair qu'on arrive aux limites de nos capacités. L'interaction avec un chercheur sera bénéfique sur toute la carrière. L'investissement des chercheurs dans cette tâche devrait être reconnue. Il faudrait une politique volontariste pour que les chercheurs et les enseignants chercheurs s'impliquent plus dans ce dialogue avec les collègues du second degré, ce qui implique une reconnaissance dans leur statut de ce rôle de diffusion des mathématiques. Il faut encourager le travail des IREM qui participent beaucoup à cette formation des enseignants et nous leur devons reconnaissance.

Cependant, si les enseignants sont formés à la recherche et la côtoie tout au long de leur carrière, s'ils apprennent à en faire avec les élèves (et on revient ici sur la question de la formation initiale et continue des enseignants), ceux-ci n'auront plus peur de dire qu'ils n'ont rien trouver même s'ils ont compris le problème qu'on leur a posé.

Nous insistons sur la formation initiale et continue des enseignants par des formateurs chevronnés en mathématiques. C'est une condition nécessaire du passage à l'échelle.

- **Comment faciliter le dialogue entre les associations « mathématiques » et les établissements? Comment instaurer la confiance (professeurs, chefs d'établissement,…)**

En tant que « association mathématique », nous rencontrons des obstacles administratifs. Il faudrait favoriser l'existence et la reconnaissance des associations, par exemple avec le mot d'ordre de l'institution : les associations « mathématiques » sont plus que les bienvenues au sein des établissements. Si refuser d'ouvrir (par exemple) un atelier MeJ est une faute, il n'y aura pas de problème de dialogue, les choses se feront naturellement sans conflit. Et généralement les actions périscolaires (pas mathématiques) sont bien accueillies dans les établissements.
Il faut aussi prendre en compte que les chefs ne peuvent rien faire sans des professeurs motivés. On peut faire semblant de mettre des choses en place mais ce ne sont pas les chefs d'établissement qui sont au contact des élèves. Donc l'obligation ne doit pas être aux chefs mais aux établissements (chefs et profs...)
Les moyens :

former les chefs d'établissement sur les associations et le périscolaire en mathématique,
aider les présentations des associations dans les établissements,
intégrer les actions dans les services des professeurs.

- **Comment rendre compatible du point de vue pédagogique « le cours » et « les projets périscolaires » ?**

Pour bon nombre de nos adhérents, la question ne se pose pas chez MeJ. Il y a parfaite compatibilité. Notre slogan est « ne subissez pas les maths, vivez-les »! La force des ateliers MeJ est d'apprendre aux élèves à travailler en équipes, par complémentarité de compétences, apprendre à s'écouter les uns des autres, apprendre à s'exprimer (à l'écrit et à l'oral), apprendre à faire des choix… On retrouve toutes les compétences nécessaires pour la construction d'un futur citoyen (plus que le vivre-ensemble, le réussir-ensemble)
Mais de façon plus générale, nous pouvons répondre que les actions périscolaires sont là pour diversifier les apprentissages. Elles sont indispensables en étant encadrées. Certains enseignants sont prêts à participer si cela peut être reconnu comme un vrai travail. C'est alors un vrai apport pour les acteurs (professeurs et élèves) et la compatibilité du point de vue pédagogique acquise.

- **Quel regard portez-vous sur la stratégie mathématique de 2014?**

Cette question a suscité un remous.
Nous pensons que la stratégie proposée par la ministre de l'époque a au moins favorisé la prise de conscience de l'état d'urgence à réhabiliter les mathématiques. Les dispositifs sont lents à se mettre en place. Nous sommes contents de voir que les choses évoluent et nous plaçons beaucoup d'espoirs dans la réussite de la mission.

- **Comment aider à la formation des enseignants?**

D'abord lui redonner des moyens, bien sûr.
D'autre part faire intervenir les acteurs experts en la matière comme les IREM. Il faut aussi, pour les profs de maths, leur redonner le goût de faire des mathématiques pour transmettre cela à leurs élèves : dans les ateliers MeJ les profs ressentent cela.

Chapter 9

ARDM

ARDM

Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques

Texte pour la mission mathématique

L'ARDM est une association dont le but est de développer la recherche en didactique des mathématiques en France et dans le monde (un tiers des adhérents sont étrangers). L'objet de la didactique des mathématiques est d'étudier les questions relatives à la transmission des savoirs mathématiques et leur appropriation par les élèves, tous les élèves. La recherche en didactique des mathématiques s'est constituée en France dans les années 70, à la suite de la réforme des mathématiques modernes, en lien avec un mouvement international démarré dans les années 60 (premier congrès ICMI à Lyon en 1969, création des conférences annuelles PME en 1976). Elle s'est donné pour but de créer une approche scientifique des phénomènes d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques, avec l'hypothèse que la prise en compte du contenu et de son épistémologie est un point essentiel pour conduire ces études, contre l'idée qu'il suffirait, pour bien enseigner, d'avoir de bonnes connaissances dans la discipline et des connaissances pédagogiques générales. Cette hypothèse (la nécessité de connaissances épistémologiques et didactiques) n'a cessé d'être confortée par les recherches menées à travers le monde depuis plus de quarante ans.

Les didacticiens des mathématiques ont choisi d'inscrire leurs recherches à l'intérieur des mathématiques (choisissant dès le départ un rattachement à la 26$^{\text{ème}}$ section du CNU), et plus récemment également en Sciences de l'Education. La plupart d'entre eux sont fortement impliqués dans la formation des professeurs dans les ESPE ou les universités.

Les travaux de recherche en didactique des mathématiques concernent tous les niveaux d'enseignement de la maternelle à l'université. Nous choisissons, dans ce texte, de développer nos réponses principalement à propos de l'école primaire parce que ce niveau de scolarité, concernant tous les élèves, joue un rôle fondamental : en mathématiques comme dans l'apprentissage de la langue, les retards pris en primaire sont très difficiles à rattraper et pèsent lourd pour la suite de la scolarité.

1. Existe-t-il vraiment des pédagogies efficaces ?

Il nous faut d'abord préciser la distinction entre pédagogie et didactique : la didactique prend en compte les spécificités des savoirs en jeu pour concevoir et étudier les situations d'apprentissage. Des savoirs pédagogiques généraux sont indispensables à l'enseignant pour gérer la classe, mettre en place et maintenir un climat de classe favorable au travail des élèves, à leur implication et à l'apprentissage. Cependant, il n'y a pas de méthode pédagogique qui permette l'apprentissage de contenus spécifiques sans prendre en compte de manière essentielle les savoirs en jeu.

Pour être efficace, l'enseignement doit reposer sur la dimension didactique de ce qu'on appelle habituellement la pédagogie, c'est-à-dire sur une analyse claire du contenu en lien avec les types de problèmes qu'il permet de résoudre et les difficultés d'apprentissage que peuvent rencontrer les élèves. Un enseignement efficace doit donc articuler trois axes : le savoir mathématique, les problèmes qui lui donnent du sens et ce que savent, croient, pensent les élèves. Et bien sûr, pour le mettre en œuvre, il faut aussi savoir conduire la classe. Il faut toutefois noter que la conduite de la classe dépend aussi de ce que l'on propose aux élèves.

La didactique des mathématiques (mathematics education à l'international) a donc cherché à savoir si tel ou tel choix d'enseignement est plus ou moins adapté pour atteindre tel ou tel objectif. Par exemple, la présentation des décimaux à partir de résultats de mesures dans le système métrique permet un premier accès facile mais engendre des erreurs sur l'ordre des décimaux (les élèves ont par exemple du mal à concevoir qu'on puisse toujours intercaler un décimal entre deux autres). Cependant, le lien avec le système métrique est important aussi parce qu'il renforce l'importance de la base dix dans l'étude des décimaux. Dès le début de la didactique, beaucoup de travaux se sont intéressés à cette question et ont étudié des situations d'approximation pour introduire les fractions et les décimaux.

Il n’y a pas de méthode qui fonctionnerait pour tous les élèves, mais il faut inclure dans l’apprentissage le plus possible d’élèves. Pour cela, la recherche vise à dégager des critères pour choisir des problèmes et des organisations de la classe dont elle peut vérifier qu’ils favorisent l’apprentissage. Elle vise aussi à identifier des phénomènes qui peuvent être des obstacles.

Par ailleurs, un professeur ne peut pratiquer efficacement qu’une pédagogie à laquelle il adhère, ce qui suppose qu’il la comprenne. Des travaux de recherche ont montré qu’on ne peut pas changer rapidement les pratiques des professeurs (voir question 8). Rappelons aussi que les professeurs sont soumis à différentes contraintes, parfois contradictoires, qui ont une incidence sur leurs choix et l’efficacité de leur pratique.

2- Rôle du constructivisme dans la didactique et « le cours » de mathématiques ?

Si on considère ce qui parcourt la sphère des enseignants, on peut penser que le mot est associé à l’idée que, pour apprendre, il est important que les enfants développent des activités (éventuellement autonomes), leur permettant de construire "eux-mêmes" leurs connaissances, et non en écoutant le professeur. Activités de fait souvent peu précisées, encore moins analysées, et sans toujours de suites en termes de savoir à acquérir. Activité est confondue avec action. Et on oublie l'importance de faire suivre les activités de l'exposition des connaissances (plus générales) à retenir, exposition qu’on peut associer aux phases d’abstraction du constructivisme.

Dans la recherche, des acceptions différentes du constructivisme piagétien ont été retenues au niveau international : le constructivisme "strict" ou "radical" (il suffit de mettre les élèves dans les "bonnes" situations) et un constructivisme qui considère que c'est à travers leur propre activité cognitive que les élèves s'approprient un contenu de savoir, mais que cette nécessité n'est pas une condition suffisante : l'enseignant doit y intervenir. Globalement, la didactique française retient cette deuxième acception, même si le constructivisme n’apparaît pas toujours au même endroit selon les cadres théoriques didactiques.

Au cours des années, les recherches en didactique se sont développées et les fondements théoriques se sont diversifiés en fonction du développement des recherches dans les champs disciplinaires qui peuvent contribuer à mieux comprendre la complexité des phénomènes d’enseignement et d’apprentissage. Les travaux de Piaget ont naturellement été pris en compte au moment de la naissance de la didactique, mais pas seulement ceux-là, et depuis lors, les chercheurs en didactique des mathématiques prennent en compte les résultats publiés de nombreux champs de recherche (sociologie, sciences du langage, neurosciences, pour n’en citer que quelques-uns).

3- La place du calcul dans l’enseignement mathématique (primaire, collège, lycée)

La place du calcul est centrale ou plutôt transversale dans l’enseignement des mathématiques, dans la mesure où, quel que soit le domaine concerné, le calcul intervient à un moment ou un autre. Le calcul joue également un rôle important dans d’autres disciplines.

De nombreuses recherches en didactique des mathématiques, en France et à l’étranger, ont été conduites sur la question de l’apprentissage du calcul par les élèves et son enseignement en milieu scolaire. Ces recherches ont abouti à un large consensus que l’on peut résumer brièvement ainsi : le calcul se développe en interaction avec le travail sur les nombres et les grandeurs dans le cadre de la modélisation et de la résolution de divers problèmes. Il prend différentes formes : mental, partiellement écrit, avec des algorithmes écrits (techniques opératoires), avec des instruments (calculatrices, logiciels) d’abord avec des nombres puis avec des expressions littérales. Ces différentes formes doivent se compléter en visant à développer une intelligence du calcul (cf. rapport sur le calcul, commission Kahane).

En ce qui concerne l’école primaire, il est important de ne pas confondre apprentissage d’une opération et apprentissage d’une technique conventionnelle de calcul de cette opération.

La construction du sens des opérations, la mise au point de modes de représentation et de désignation (schéma, droite numérique, écritures arithmétiques) et l’élaboration de procédures de calcul sont simultanées. C’est en rencontrant des situations faisant intervenir des collections d’objets et des grandeurs relevant de telle ou telle opération que les élèves comprennent progressivement ce qui unifie ces situations, et peuvent élaborer des procédures de calcul adaptées pour les résoudre. Lorsque l’articulation entre le sens d’une opération, ses différentes désignations et des procédures de calcul associées est assurée, il est alors nécessaire d’étudier les techniques conventionnelles et de les entraîner et les automatiser. Cette étude contribue à enrichir le lien entre l’opération et le calcul puisque les techniques conventionnelles s’appuient sur les propriétés des opérations et de la numération décimale. Il peut donc y avoir un décalage important entre le moment où une opération commence à être travaillée et celui où la technique conventionnelle est introduite. De nombreuses recherches convergent sur la nécessité d’articuler l’étude de la numération et des différentes représentations et écritures des nombres avec l’étude des procédures de calcul.

> Prenons l’exemple de la division telle qu’elle est enseignée en France. Dès le CP, des situations de partage ou de répartition équitables sont travaillées. Pour trouver la part de chacun dans un partage équitable, les élèves dans un premier temps utilisent du matériel pour bien comprendre la situation, puis très vite sont mis en situation de faire une prévision sans matériel qui sera ensuite validée par la manipulation. C’est dans cette phase de prévision que vont apparaître les modes de représentation de la situation, modes de représentation que le professeur fera évoluer jusqu’à l’introduction d’écrits arithmétiques liant nombres et signes opératoires. Ces situations de division sont travaillées tout au long du cycle 2, dans des contextes variés, faisant intervenir notamment divers types de grandeurs, dans des champs numériques de plus en plus étendus. Parallèlement les procédures de résolution évoluent, en s’appuyant par exemple sur la droite numérique graduée. Et c’est au CM1 que la technique conventionnelle française - la « potence » - est enseignée.

Les changements de programmes, beaucoup trop fréquents dans les dernières décennies ont contribué à une certaine désarticulation du curriculum et à une perte de repères pour les enseignants et les parents. Les rédacteurs des programmes de 2016, conscients de cet état des lieux, ont cherché à rétablir la cohérence indispensable dans l’enseignement du calcul sous toutes ses formes. Mais il est nécessaire de souligner qu’il faut du temps pour que l’ensemble des enseignants s’approprient les changements de programmes. On ne peut attendre des retombées positives sur les performances des élèves que sur un temps long.

L’importance du calcul ne doit pas faire oublier l’importance des autres domaines mathématiques. Les interactions entre les grandeurs, notamment les grandeurs géométriques et le calcul ont déjà été signalées. Mais la géométrie a une importance en elle-même, non seulement pour l’éducation du rapport à l'espace, mais surtout parce qu’elle contribue au développement de la rationalité et à l’approche de ce qu'est une théorie, ce qui est difficile à faire dans d’autres domaines. La géométrie permet d'apprendre à raisonner dans des problèmes non « algorithmisables ». Le maintien d’un enseignement de la géométrie des figures (et pas seulement de la géométrie analytique) est indispensable dans toutes les filières et en particulier pour de très nombreuses filières professionnelles, à un moment où l’algorithmique prend légitimement davantage de place dans les programmes. Par ailleurs, l'usage des logiciels – tels que Geogebra –permet aux professeurs d'articuler pour leurs élèves expériences visuelles, conjectures et preuves.

Pour le calcul littéral, dont on sait qu’il est un enjeu essentiel et un facteur important d'échec, l'articulation entre les dimensions sémantique et syntaxique est essentielle : il ne s'agit pas d'un jeu gratuit sur les écritures. Les situations de modélisation algébrique intra-mathématiques ou extra-mathématiques permettent de travailler ces articulations et de faire éprouver aux élèves la puissance de cet outil pour traduire la généralité, produire de nouveaux résultats et les prouver, sur divers types d’objets mathématiques (nombres, polynômes, matrices, fonctions etc.). Un travail continu doit être conduit tout au long du collège et du lycée et poursuivi dans l’enseignement supérieur sur la variété et la reconnaissance des formes (les patterns) et sur les compétences nécessaires pour choisir une forme adaptée au problème à résoudre.

L’introduction au lycée des premiers objets de l’analyse ne peut se faire de façon satisfaisante si les élèves n'ont pas assimilé les bases du calcul algébrique. L'expertise en calcul algébrique est d'autant plus importante qu'elle conditionne en grande partie la réussite à l'université des étudiants des filières scientifiques.

4- Les paliers d’acquisition pour le calcul et les automatismes sont-ils clairs pour tous les enseignants ou les chercheurs (primaire, collège, lycée) ?

Les concepts mathématiques sont porteurs d'une complexité, et ce dès le début de la scolarité. Cette complexité ne peut être réduite, sauf à tomber dans une simplification excessive et contraire à une compréhension solide des élèves. C'est pourquoi il est important de laisser du temps aux apprentissages mathématiques, de la souplesse dans l'organisation des enseignements (en ce sens les programmes par cycle peuvent être pertinents).

Concernant le « calcul », pour une notion donnée, il est important de comprendre la nécessité d'un apprentissage sur le long terme avec un enrichissement progressif de la notion, des situations qui la mobilisent et des techniques opératoires disponibles et travaillées.

> Par exemple, la proportionnalité, rencontrée dès l'école primaire, est retravaillée au collège (en arithmétique élémentaire, puis avec le calcul littéral et ensuite avec les fonctions linéaires), puis encore au lycée, et l'on pourrait encore montrer des développements de cette notion à l'université. Les situations rencontrées et les types de grandeurs en jeu (situations multiplicatives, agrandissement-réduction, relations fonctionnelles, etc.) contribuent à construire petit à petit le sens de la proportionnalité et les procédés de calcul associés.

Si un ordre logique existe dans la définition des notions en mathématiques dans une théorie donnée, il paraît complexe de définir de réels paliers dans l’acquisition du calcul. Les programmes français, héritiers de leur histoire et nourris de nombreux travaux de recherche reconnus au plan international, ont fait certains choix (situations additives /soustractives préalables aux situations multiplicatives, arithmétique élémentaire préalable au calcul littéral…). Des travaux mettent aussi en évidence d’autres cohérences possibles qui conduisent à d’autres choix dans d’autres curriculums (introduction plus précoce de la division dans certains, de l’algèbre dans d’autres). Cependant, nous insistons sur l’importance de ne pas modifier trop souvent les curriculums. En effet chaque réforme nécessite du temps et des formations pour que les enseignants s'approprient les choix curriculaires, et fassent fonctionner pleinement l'articulation des contenus proposée par de nouveaux programmes.

5- Des problèmes pour faire des mathématiques ou des mathématiques pour faire des problèmes ?

Les problèmes sont constitutifs de l'activité mathématique. Sur le plan de l'épistémologie, ce sont les problèmes qui sont à l'origine de la construction des savoirs mathématiques nouveaux, sur le plan cognitif, les travaux mettent en avant le rôle essentiel que jouent les problèmes dans l’appropriation du sens d’un concept.

Par ailleurs, faire des mathématiques, c’est identifier des types de problèmes que l’on peut résoudre avec des outils connus ; c’est aussi résoudre de nouveaux problèmes en mobilisant et en adaptant ses connaissances (ce qui nécessite des compétences heuristiques, expérimentales, ...). Dans l'apprentissage des mathématiques, le rôle des problèmes est donc central.

Différentes fonctions peuvent leur être attribuées dans l’enseignement : introduction de nouvelles notions, approfondissement de notions déjà rencontrées, développement de compétences heuristiques et de compétences liées au raisonnement et à la preuve, réinvestissement de connaissances, développement des compétences liées à la modélisation, etc. Il est fondamental de prendre en compte la diversité de ces usages.

Savoir choisir des problèmes pertinents pour les objectifs fixés, les proposer aux moments adaptés de l'apprentissage avec des modalités adéquates est une compétence importante. Pour cela, les enseignants de tous niveaux doivent avoir pratiqué la résolution de problèmes et avoir été formés aux usages des problèmes dans l'enseignement des mathématiques. De nombreux travaux de recherche ont été produits sur ce sujet et constituent des références pertinentes pour la formation.

6- La place de l'histoire des mathématiques dans la formation des maîtres

Introduire l’histoire des mathématiques dans la formation des enseignants remplit deux fonctions distinctes. La première consiste à faire vivre la dimension culturelle historiquement et géographiquement située des mathématiques pour tempérer l’idée d’une discipline universelle et intemporelle. La deuxième a pour visée de nourrir la réflexion didactique par la prise en compte de la dimension épistémologique des savoirs à enseigner, qui permet de questionner l'illusion de transparence de ces savoirs.

Sous certaines conditions, des activités impliquant l'histoire des mathématiques peuvent être des leviers pour intéresser les élèves et permettre des collaborations intéressantes avec des collègues d'autres disciplines.

7- Les mathématiques pour la voie professionnelle : est-ce une autre pédagogie/ didactique ?

Les mathématiques qui se rencontrent dans certaines professions ont pour fonction d'aider à résoudre des problèmes spécifiques, avec des techniques –et instruments- spécifiques de ces professions. Des concepts mathématiques spécifiques apparaissent aussi. L'enseignement dispensé en France en mathématiques dans la voie professionnelle est plutôt constitué par une réduction de ce qui se fait en enseignement général (étude en 2000).

Les enseignants ont besoin de compétences spécifiques pour être en mesure de relier les situations professionnelles et les savoirs académiques. Des ressources pour des situations d'enseignement-apprentissage des mathématiques en lien avec les problèmes des professions, aux différents niveaux de la scolarité, semblent nécessaires. Des collaborations, soutenues par l'institution, entre professeurs de mathématiques, d'atelier et des disciplines intermédiaires pourraient contribuer à leur développement.

Par ailleurs, comme les autres, les élèves des filières professionnelles ont besoin de donner du sens aux mathématiques qu'ils apprennent. Le profil particulier de ces élèves, souvent en échec scolaire lourd, oblige à un travail visant à les réconcilier avec la discipline et leur donner confiance, et aussi à une utilisation un peu spécifique des outils technologiques, pour leur permettre d'avancer sans être en permanence bloqués par des difficultés de calcul par exemple.

8- Qu'est-ce qu'un bon professeur de mathématiques ?

On pourrait sans doute répondre très simplement à la question : un bon professeur est un professeur qui sait faire apprendre, comprendre et aimer les mathématiques à ses élèves. Mais ceci ne dit pas quelles sont les compétences professionnelles nécessaires pour y parvenir. En appui sur les résultats des travaux de recherche, nous pouvons préciser ce que serait idéalement un bon professeur.

C'est un professeur qui sait analyser une notion en la replaçant dans le déroulement du curriculum et dans l'ensemble des notions qui lui sont liées, en prenant en compte l'état des connaissances de ses élèves sur le sujet. Il sait choisir, dans les ressources à sa disposition, une situation d'enseignement, un problème en fonction des objectifs d'apprentissage visés et l'adapter à la réalité de sa classe. Il sait choisir les modalités de travail qu'il propose à ses élèves en classe en fonction de ses objectifs d'apprentissage (en individuel, en binôme, en petits groupes ou en groupe classe) et le moment de ses interventions collectives ou individuelles. Il parvient à prendre en compte les différentes formes de raisonnement valides et erronées produites par les élèves et sait s'appuyer sur ce qu'ils font pour dégager ce qui est visé ou attendu, et développer les liens entre ancien et nouveau, entre général et particulier. Il sait prélever des informations avant, pendant et après le travail des élèves pour mesurer leur avancée dans l'apprentissage. Il met en évidence les nouveaux savoirs et leurs liens avec les savoirs déjà connus. Il sait concevoir les évaluations qui le renseigneront sur l'état de savoir de ses élèves, et en utiliser les résultats pour ajuster ses interventions futures et apporter l'aide nécessaire à certains.

L'ensemble de ces compétences montre clairement qu'enseigner est une profession, ce qui nécessite une formation professionnelle initiale et continue, appuyée sur les résultats des recherches en éducation, dont la didactique des mathématiques. Cette question est centrale si l'on veut espérer améliorer l'efficacité du système éducatif.

Pour qu'une formation en mathématiques permette à des étudiants d'apprendre à enseigner les mathématiques, les recherches montrent qu'il est nécessaire d'articuler plusieurs approches et non de les juxtaposer. En ce qui concerne les contenus mathématiques, il importe d'en reprendre et compléter certains, en y ajoutant une dimension historique et épistémologique à partir des questions qui se posent pour enseigner (organisation des savoirs et difficultés d'apprentissage). Il s'agit notamment de contenus qui ne sont pas ou plus enseignés dans le secondaire, par exemple la structuration de différents ensembles de nombres, la différence entre ordres dense et discret, la numération, des éléments d'arithmétique élémentaire, des éléments de géométrie élémentaire, les opérations sur les grandeurs, en particulier les grandeurs continues.

L'analyse didactique des mathématiques à enseigner et des conditions nécessaires à leur appropriation par les élèves permet de mettre en évidence des éléments sur lesquels l'enseignant peut et doit jouer pour choisir des situations d'apprentissage cohérentes et articulées entre elles et les adapter à sa classe. Les travaux nombreux sur l'étude des pratiques professionnelles des enseignants de classes ordinaires ou de classes de REP et sur l'effet des formations donnent également des éléments qui, combinés avec des observations de classe et des stages de pratique accompagnée, permettent aux stagiaires d'acquérir progressivement les compétences requises pour que les élèves qui leur seront confiés apprennent réellement des mathématiques et en comprennent l'intérêt.

Les recherches soulignent l'importance de la formation initiale car, sans formation, un professeur convoque et met en œuvre le modèle d'apprentissage qu'il a lui-même connu en tant qu'élève, et une fois ses pratiques professionnelles installées, il est difficile pour lui de les modifier. La formation continue est essentielle pour permettre un échange entre enseignants sur leurs pratiques et approfondir la pratique de chacun en y intégrant des apports de la recherche.

Les travaux de la COPIRELEM et de la CORFEM regroupant des recherches et des expérimentations donnent de très nombreuses pistes pour la formation des professeurs.

Cependant la question de la formation se pose différemment selon que l'on parle des professeurs de mathématiques et des professeurs des écoles car ces derniers sont des enseignants polyvalents qui ont un intérêt marqué pour les questions d'apprentissage, mais souvent un bagage scientifique réduit alors que leur rôle dans l'apprentissage des mathématiques est fondamental. En effet, tous les élèves de notre pays vont « faire des mathématiques » environ 5 heures par semaine au cours des années d'école primaire et les connaissances qu'ils auront - ou non - construites et acquises forment le socle des mathématiques enseignées ultérieurement, quelles que soient les filières. De nombreuses recherches ont donc porté sur la formation en mathématiques des professeurs des écoles.

9- Les « Startup pédagogiques » : une menace/une aide pour le professeur ?

L'innovation va de pair avec la recherche. En ce sens, les start-up qui traitent de l'enseignement des mathématiques ne peuvent faire l'économie d'un appui sur les résultats existants de la recherche et sur les équipes de recherche en didactique des mathématiques qui maillent le territoire. Des innovations technologiques sont d'ailleurs déjà produites ou accompagnées par la recherche française (les outils de géométrie dynamique par exemple, dont l'usage est aujourd'hui très répandu dans les curriculums internationaux). Si les modèles de diffusion de l'innovation ou des produits de la recherche peuvent varier (start-up, développement interne aux équipes de recherche, logiciels libres…), les start-up pédagogiques ne sont en elles-mêmes pas une menace pour l'enseignant et peuvent apporter des outils pertinents pour la classe ou pour le temps hors-classe. Mais au sujet de l'enseignement, il convient de se méfier des discours simplificateurs ou prétendant révolutionner l'apprentissage. Les enjeux sont complexes et trop importants : l'innovation doit se développer en partenariat avec la recherche pour apporter les garanties nécessaires avant de généraliser l'usage de telle ou telle innovation.

D'autres points, non évoqués ici, nous paraissent importants, notamment celui des ressources à disposition des enseignants (documents pédagogiques, manuels scolaires, sites internet…). Ces ressources sont de qualité inégale, il est donc indispensable de réfléchir à des critères à donner dans les formations pour le choix de ces ressources.

La formation des enseignants nécessite des formateurs qui sont à l'interface de la recherche et de la pratique enseignante. Il est donc primordial que l'institution promeuve la formation continue des formateurs et aussi leur formation initiale, notamment en soutenant les enseignants qui s'engagent dans des masters et des thèses liés à l'enseignement ou dans les travaux des IREM.

L'ARDM, et la communauté française de didactique des mathématiques, sont prêtes à apporter leur expertise afin d'accompagner la mise en place de réformes ambitieuses pour l'amélioration de l'enseignement des mathématiques, et notamment de la formation initiale et continue des enseignants.

Chapter 10

26eme section du CNU

Auteurs de la contribution.
Compte tenu du délai fixé, cette contribution résulte d'une consultation (d'une partie) du bureau élargi de la 26ème section. Néanmoins elle reflète l'expérience de collègues qui enseignent dans tous types d'universités, dans des ESPE ou dans des IUT, notamment de didacticiens, qui ont fortement contribué à ce texte.

Préambule
Un fait majeur, connu, étudié, mesuré, et ressenti dans notre pratique, est la généralisation et le creusement des inégalités. L'enseignement proposé actuellement aux élèves en mathématiques et le niveau d'exigence sont profondément différents selon les établissements, et ce dès le primaire. Les manuels scolaires eux-mêmes y participent en ciblant des publics différents. Cette divergence se poursuit en s'aggravant au collège et au lycée.
A l'entrée à l'Université, nous constatons une hétérogénéité considérable même entre bacheliers d'une même spécialité, sans même parler de celle entre bacheliers généraux et technologiques ou professionnels. Tout ce qui suit devrait être nuancé en tenant compte de ce fait.

1) La place du calcul dans l'enseignement mathématique (lycée-licence).
Le calcul tient un rôle central en mathématiques. Nous parlons de « calcul différentiel », de « calcul de probabilités », …. Le calcul, dans cette acception, est le moyen par lequel une théorie nous montre sa puissance, il est en symbiose avec la théorie, l'un ne peut exister sans l'autre, ils s'épaulent. Calculer est donc bien plus qu'une activité mécanique.

Pour l'élève ou l'étudiant, le calcul permet d'assimiler des concepts de façon profonde et idéalement durable, il est par ailleurs le principal outil de modélisation pour résoudre des problèmes intra et extra-mathématiques.

Cependant l'aspect mécanique du calcul est capital, notamment pour les usages des mathématiques, et un minimum d'aisance technique est nécessaire dans des stades ultérieurs de l'apprentissage : l'étudiant ne pourra pas être à l'aise en licence s'il ne sait pas manipuler les fractions ou les puissances sans trop y réfléchir, ni trop se tromper.

Les dimensions syntaxique, sémantique, technique du calcul sont donc à développer conjointement pour permettre un calcul intelligent et contrôlé non réduit à un calcul formel et ceci dès le calcul réfléchi à l'école primaire.

A l'Université il n'y a en général pas d'enseignement spécifiquement destiné à améliorer les compétences calculatoires. Nos collègues supposent que certaines bases comme les opérations arithmétiques, les fractions, le calcul littéral, les puissances,... sont acquises. Cependant, et nous pouvons y voir une contradiction, les mêmes collègues constatent que ce n'est souvent pas le cas.

Le ressenti est en effet celui d'une dégradation des compétences en calcul des étudiants. Des tests de rentrée en master MEEF (master métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation), réalisés dans l'Académie de Créteil, destiné à former les professeurs des écoles, montrent que 20% des étudiants entrants ne maîtrisent pas les nombres décimaux, 60% les proportions, 80 % le calcul littéral. D'autres tests, moins rigoureux dans la méthodologie, indiquent pour une proportion significative d'étudiants de 1ère année de licence, de sérieux problèmes avec les fractions les plus simples. Ceci nous amène aux points 2) et 3).

2) Les paliers d'acquisition pour le calcul et les automatismes (collège, lycée, licence) [opérations, fractions, proportionnalité, calcul algébrique, calcul différentiel, etc.] ?

Les connaissances sur le calcul se construisent sur le long terme et comme le montrent de nombreux travaux en didactique des mathématiques et en sciences cognitives, les apprentissages en calcul relèvent de rapports dialectiques entre calcul exact et calcul approché, entre automatismes et raisonnement. Voici des éléments essentiels à un calcul raisonné que les élèves devraient maîtriser à différents niveaux scolaires :

Collège (cycle 4) :

- Différentes écritures d'un nombre, signe d'égalité construit comme relation d'équivalence, équivalence d'expressions algébriques, calcul littéral, fractions, puissances, inégalités.

Le calcul sur les nombres et les expressions algébriques s'étend à de nouveaux objets en s'appuyant sur les connaissances antérieures mais nécessite des déconstructions et reconstructions partielles et met en jeu des techniques et des modes de raisonnement spécifiques.

Lycée - Licence :
- Calcul vectoriel, calcul sur les nombres complexes, calcul différentiel et intégral, calcul infinitésimal.

Licence : Calcul matriciel, calcul différentiel à plusieurs variables.

3) Peut-on commencer les mathématiques sans prérequis à l'Université?
A notre sens, la réponse à cette question est non. Les mathématiques mettent en jeu un apprentissage cumulatif où il est difficile de rattraper un ou deux épisodes qu'on aurait manqués. A ce fait général, s'ajoute l'effet d'évolutions récentes. L'enseignement disciplinaire a diminué en heures en licence, sans que les programmes aient beaucoup changé ; par ailleurs la semestrialisation et l'évolution des calendriers font que le nombre de semaines d'enseignement a lui aussi diminué dans beaucoup d'universités. Les étudiants doivent donc assimiler autant de notions, mais de manière plus superficielle, plus fractionnée, et plus vite. Ces facteurs rendent très difficile aux étudiants ne venant pas de sections scientifiques (en particulier bac professionnel) de réussir une licence où les mathématiques ont une place importante.

4) Que faut-il attendre de la formation en mathématiques pour les futurs étudiants des universités ?
C'est une question à laquelle nous sommes tentés de répondre en donnant le profil de l'étudiant idéal. Une réponse possible est qu'il n'arrive pas à l'Université déjà essoufflé, ayant appris trop de choses trop vite et trop superficiellement, car c'est ce qu'il fera à l'Université. Il doit avoir une formation solide et exigeante sur un socle bien identifié incluant des éléments élémentaires issus de différents domaines des mathématiques

(algèbre, analyse, géométrie, probabilités et statistiques) et visant un équilibre entre la construction d'une certaine compréhension de la nature de l'activité mathématique (au travers du travail des différentes compétences) mais aussi la maîtrise d'un certain nombre de connaissances et techniques.
Ce socle doit en outre être relativement stable dans le temps, afin que les enseignants du supérieur connaissent les entrants et puissent s'adapter à eux, objectif qui ne peut être atteint par les seules initiatives promouvant le lien Lycée-Universités.

5) Les licences pluridisciplinaires et plus généralement la formation des enseignants.

Sur la question essentielle de la formation des enseignants, nous pouvons identifier quelques problèmes saillants.

a) D'une manière générale, la mise en oeuvre de la masterisation a confirmé les risques pointés en amont de la réforme : le fait que les stagiaires soient à mi-temps en Master 2 ne permet pas de les former correctement.
b) Le manque de formation continue, tant dans le premier degré que le second.
c) Les facteurs de creusement des inégalités. D'abord le fait que les équipes enseignantes de l'éducation prioritaire sont principalement constituées des enseignants les moins expérimentés. La logique des cycles (surtout les cycles 3 et 4), bien qu'intéressante, génère d'énormes disparités dans ce qui est enseigné en donnant aux enseignants la responsabilité de la cohérence des enseignements, sans toujours les moyens de la construire (en particulier au niveau du cycle 3, où cela supposerait de coordonner écoles élémentaires et collège).
d) Le niveau très faible des enseignants du premier degré en mathématiques (avec une variabilité énorme) lié notamment au faible nombre d'étudiants scientifiques en MEEF (moins de 20%), au faible niveau en mathématique des étudiants issus de licences non disciplinaires et au faible nombre d'heures de mathématiques en formation initiale.
e) La crise des recrutements pour l'enseignement des mathématiques dans le secondaire qui a pour conséquences d'avoir une proportion très importante d'enseignants non formés dans les classes.

Nous pouvons évoquer des pistes à explorer:

a) Organiser un effort massif de formation continue.
b) Instaurer une véritable formation par l'alternance, s'appuyant sur une analyse des pratiques en classe prenant en compte les mathématiques à partir des outils théoriques développés en formation, avec des affectations prioritairement au service de la formation.
c) Pour la formation des enseignants du premier degré, généraliser les parcours, voire les licences pluridisciplinaires incluant une formation en mathématiques et leur didactique et des observations en classe.
d) Développer une formation des enseignants à des pratiques moins génératrices d'inégalités.

Chapter 11

70eme section du CNU

Les recherches en sciences de l'éducation s'attachent à décrire et analyser les phénomènes éducatifs dans la diversité des publics, des terrains et des pratiques, en visant l'utilité sociale des connaissances produites dans une diversité de secteurs professionnels selon des finalités de développement humain. Les sciences de l'éducation sont pluridisciplinaires par définition ; elles interagissent avec d'autres disciplines, en sciences humaines et sociales et en didactiques notamment, en particulier sur les problématiques relatives à l'enseignement dans le secteur scolaire.

Dans leur souci de dialogue avec les autres disciplines, les collègues de sciences de l'éducation considèrent qu'ils n'ont pas de légitimité à répondre aux questions [3] et [4] qui, de leur point de vue, parce qu'elles portent sur les conditions d'entrée à l'Université dans une formation en mathématiques, relèvent davantage de la discipline « mathématiques », 25^e^ et 26^e^ section du CNU, qui a la charge de ces formations.

[1] La place du calcul dans l'enseignement mathématique (lycée, licence).

Le calcul est une activité transversale aux mathématiques et qui lui est essentielle. Si, pour le mathématicien, le calcul permet d'obtenir des résultats (au sens large), dans l'enseignement, son apprentissage remplit également une autre fonction : celle de permettre aux élèves de comprendre les objets mathématiques qu'il engage, à la fois les objets sur lesquels on calcule (polynômes, fonctions, matrices, séries, etc.), les opérations engagées dans les calculs (produit scalaire, calculs trigonométriques, produit vectoriel, dérivation, intégration, etc.) ainsi que les propriétés de ces opérations comme de celles des ensembles des objets calculés (relation de Chasles pour l'addition des vecteurs ou pour l'intégration, linéarité de la dérivation, structure d'anneau sous-jacente aux opérations sur les polynômes, etc.).

Au-delà du moyen de produire un résultat, le calcul constitue une activité soutenant le processus de résolution d'un problème. Ainsi, dans l'enseignement, le calcul doit être appris en relation avec les champs des problèmes qu'il permet de résoudre : il doit être suffisamment maîtrisé pour être utile à la résolution de problème, et compris dans la diversité des contextes afférents pour avoir une véritable fonction heuristique.

[2] Les paliers d'acquisition pour le calcul et les automatismes (collège, lycée, licence) [opérations, fractions, proportionnalité, calcul algébrique, calcul différentiel, etc.] ?

La question de l'acquisition du calcul ne peut se traiter de façon univoque, sans développer la multiplicité des sens du terme « calcul » et des activités qui lui sont associées, lesquelles dépendent également des instruments de calcul à disposition.

En ce qui concerne le calcul numérique, les élèves doivent comprendre qu'il repose sur les propriétés des objets sur lesquels il s'effectue et sur celles des opérations engagées au cours du calcul.

> La technique posée de la soustraction des entiers, par exemple, repose sur la décomposition des nombres selon les puissances de dix et sur une propriété fondamentale de cette opération qui peut être formulée ainsi : la différence entre deux termes n'est pas modifiée si l'on ajoute le même nombre à chacun de ces deux termes. C'est ce qui explique la gestion de la retenue, par exemple pour effectuer la soustraction $165 - 38$ par cette technique, mais c'est aussi cette propriété qui peut être utilisée dans une technique de calcul raisonné comme $165 - 38 = 167 - 40 = 127$. L'exemple de la mise au même dénominateur des fractions pour leur addition, ou celui de la réduction des sommes de monômes de même degré pourraient conduire à des développements analogues.

Les recherches montrent bien que les difficultés rencontrées par les élèves pour calculer ne concernent pas les techniques de calcul de manière isolée, mais bien à la fois la compréhension de ces techniques, des propriétés sous-jacentes et des objets sur lesquels portent ces calculs.

Les travaux en psychologie et en didactique des mathématiques sont également nombreux à montrer que l'apprentissage des opérations est long si l'on y admet les problèmes relatifs à ces opérations. Certains auteurs désignent par « calcul relationnel » l'activité qui consiste à modéliser un problème par la mise en relation des variables et des grandeurs en jeu. Nous savons depuis longtemps déjà que la capacité de calcul numérique n'est pas suffisante pour expliquer la capacité à résoudre un problème ; la capacité à modéliser, schématiser, effectuer du calcul relationnel est déterminante. En outre, pour une même opération portant sur les mêmes valeurs numériques, pour une même structure linguistique de l'énoncé, la réussite à un problème conduisant à ce calcul est variable suivant des facteurs qui tiennent aux relations entre les grandeurs en jeu. Ainsi, pour les problèmes additifs, les problèmes de composition de mesures, de variation d'une mesure ou de comparaison de mesures ne sont pas équivalents en termes de difficulté. Deux problèmes de variation d'une mesure ne sont pas non plus de difficulté équivalente suivant que l'inconnue est la valeur de l'état final, de l'état initial ou de la variation. Rappelons également que la variabilité des procédures de résolution, par exemple dans les problèmes de proportionnalité, constitue un facteur de complexité qui explique la difficulté d'apprentissage de leur résolution, dans l'enseignement scolaire comme, ultérieurement, dans l'enseignement professionnel.

Le calcul algébrique pose encore d'autres problèmes d'enseignement lié au fait qu'il ne constitue pas un simple prolongement du calcul numérique par généralisation. Les recherches en didactique des mathématiques sont nombreuses à montrer, au niveau de l'enseignement secondaire, que les réussites en calcul algébrique dépendent étroitement des situations à traiter, notamment suivant qu'il s'agit d'un calcul isolé, de transformer une expression pour l'adapter au problème à résoudre, ou encore d'utiliser l'algèbre pour établir une propriété ou résoudre un problème plus ouvert.

La question des paliers est différente : les recherches en sciences de l'éducation et en didactique des mathématiques conduisent à soutenir que l'enseignement du calcul ne peut se réduire à l'acquisition de gestes techniques indépendamment de l'apprentissage : 1) des propriétés des objets calculés et des opérations engagées ; 2) des situations dans lesquelles ces calculs sont pertinents (situations que les opérations effectuées modélisent). Parallèlement, l'acquisition du calcul doit être suffisante pour que les processus cognitifs, libérés des mises en œuvre techniques, puissent se concentrer sur les problèmes mathématiques à résoudre, qui engagent le raisonnement, pas seulement l'application directe d'un calcul. La progression de l'enseignement du calcul, dans les programmes scolaires comme dans les classes, doit donc reposer sur une complexification progressive et simultanée des calculs à effectuer, de l'apprentissage de leurs automatismes et des problèmes afférents à résoudre. Dans cette complexification progressive, les instruments mis à disposition des élèves (qui eux-mêmes doivent être maîtrisés) constituent une variable didactique importante suivant qu'ils relèvent des seules capacités mentales des élèves (calcul mental), du papier-crayon (calcul raisonné et calcul posé) ou d'instruments technologiques (calculatrice, tableur, etc.).

Indiquons, pour conclure sur cette vaste et importante question, que la maîtrise du calcul doit être suffisante pour laisser place au raisonnement, et qu'à cette fin :

- les élèves doivent acquérir simultanément le calcul et la résolution de problèmes (tant sur ceux qu'ils ont déjà appris à résoudre que sur d'autres jamais rencontrés) ;
- les élèves doivent développer à la fois des automatismes, des capacités à adapter les procédures acquises, des moyens de prendre des initiatives pour résoudre un problème dans une situation nouvelle ;
- les élèves doivent enfin acquérir des moyens de contrôler ou de critiquer des résultats apportés par un instrument technologique, comme par exemple la valeur donnée par un tableur, le graphe tracé par une calculatrice, ou la conclusion apportée par un logiciel de géométrie dynamique.

[3] Que faut-il attendre de la formation en mathématiques pour les futurs étudiants des universités ? Cas des bacheliers professionnels.

[4] Peut-on commencer les mathématiques sans prérequis à l'Université (cas des sections professionnelles, littéraires, technologiques, etc.)

[5] Les licences pluridisciplinaires pour préparer à l'enseignement primaire notamment.

Le point de vue défendu par les sciences de l'éducation sur cette question est celui d'un programme ambitieux correspondant à trois années de formation pouvant déboucher sur différents métiers relatifs à l'éducation et la formation (dont l'enseignement scolaire, mais aussi l'intervention pédagogique en milieu scolaire ou périscolaire) et qui préparerait de façon efficace à l'entrée en master professionnel MEEF premier degré. Il en résulterait, pour le métier de professeurs des écoles, une formation en cinq années, comme c'est le cas dans de nombreux pays.

Bien sûr les futurs professeurs des écoles doivent être formés dans les disciplines qu'ils auront à enseigner. Pourtant, si cette condition est nécessaire, elle est loin d'être suffisante, pour au moins deux raisons :

1) la formation dans la discipline scolaire ne suffit pas à assurer la connaissance et la compréhension des enjeux des savoirs à enseigner, au fur et à mesure de la scolarité, ni celle des régularités concernant leurs apprentissages (et des difficultés associées) ;
2) l'enseignement est un métier qui nécessite une connaissance de l'environnement socio-éducatif, de l'ensemble des acteurs de l'institution, des enfants et adolescents dans le processus de leur développement, ainsi que des outils contemporains (apports et limites), etc.

Les recherches, en sciences de l'éducation et en didactique des mathématiques notamment, fournissent de nombreux exemples permettant de soutenir et d'illustrer que la formation disciplinaire en mathématiques ne suffit pas à préparer à l'enseignement. Ainsi, par exemple, la connaissance des nombres, telle qu'elle est partagée par les étudiants à l'issue du baccalauréat, ne leur permet pas de comprendre, entre autres, comment les activités de comptage ne suffisent pas à l'élève de l'école maternelle pour construire la dimension cardinale des nombres. De même, leurs connaissances en géométrie ne leur permettent pas de distinguer les différentes perceptions des figures géométriques par les élèves au cours de l'enseignement primaire, ni les traitements associés (reconnaissance globale de formes, reconnaissance locale de propriétés, instruments et mesure, raisonnement, etc.). Les recherches ont aussi montré, par exemple, que le passage de l'arithmétique à l'algèbre ne s'effectue pas de manière continue, ce qui ne peut être ni perçu ni compris avec les seules connaissances mathématiques d'un élève de lycée.

En ce qui concerne l'exercice du métier, de nombreuses recherches en sciences de l'éducation apportent là encore des analyses indispensables à une pratique éclairée dans le secteur éducatif. Certaines d'entre elles portent, par exemple, sur l'enseignement en éducation prioritaire où les besoins des élèves sont plutôt mal identifiés, ce qui conduit souvent à laisser implicites certains aspects des apprentissages mathématiques visés, ou à les revoir à la baisse. De nombreux exemples de recherche pourraient également être cités quant aux inégalités scolaires (sociales, mais aussi entre filles et garçons), ou quant à l'enseignement des mathématiques aux élèves à besoins spécifiques. Concernant les instruments technologiques, les recherches en sciences de l'éducation montrent leur influence considérable sur l'organisation du travail, les formes de médiation et les activités individuelles et collectives, impliquant une appropriation et une acculturation numérique bien en amont. De nombreux autres travaux pourraient encore être cités.

En conséquence, une formation exigeante et de qualité, au niveau Licence, qui préparerait au master MEEF premier degré, visant notamment l'enseignement primaire, devrait être *pluridisciplinaire* – en cohérence avec les contenus de formation présents dans ce master –, mais pas seulement au sens des disciplines scolaires. Elle devrait comprendre aussi des enseignements de didactiques de ces disciplines qui permettent l'appropriation des enjeux d'apprentissage de tels savoirs, leur reconnaissance dans les activités scolaires proposées aux élèves, la prise en compte des difficultés récurrentes d'apprentissages et ce, dans les différentes facettes de l'exercice du métier que sont la préparation des cours, l'enseignement en classe, ainsi que l'évaluation des apprentissages. Elle devrait comprendre enfin une pluralité d'enseignements de sciences humaines et sociales, moins directement connectés aux disciplines scolaires, mais essentiels pour envisager ce que recouvre le métier d'enseignant avec les apports de : la psychologie de l'éducation en lien avec le développement de l'enfant et des manières d'apprendre ; la psychologie clinique car l'enseignement est un métier de la relation qui engage affectivement les tenants de cette relation ; des technologies éducatives ; l'histoire et de la sociologie de l'éducation ; la philosophie de l'éducation ; les sciences de l'éducation (approches *inter-* et *trans-disciplinaires*, approches *interculturelles*). Cette formation en Licence devrait par ailleurs s'accompagner de stages d'observation de classes, en France comme à l'étranger, pour que les étudiants puissent prendre conscience de la complexité des situations d'enseignement et de la relativité culturelle et institutionnelle des formes scolaires. Les enseignements cités précédemment sont indispensables à la réflexion et l'analyse de ces observations.

Notre constat concernant les Licences pluridisciplinaires est celui de leur grande hétérogénéité, pas toujours en faveur d'un cursus apportant une réponse complète et construite aux besoins spécifiques des futurs étudiants des Masters MEEF premier degré, comme à ceux des différents intervenants pédagogiques en milieu scolaire ou périscolaire. Les sciences de l'éducation, en lien avec les autres disciplines impliquées, pourraient porter une telle Licence, en garantissant ainsi une formation adaptée.

Notre préconisation est qu'un cahier des charges précis doit être établi, comprenant un curriculum commun minimal, afin qu'il constitue une référence pour les accréditations des Licences pluridisciplinaires préparant à l'enseignement primaire comme à l'intervention pédagogique en milieu scolaire ou périscolaire.

Chapter 12

Fondation Blaise Pascal

Fondation Blaise Pascal
(sous égide de la)

FONDATION POUR L'UNIVERSITÉ DE LYON

Réponses aux questions de la mission mathématiques

La fondation Blaise Pascal a été créée le 14 novembre 2016 et ses fondateurs sont le CNRS et l'Université de Lyon. Elle a pour mission de promouvoir les mathématiques et l'informatique, de redonner aux jeunes le goût de ces disciplines afin qu'ils soient plus nombreux à choisir des filières scientifiques comme les filières en informatique et mathématiques. La fondation Blaise Pascal est, entre autres, très sensible au problème de féminisation de ces domaines scientifiques et à leur difficulté d'accès pour les publics défavorisés.

Comment faciliter le dialogue entre les associations « mathématiques » et les établissements ? Comment instaurer la confiance (professeurs, chefs d'établissements...) ?

L'écosystème en médiation des mathématiques est riche et varié. Les acteurs sont divers et ne se limitent pas au tissu associatif. Des membres de laboratoires, d'établissements de recherche et du supérieur offrent aussi des actions de médiation auprès des établissements. Les interactions entre les acteurs de médiation et les établissements sont hétérogènes car ponctuelles ou sur la durée, avec ou sans financement, directement entre des individus ou via leur structure, etc. Cette hétérogénéité est bien évidemment une richesse, mais elle est également source de confusion pour les acteurs, notamment les professeurs et les chefs d'établissements qui ne savent pas forcément avec quel organisme prendre contact. Ce problème est particulièrement criant lorsque les établissements sont éloignés des grandes villes (établissements ruraux) où les contacts avec le tissu associatif et/ou de la recherche sont plus ténus.

Faciliter les informations et les offres de médiation en mathématiques à destination des établissements en les centralisant mieux, par exemple à l'échelle du rectorat, nous semble essentiel. Il pourrait aussi être intéressant de créer des liens sur plusieurs niveaux de hiérarchie, en essayant de créer à la fois du lien local, en faisant se rencontrer et travailler ensemble les personnes investies dans des actions de médiation à l'échelle d'un territoire (régional par exemple ou plus petit lorsque les régions sont grandes), et un maillage national permettant une visibilité à plus grande échelle. C'est l'approche qui a été retenue par le projet Class'Code, projet de médiation en informatique. Les rectorats pourraient d'ailleurs interagir ou se reposer sur des structures dont les objectifs sont de structurer et fédérer les acteurs de médiation en mathématiques. Ceci suppose que les rectorats soient sensibilisés aux questions de médiation en mathématiques et soient prêts à favoriser les interactions entre professeurs et acteurs de médiation.

Les problèmes juridiques et financiers (rémunérer des professeurs, responsabilité civile etc.)

Pour que les professeurs puissent participer aux actions de médiation, il est important de pouvoir leur dégager des heures. Ceci est possible que si le nombre de professeurs en mathématiques est suffisant, ce qui est un problème depuis quelques années. La rémunération des professeurs peut passer par un paiement d'heures de vacations ou par l'intégration, dans leur service, du temps passé dans des actions de médiation. Ceci nécessite une vraie reconnaissance du ministère pour ce travail.

Il faut savoir mettre en place des ordres de mission, éventuellement des ordres de mission sans frais, pour les déplacements induits par les participations à des actions de médiation.

Comment rendre les actions pérennes ?

Trois pistes semblent se dégager pour rendre les actions pérennes : une meilleure reconnaissance par la hiérarchie et les pairs, une plus grande diffusion de la culture mathématique et un financement pérenne d'acteurs majeurs de la médiation en mathématique.

Beaucoup d'actions de médiation sont réalisées conjointement par des acteurs du secondaire et du supérieur. De chaque côté du bac, la reconnaissance de ces actions est faible, voire inexistante. Les enseignants de collèges et lycées se découragent par manque de temps et de reconnaissance de leur établissement et du rectorat. Même les actions qui sont menées au sein de l'IREM ont du mal à être reconnues. La création d'un référent médiation au sein de chaque rectorat permettrait d'institutionnaliser ces pratiques. Le rôle de ce référent serait ainsi, non seulement, de recenser les activités, mais aussi de participer à leur reconnaissance. Du côté des chercheurs et enseignants-chercheurs, les collègues ne voient pas beaucoup ce genre d'activités mis en valeur dans leur carrière. Même si sur ce dernier point, la création du GdS Audimath de l'INSMI va probablement permettre de fournir des évaluations de qualité des activités de diffusion et, ainsi de mieux prendre en compte ces activités dans la carrière des chercheurs et enseignants-chercheurs.

Les mathématiques, c'est comme les romans d'Agathe Christie. La pratique des maths devrait être ludique et drôle, même à l'école. La maîtrise des maths donne des supers pouvoirs et suscite, d'une certaine manière, l'admiration : Lisbeth Salander (Millenium), Temperance Brenan (Bones), Tony Stark (Iron Man), Nicholas Hathaway (Hacker), Neo (Matrix)... Dans le but de recruter plus de prof de maths, pourquoi ne pas organiser une campagne nationale sur les maths et/ou la culture mathématique ? Si le nombre de professeurs augmente, il sera plus facile de trouver des collègues du secondaire pour mener à bien les actions de médiation, et ainsi en améliorer leur pérennité.

Un certain nombre d'acteurs en médiation des mathématiques fait face à des problèmes de financements et de renouvellement de personnes, dû en partie à la pyramide des âges. Il est indispensable que la vitalité des activités de diffusion en mathématiques en France perdure. Il convient pour cela, non seulement de continuer à aider les grosses structures, mais aussi de donner la possibilité d'émergence de nouvelles actions. Des efforts sont faits par divers acteurs pour obtenir des aides privées, mais le public doit absolument continuer à financer les activités de popularisation des mathématiques.

Fondation Blaise Pascal
(sous égide de la)

FONDATION POUR L'UNIVERSITÉ DE LYON

Quel regard portez-vous sur la stratégie mathématiques de 2014 ?

Beaucoup de choses que nous écrivons ici sont des répétitions de points de la stratégie mathématiques de 2014.

Comment aider à la formation continue des enseignants ?

Il nous semble important de résoudre les inégalités d'accès à la formation continue sur le territoire. En effet, depuis quelques années, selon les académies, tout ou partie des professeurs concernés reçoivent une formation qui peut aller de quelques heures à plusieurs centaines d'heures avec parfois même un diplôme universitaire au bout pour valoriser les nouveaux acquis. Il est illusoire de penser que quelques heures de formation suffisent à enseigner, avec recul, de nombreux sujets. Il nous semble aussi étonnant que certaines académies ne permettent pratiquement pas de formation disciplinaire, même quand il n'y pas de frais de déplacement, alors que les établissements du supérieur en proposent. Des formations équivalentes dans les différentes académies devraient être proposées. Pour remédier à ce problème, une approche serait de s'appuyer sur les sociétés savantes des disciplines concernées en lien avec les associations d'enseignants, et l'inspection générale de mathématiques pour proposer des parcours de formation de qualité comparable sur tout le territoire éventuellement en lien avec des acteurs de la médiation.

La formation continue des enseignants ne doit pas être pensée et utilisée pour seulement accompagner les réformes et les changements de programme. La formation continue ne peut pas se résumer à quelques actions de médiation et elle doit être envisagée dans la durée.

Si les formations via des MOOC peuvent être des bons points de départ pour s'initier à un sujet ou pour compléter l'acquisition de connaissances, nous pensons que la formation continue ne peut reposer exclusivement sur cette approche. De même, s'appuyer sur des ressources en ligne et inciter au partage entre enseignants sont des pratiques intéressantes qui ne peuvent néanmoins pas constituer le cœur de la formation continue. Les formations en présentiel sont aussi indispensables. Combiner les deux approches en privilégiant les formations de bassin pour limiter les déplacements (temps et frais de mission) permet aussi de créer du lien local, tandis que les approches utilisant les outils numériques peuvent se mener au niveau national et créer un maillage national.

Il nous semble aussi important de valoriser, dans le dossier des collègues du secondaire, la formation initiale et continue qu'ils ou elles ont suivie. Ces formations pourraient apparaître dans le système d'information de l'éducation nationale, permettant ainsi de connaître les nouvelles compétences et connaissances acquises.

Chapter 13

Maison des Mathématiques et de l'Informatique

Note de synthèse pour la mission mathématique
de la Maison des mathématiques et de l'informatique de Lyon

La formation du citoyen est-elle suffisante ?

D'évidence non, et les conséquences sont pour le moins préoccupantes : les récents développements de notre société « numérique » placent non seulement l'innumérisme comme un facteur d'exclusion évident, mais même l'absence ponctuelle de regard critique et notre manque de temps pour analyser une donnée numérique (en particulier sur les pourcentages, sondages, statistiques... dont nos organes informatifs sont friands et que l'on survole plusieurs fois par jour) nous rendent particulièrement vulnérables aux tentatives de manipulation. D'une manière générale, les mathématiques, de part leur exigence de preuve, doivent renforcer l'esprit critique. Nos concitoyens ne disposent pas du bagage nécessaire pour interpréter un résultat du type : « la probabilité d'accident grave est de un cent millième par an et par centrale nucléaire ». Comment pourraient-ils peser ensuite sur la définition d'une politique de l'énergie ? Et bien sûr, cet exemple n'est qu'un parmi une myriades d'autres, tout aussi cruciaux pour notre société. Dans le même ordre d'idée, les confusions courantes entre la corrélation et la causalité ou la non prise en compte des intervalles de confiance dans les sondages sont autant de signaux d'alerte.

Plus spécifiquement au niveau des scientifiques, des lacunes persistantes du point de vue statistiques (par exemple non prise en compte des tests multiples, de variables latentes, etc.) amènent à de nombreux résultats (publiés) non reproductibles et posent la question de la bonne connaissance des outils mathématiques (statistiques en l'occurrence) même pour des scientifiques renommés.

Qu'est ce qu'une mathématique attractive ?

La question admet des réponses éminemment variables selon les individus, même dans un « public » considéré comme homogène comme « les enfants ordinaires », « les adultes », « les jeunes à fort potentiel »… Le jeu peut très bien ennuyer, alors que le calcul peut amuser – et rassurer. Il faut donc favoriser des approches et des dispositifs variés et, dans la mesure du possible, personnalisés. Clé d'Étienne Ghys : pour rater une conférence, il suffit de ne pas savoir à qui on s'adresse.

Cependant, ces réserves étant posées, une mathématique attractive semble être quelque soit l'âge, une mathématique *transmise avec enthousiasme et compétence*. Tout le défi est de former et de mettre en bonne condition les transmetteurs au bon moment. Parmi ces bonnes conditions, on pourra noter l'utilisation possible d'objets ludiques et/ou pouvant être manipulés. Dans l'expérience que nous avons pu développer à la MMI, nous avons cherché à toucher le public (et en particulier les plus jeunes, mais pas seulement !) par des ateliers, des clubs et des expositions laissant une large part au jeu, à la manipulation et même parfois au spectacle. Pour cela, nous n'avons pas hésité à contacter des professionnels non mathématiciens comme des metteurs en scène, des artistes (magiciens, musiciens, sculpteurs...), des artisans...L'intérêt est immédiat : le public se rend compte que *les mathématiques peuvent être concrètes* (quel enseignant en mathématique n'a jamais entendu la phrase « à quoi ça sert ? »), *belles, drôles et surprenantes*, loin des images d'Epinal des mathématiques arides et rébarbatives.

Pour le public adulte, tout dépend de l'expérience passée de celui-ci :

- pour certains « qui n'aiment pas les mathématiques », une approche « déguisée » (en adjoignant aux mathématiques des champs différents comme par exemple la magie, l'informatique, mais encore la littérature, la musique ou l'art en général) peut être une bonne

solution pour contourner le « blocage » et faire passer par surprise des notions/raisonnements mathématiques.
- pour d'autres, plus ouverts, une mathématique attractive peut se faire plus abstraite et demandeuse d'efforts.

Les mathématiques et les inégalités sociales, comment y remédier ?

Atteindre les publics défavorisés, que ce soit *économiquement, socio-culturellement ou géographiquement*, est une constante préoccupation de la MMI et un défi immense. Créer des événements nombreux et de qualité sera inutile si le public visé n'a pas l'habitude/la possibilité de se rendre à ceux-ci.

Un premier axe expérimenté depuis le début à la MMI pour lutter contre l'exclusion économique est la *gratuité* : les événements proposés sont tous gratuits pour le grand public. Si cette gratuité est appréciée par le public, *elle a montré ses limites*, notamment en « dévalorisant » nos actions (« c'est gratuit » implique souvent « c'est de piètre qualité » dans l'esprit de nos concitoyens) et pouvant mener par exemple à des défections ponctuelles de groupes ne prévenant même pas qu'ils ne viendraient pas. Aussi, si la gratuité est choisie, il importe qu'à un moment donné, le public puisse avoir l'information du coût réel de l'événement auquel il assiste.

Un second axe pour lutter contre l'exclusion socio-culturelle pourrait être *la sortie des mathématiques des lieux classiques de son enseignement* comme l'université, le lycée, le collège ou l'école. En effet, les mathématiques ne sont pas seulement une matière parmi d'autres, c'est *la* matière de sélection, cristallisant toutes les passions et pouvant pâtir de blocages de la part d'élèves en déficit de confiance en eux. Les initiatives telles que les stages MathC2+, les journées filles et sciences, les écoles d'été (par exemple MMI ou Mat' les vacances) semblent de ce point de vue particulièrement pertinentes à renforcer.

Pour l'ensemble des enfants,, il y a un obstacle important : les besoins sont immenses et faire appel à du personnel qualifié coûte cher. Mais cela paie : ébulliScience a suivi une cohorte d'élèves d'un quartier difficile (Lyon-Mermoz) en leur proposant deux heures de sciences fondées sur la démarche de recherche, chaque semaine de la grande section au CM2. Les élèves adoptaient pour toutes les matières la même démarche d'apprentissage – poser des questions, être actif – et le dispositif a permis d'amener les élèves au même niveau que ceux d'une classe de centre-ville – ce qui n'était pas celui des classes voisines.

Pour que ce ne soit plus un problème d'être un bon élève dans certaines écoles, pourrait-on réhabiliter le *geek*, en partant de personnages de cinéma sympathiques (Lisbeth Salander, Sheldon Cooper, etc.) ? Mieux : faire savoir plus largement que les math. et l'informatique donnent des débouchés brillants : http://www.lemonde.fr/universites/article/2016/12/07/filiere-par-filiere-quel-est-le-taux-d-emploi-des-diplomes-de-master-de-l-universite_5044907_4468207.html ou l'étude de Deloitte pour AMIES : http://www.agence-maths-entreprises.fr/a/?q=fr/node/535.

Un troisième axe pour lutter contre l'exclusion géographique s'appuie *a contrario* sur les structures de l'éducation nationale : par exemple l'*exposition itinérante MathαLyon* (ou encore MathEnJeans) permet à des milliers de collégiens/lycéens (même de zones géographiques relativement enclavées) chaque année de rencontrer des chercheurs et de découvrir même succinctement ce qu'est la recherche.

Bien sûr, ces axes doivent être complémentaires à un enseignement des mathématiques attractif à l'école (voir points précédents) minimisant également les devoirs à la maison (puisque c'est là que les inégalités sociales seront les plus marquées).

Comment faciliter les actions dans la durée et l'efficacité entre les acteurs extérieurs, « la classe » et les établissements scolaires ?

Condition sine qua non pour pouvoir inscrire les actions dans la durée : avoir du temps ! La suppression d'une demi-journée de classe en primaire – que deviennent les activités périscolaires ? – ne va pas dans ce sens.

Une démarche à mettre en place serait de coupler les activités de médiation avec les cursus scolaires. Pour l'instant, sauf exception, lorsqu'une classe ou un groupe participe à une activité, cela reste de l'ordre du moment magique (si tout se passe bien) dont les effets à terme ne sont pas clairs – et pas mesurables. On voit bien comment certains dispositifs pourraient être améliorés : l'exposition MathaLyon ou les rallyes académiques devraient être repris en classe par les professeurs ; les articles d'*Images des math.* devraient être liés au programme (développement de la rubrique « Pour aller moins loin »).

Il serait intéressant de mettre en place un panel centralisé d'activités liées explicitement aux cursus scolaires. Mais c'est un travail de transposition didactique compliqué qui demande la collaboration entre les enseignants et les médiateurs, quand ce ne sont pas les mêmes.

Cependant, malgré de multiples actions à destination des écoliers/collégiens/lycéens, nous n'avons pas encore pu à la MMI développer des liens satisfaisants avec l'éducation nationale. Même si nos créneaux sont déjà remplis jusqu'à juin (nous recevrons vraisemblablement encore cette année plus de 200 classes gratuitement pour des ateliers à la MMI), nos échanges avec le rectorat sont (trop) peu développés. Certes, nous travaillons avec les inspecteurs en bonne intelligence, mais par exemple un ordre de mission sans frais d'un professeur du secondaire pour s'impliquer à la MMI sera refusé, et nos propositions de formation pas toujours bien accueillies. Aussi, si des solutions existent, nous ne les maîtrisons pas encore parfaitement.

Comment instaurer la confiance (prof . Chefs d'établissement) ?

Le fait que des structures (comme la MMI) puissent se prévaloir de tutelles ou de parrains/intervenants universitaires est (ou devrait être) un gage de confiance.

Ne pourrait-on pas imaginer une certification des médiateurs scientifiques par « l'académie » (avec un jury de professeurs, d'enseignants et de médiateurs de référence, universitaires) pour garantir leur maîtrise du contenu et des dispositifs de médiation ? Et mettre des formations certifiantes à partir des modèles de « La main à la pâte » ? Cela augmenterait la légitimité des intervenants dans les établissements scolaires.

Il faudrait renforcer la formation et la reconnaissance des médiateurs,. À ce sujet, un problème récurrent pour la MMI est justement le manque de reconnaissance de l'engagement de ses chercheurs dans leur carrière.

Par ailleurs, pour inciter les professeurs à faire des activités de médiation, à faire des sorties ou des voyages scientifiques, à faire appel aux associations et institutions qui pratiquent la médiation, il faudrait que ces actions soient valorisées, à défaut reconnues. Cela implique de dégager des heures pour l'encadrement de clubs et la concertation entre disciplines.

À un tout autre niveau, le fait d'avoir des liens entre activités de médiation et programmes scolaires, c'est-à-dire un corpus de médiation et des passerelles explicites pour l'exploitation des activités en classe, cela serait de nature à rassurer les enseignants qui ne seraient pas inquiets de « perdre du temps ».

Chapter 14

APMEP

Note de synthèse de l'APMEP pour la Mission Mathématiques Villani-Torossian 1 décembre 2017

La question du temps des apprentissages nous parait essentielle. Apprentissages des élèves mais aussi formation professionnelle des enseignants. Pour que les contrats scolaire et didactique soient bien compris par les élèves et leurs familles, pour que les enseignants s'approprient un programme, puissent faire évoluer leurs pratiques, la cohérence et la stabilité sont nécessaires. La stabilité ne signifie pas se satisfaire de l'existant sans le questionner bien entendu. L'APMEP demande une évaluation nationale des programmes, de la maternelle à l'enseignement post-baccalauréat, par une commission dans laquelle elle serait représentée ainsi que les IREM et les corps d'inspection.

Un système pour les professeurs ou pour les élèves ?

Si on entend par « système » l'organisation globale de l'enseignement au sein de l'Education nationale, pourquoi choisir ? Force est de constater qu'aujourd'hui, au sein du « système », des professeurs expriment les difficultés qu'ils ont pour exercer leur métier et qu'un trop grand nombre d'élèves ne parviennent pas à apprendre ce que les programmes scolaires prévoient. Dans ces conditions, nous serions tentés de répondre à la question posée : « ni l'un, ni l'autre » tout en espérant qu'il sera possible à l'avenir de répondre « l'un et l'autre », reste à tenter de définir des conditions suffisantes pour cela.

Ce qui est certain, c'est qu'une condition nécessaire pour qu'un professeur exerce son métier sereinement est qu'il soit à l'aise avec l'organisation pédagogique qu'il utilise, le contenu de son enseignement et sa didactique : des formations initiale et continue de qualité sont indispensables pour cela. Une maîtrise solide des disciplines et de leurs didactiques, ainsi qu'une information sur les méthodes pédagogiques, sont essentielles dès l'entrée dans le métier. La formation initiale doit avoir pour objectif de permettre à chaque enseignant de se saisir de ressources et d'exercer son esprit critique sur celles-ci. La formation des enseignants au sein de la masterisation n'est pas satisfaisante de ce point de vue : le morcellement des enseignements, la préparation du concours en première année, la rédaction d'un mémoire en plus de la gestion de classe en seconde année, ne laissent que peu de place au temps de la réflexion et de l'analyse. Par ailleurs, l'offre de formation continue des enseignants est actuellement très insuffisante au regard de l'évolution du métier et de sa complexité. En particulier, trop peu de formations « longues » sont proposées et les efforts de formation continue des enseignants sont trop peu reconnus dans l'avancement de leur carrière et l'organisation de leur temps de service.

L'apprentissage des mathématiques demande du temps et de la cohérence : une durée minimale hebdomadaire consacrée aux mathématiques, une meilleure prise en compte des besoins de chaque élève, davantage de liens entre les mathématiques et les autres disciplines, l'organisation plus systématique de réelles rencontres entre les enseignants des différents niveaux… les propositions de l'APMEP sont nombreuses sur ces sujets. Par ailleurs, les enjeux, la complexité et la difficulté de l'acte d'évaluer sont encore trop peu conscientisés par les élèves et leurs parents, alors que l'évaluation est un élément important dans l'apprentissage : il est nécessaire de rendre plus lisibles, pour les élèves et leurs parents, les objectifs, les modalités et les critères des différentes évaluations, tout au long des apprentissages.

La liberté pédagogique des enseignants face au travail en équipe et au projet d'établissement

La possibilité pour un professeur de choisir des modalités pédagogiques pour la mise en œuvre des programmes est une caractéristique essentielle du métier d'enseignant. Ce choix, fondé sur des connaissances disciplinaires, didactiques et pédagogiques peut être discuté en équipe et faire l'objet d'échanges de pratiques entre collègues (au sein d'un même établissement ou d'un même bassin par exemple).

Le travail en équipe ne peut pas se décréter, il nécessite du temps et demande à être réellement organisé, ce n'est globalement pas le cas actuellement. L'APMEP demande que les rencontres et le travail en équipe soient réellement institués : d'une part, pour le second degré, au sein des professeurs de mathématiques et entre les enseignants des différentes disciplines, et d'autre part entre les différents niveaux d'enseignement (école-collège, collège-LP et collège-LEGT, lycée-supérieur).

Par ailleurs, pour que les enseignants puissent être réellement libres, pédagogiquement parlant (dans le cadre de leur mission de fonctionnaire), il est nécessaire que les chefs d'établissements et les inspecteurs leur témoignent de la confiance… ce qui est loin d'être le cas partout aujourd'hui.

La place du calcul dans l'enseignement mathématique (primaire, collège, lycée).

L'APMEP est attachée à la mise en œuvre du calcul mental, réfléchi et instrumenté dans les classes de l'école primaire au lycée (la diversité des ressources produites par l'association pour développer de type d'activités en atteste).

Le sens du nombre et des opérations, essentiel pour un écolier et un collégien, doit d'abord être fortement mentalisé avant d'aborder les techniques opératoires écrites. Les récents programmes des cycles 2, 3 et 4 pour la partie « nombres et calculs » vont dans ce sens. La place du calcul mental est centrale avec une préconisation forte pour une pratique en amont et en parallèle de l'écrit. Il est par conséquent nécessaire de développer et généraliser des pratiques mentales quotidiennes en intégrant les différents types de calcul, encourager la manipulation de différents matériaux pédagogiques pour favoriser la mentalisation, favoriser l'utilisation de jeux de calcul. Les jeux sérieux et jeux numériques par exemple, sont de formidables outils pour créer l'envie de faire des mathématiques et permettent de rendre attractifs des travaux axés sur la répétition.

Le calcul réfléchi permet aux élèves de questionner les procédures de calcul, de comparer les différentes possibilités et de comprendre la nécessité de certains automatismes, en cela sa pratique en classe mériterait d'être davantage développée, y compris au lycée et dans l'enseignement supérieur.

Les paliers d'acquisition pour le calcul et les automatismes sont-ils clairs pour tous les enseignants ou les chercheurs (primaire, collège, lycée) [opérations, fractions, proportionnalité, calcul algébrique, calcul différentiel, etc.] ?

Jusqu'au cycle 4, les programmes et les documents d'accompagnement donnent aux professeurs quelques repères de progressivité. Cependant, les attendus au fil du cursus ne sont pas toujours très précis. Au lycée, on observe une grande disparité dans les acquis des élèves et les attendus des programmes pour le calcul et les automatismes ne sont pas explicites.

Une meilleure stabilité et une mise en cohérence des programmes sont nécessaires pour assurer une réelle progressivité tout au long de la scolarité.

Des problèmes pour faire des mathématiques ou des mathématiques pour faire des problèmes ?

La recherche et la résolution de problème sont constitutives de l'activité mathématique et de l'enseignement des mathématiques. Ce que nous entendons par problème ici c'est une question, issue des mathématiques ou d'une autre discipline, qui demande la mobilisation de concepts mathématiques pour être résolue. Si ces concepts sont acquis par les élèves, alors on peut dire qu'ils utilisent les mathématiques pour résoudre des problèmes, sinon c'est plutôt l'inverse. On ne doit pas opposer les deux démarches qui peuvent par ailleurs coexister pour un même élève sur un même problème traité à un moment donné, pour des savoirs différents.

Comment permettre au périscolaire de se développer en synergie ? Comment créer la confiance entre les « acteurs de la classe » et les « acteurs en dehors de la classe » ?

Les « acteurs en dehors de la classe » sont nombreux et de nature diverse. Suivant que l'on parle des associations (de type Animath, Kangourou ou MATh.en.JEANS par exemple), du monde de la recherche, des parents d'élèves, ou plus généralement de la société dans sa totalité, les réponses seront différentes.

L'APMEP a des liens naturels et historiques avec de nombreuses associations et structures qui proposent des activités périscolaires de nature mathématique. À l'école primaire, à la suite de la réforme dite des rythmes scolaires, les temps d'activités périscolaires se sont récemment développés. Il faut encourager et faciliter les activités périscolaires dans le domaine des mathématiques (et plus généralement dans le domaine des sciences). Au collège et au lycée, les actions périscolaires de ce type sont organisées par des enseignants volontaires et motivés, la création de « club de mathématiques » devrait être davantage encouragée. Pour rendre cohérent ce travail, il est nécessaire de permettre aux enseignants et aux animateurs de se rencontrer, d'avoir des temps d'échange et de s'observer chacun dans le cadre de son action.

La multiplication des officines privées de cours particuliers est le signe d'un manque de confiance des familles en l'école et ses enseignants. Pour que les parents puissent mieux comprendre les enjeux de la scolarité de leurs enfants, qu'ils accordent leur confiance aux enseignants, il faut rendre plus lisible les objectifs, les modalités et les critères des différentes évaluations, tout au long des apprentissages comme nous l'avons déjà évoqué.

Qu'est-ce qu'un bon professeur de mathématiques ?

La question est, pour nous, plutôt celle des compétences professionnelles nécessaires pour enseigner les mathématiques dans une démarche réflexive permettant un réel exercice de la liberté pédagogique évoquée plus haut.

En ce qui concerne la formation initiale : l'APMEP propose de développer, dans toutes les licences, et dès la première année, de modules optionnels préprofessionnels permettant d'appréhender progressivement le métier d'enseignant. Pour les futurs professeurs des écoles, comme les autres composantes de la CFEM, nous proposons que, dès la licence, une formation pluridisciplinaire, équilibrant sciences et humanités, soit possible.

D'une manière plus générale, outre des connaissances solides dans sa discipline et sa didactique, un enseignant a besoin de connaissances de psychologie de l'enfant, de neurosciences, de sciences cognitives et de sociologie. Sur tous ces aspects, une formation continue plus dense, un accès aux résultats de la recherche (par des revues d'interface par exemple), une véritable reconnaissance des efforts personnels des enseignants pour leur formation professionnelle (sous toutes ses formes) sont nécessaires. Par exemple, les enseignants qui souhaitent assister aux journées régionales ou nationales de l'APMEP n'ont pas toujours l'aval de leurs inspecteurs.

Les « Startup pédagogiques » : une menace/une aide pour le professeur ?

Les outils numériques peuvent être une aide pour les enseignants pour enrichir leurs cours et faciliter la différenciation. Développer de tels outils demande des compétences diverses, des compétences extérieures à l'éducation nationale, mais pas seulement. Il est essentiel que les enseignants soient au cœur de la conception des ressources, que des laboratoires de recherche soient associés à ce type de projet et que le ministère assure un cadre national et favorise leur développement. C'est dans cet esprit que l'APMEP a élaboré le projet Mathscope : il s'agit d'une plateforme d'accompagnement pédagogique dont le développement associe des enseignants de terrain, une start-up, un partenaire industriel, une PME familiale, et des laboratoires de recherche (didactique des mathématiques et sciences cognitives). Nous avons reçu le soutien du ministère de l'éducation nationale : des décharges partielles ont été accordées à des collègues pour qu'ils aient le temps de créer des contenus de qualité et puissent piloter le projet et, plus récemment, nous avons obtenu une subvention à la suite d'un appel à projet.

Chapter 15

ADIREM

Le réseau des 28 IREM (plus ceux hors de France métropolitaine) fêtera en 2018 le cinquantenaire de la création des premiers IREM à Paris, Lyon et Strasbourg.

Ces structures universitaires, à l'interface entre le monde de la recherche, disciplinaire ou didactique, le monde de l'enseignement secondaire et supérieur, et le monde de la formation des enseignants ont su traverser de nombreuses réformes : création des IUFM, mastérisation des formations initiales d'enseignants, création des ESPE... Les ressources sont aujourd'hui visibles à travers le moteur de recherche *Publimath*, les revues *Petit x*, *Grand N*, *Repères IREM*, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, les productions nationales variées des commissions inter IREM… Elles ont largement contribué depuis des années à irriguer les formations initiales et continues des enseignants dans tout l'hexagone (comme le montre l'enquête en cours sur l'utilisation et l'impact des ressources IREM dans les ESPE). Les IREM ont également été des acteurs de premier plan en 2016 et 2017 dans le cadre du plan « Stratégie Mathématiques », en particulier pour la création de ressources en partenariat avec l'IGEN et la DGESCO.

Introduction

En préambule aux réponses que nous apportons aux questions qui nous ont été posées en préparation de l'audition des IREM par la « Mission Maths », nous souhaitons mettre en avant un certain nombre de réflexions concernant notre cœur d'activité, la formation initiale et continue des enseignants.

La mastérisation de la formation initiale des enseignants n'a pas eu que les effets positifs escomptés. Parmi les conséquences dommageables, on peut citer : l'explosion des hétérogénéités dans les formations ; la restriction drastique des nombres d'heures de formation dans un cadre budgétaire contraint imposé par les universités (sans moyens sanctuarisés pour la formation des enseignants – à l'instar des hôpitaux par exemple) ; l'accréditation des maquettes sur des critères essentiellement économiques ; des périodes d'enseignement réduites à 26 semaines, voire 24 semaines ; l'augmentation des unités d'enseignements de petits volumes, non nécessairement didactiques ou même disciplinaires, compensables (avec des effets pervers), qui font que les étudiants sont en évaluation permanente ; le délaissement progressif d'entrées disciplinaires au profit d'entrées transdisciplinaires et pédagogiques permettant des mutualisations plus économiques ; la mise en place de mémoires de recherche comme pour des masters spécialisés à petits effectifs mais ici à une trop grande échelle et sans possibilité d'un suivi sérieux compte tenu du potentiel encore disponible d'enseignants-chercheurs (postes aspirés par les universités lors de l'intégration des IUFM...) ; la multiplication des finalités pour les étudiants en termes disciplinaires, didactiques, épistémologiques, pédagogiques, professionnels, d'initiation à la recherche,... avec de plus un service d'enseignement en deuxième année conséquent, qui rend cette année très difficile pour les étudiants. On trouvera en annexe des propositions de la COPIRELEM (Commission Permanente des IREM sur l'Enseignement Élémentaire) sur 4 points : concours, préparation à l'exercice professionnel, polyvalence et initialisation à la recherche.

S'il est certain que les anciennes préparations au CAPES des professeurs du secondaire en mathématiques ont gagné à articuler au sein des masters MEEF des problématiques disciplinaires et didactiques, il n'en reste pas moins que les contraintes de la masterisation - l'apprentissage d'une langue, les cours de culture commune,... - associées à des limitations horaires, ont globalement affaibli ces préparations, en particulier sur la capacité à « reconstruire » le savoir disciplinaire de façon unifiée. La création d'une option informatique au CAPES de mathématique – pour laquelle l'aptitude mathématique n'est évaluée qu'à travers les épreuves professionnelles dont les programmes sont essentiellement ceux du secondaire – a en outre renforcé la faiblesse mathématique générale du vivier d'enseignants recrutés.

Les effets néfastes de la mastérisation sont encore plus marqués pour les futurs professeurs des écoles : les nombres d'heures de sciences et de mathématiques sont très faibles dans les formations de master MEEF – une dizaine d'heures seulement en M2 en mathématiques dans certains cas - où toutes les disciplines de l'école se veulent représentées (voir enquête de la copirelem). Elles sont insuffisantes pour ré-acculturer des futurs professeurs qui n'ont souvent plus fait de mathématiques depuis la classe de seconde ! Il est de ce point de vue impératif de revenir à très court terme sur l'aberration que constitue la disparition des mathématiques dans les programmes de certaines filières du lycée. La formation en licence doit aussi permettre de prendre en compte le besoin de compétences pluridisciplinaires des futurs professeurs d'école. La solution préconisée par les IREM, tout comme par une grande partie de la communauté universitaire, est de traiter le problème en amont du master en mettant en place un dispositif de pré-recrutement des enseignants et des licences adaptées, qui seraient dans l'idéal des licences pluridisciplinaires.

Le chantier de la formation initiale des PE est vaste car, contrairement à une opinion largement répandue, pour enseigner les mathématiques à un certain niveau, il ne suffit pas de maîtriser les connaissances mathématiques du niveau supérieur. La formation des futurs enseignants en mathématiques doit être totalement organisée et orientée par la finalité d'enseigner les mathématiques aux enfants de l'École : les contenus mathématiques doivent être revisités, approfondis, enrichis, consolidés et restructurés dans la perspective de leur enseignement et de leur apprentissage par les élèves. C'est, pour les professeurs d'école en formation, un nouvel apprentissage des mathématiques qui ne peut se faire qu'en étroite relation avec des champs de connaissances didactiques, historiques, épistémologiques et psychologiques. En outre, toute formation initiale doit viser un niveau suffisant de compétences professionnelles pour assurer un enseignement efficace. Ces compétences doivent nécessairement évoluer et se perfectionner tout au long de la carrière de l'enseignant par la formation continue. Ainsi, toute formation initiale doit être pensée tant sur le plan des contenus que des dispositifs dans la perspective d'une articulation avec une formation continue instituée et valorisante.

Les préconisations des IREM pour la formation initiale des PE sont aussi valables pour les enseignants de mathématique du secondaire : une bonne formation devrait, comme cela se fait dans d'autres pays, commencer dès le post-bac, ce qui permettrait aux étudiants à la fois de continuer une formation académique et de s'initier progressivement au métier. Les pré-recrutements permettraient de juguler le manque de vocations (à ce titre la mise en place et le succès des dispositifs de recrutement de contractuels-alternants en M1 sont encourageants) ; des licences dédiées « mathématiques pour enseigner » (avec un début de formation professionnelle en L3) rendraient la suite du cursus plus profitable, en évitant la surcharge peu productive des deux années de master MEEF.

Quant à la formation continue des enseignants, elle n'a pas profité pleinement du plan « Stratégie Mathématiques » qui pourtant la ciblait directement. Les professeurs en France restent massivement très peu formés (dernière position de l'OCDE dans une étude Talis en 2013). La vague nationale « mathématique » n'a que très peu été relayée dans les strates du ministère avec par exemple des priorités nationales affichées pour la formation continue sans l'impact nécessaire pour les mathématiques. Encore moins relayée de fait au niveau des rectorats qui restent libres d'utiliser leurs moyens autrement que pour la formation continue des enseignants – parfois la formation initiale des nombreux vacataires reste une priorité. La meilleure prise en compte des recherches dans la formation et la synergie souhaitée entre les recherches et les acteurs de terrain, prônées dans les IREM depuis toujours, n'auront guère eu d'autres réalisations concrètes que les 5 ressources IREM-DGESCO-IGEN qui ont été publiées. Mettre à disposition des ressources, aussi bonnes soient-elles (numériques en particulier) ne suffit pas à faire de la formation continue. Il est nécessaire d'avoir des stages en partie au moins en présentiel. Dans de nombreuses académies l'accès à l'offre des stages de formations continues des professeurs d'école, qui est pilotée par l'inspection académique ou départementale, n'est pas ou très peu ouvert à des propositions universitaires issues de la recherche, alors que les IREM ont des forces pour drainer des formations appuyées sur de la recherche. De même mais dans une moindre mesure pour l'offre de formation continue des enseignants du secondaire – en mathématiques en particulier : les PAF semblent parfois construits au gré de moyens alloués et d'urgences du moment ; les relations entre l'inspection et les universitaires sont parfois formelles. Par ailleurs les dispositifs de certification des formateurs d'enseignants et les maquettes de master pour le grade de formateurs sont pour beaucoup adisciplinaires – sans doute pour des raisons d'échelle et d'économie. Avoir fréquenté les IREM ou touché à la didactique des mathématiques est parfois plutôt un handicap, dans certaines académies, pour être certifié comme formateur. Du côté des ESPE, la formation de formateurs était jadis inscrite dans les services universitaires, ce n'est souvent plus le cas. Il serait souhaitable qu'elle le redevienne pour favoriser le renouveau de groupes de recherche action de type IREM dans les universités de façon générale (UFR ou ESPE, mathématiques et autres disciplines).

Existe-t-il vraiment des pédagogies efficaces ?

Si l'on entend cette question comme : « Existe-t-il une méthode pédagogique unique ayant solidement fait ses preuves à laquelle il conviendrait de former tous les enseignants » la réponse est non.

Si en revanche on se demande s'il est possible, dans le cadre des formations initiales et continues, de mieux armer les enseignants pour qu'ils disposent d'une palette large de réponses possibles dans leur exercice professionnel et des outils d'analyse pour choisir dans cette palette la réponse la plus adaptée à chaque situation rencontrée alors la réponse est oui.

La formation est essentielle : toute "bonne" pédagogie peut aisément être détournée par un professeur qui n'y est pas préparé, même avec la meilleure volonté. Par exemple pour ce qui concerne la pédagogie de la "découverte" (activités préparatoires), qui est très à la mode :

- il faut être conscient que les activités préparatoires ne peuvent pas être bénéfiques pour tous les contenus mathématiques nouveaux. Dans certaines situations, mal calibrées, il y a une illusion de découverte par les élèves, sans nécessairement que le professeur en soit conscient lui-même ;

- cela peut être efficace pour certains élèves et au contraire éloigner certains autres - les plus faibles peut-être d'ailleurs - des connaissances mathématiques visées ;

- cette différenciation peut être renforcée par un affaiblissement parfois constaté du versant "institutionnalisation" de ces connaissances nouvelles, qui est indispensable, surtout pour certains élèves alors que d'autres élèves savent d'eux-mêmes extraire la connaissance décontextualisée.

Dans une récente recherche au niveau du supérieur, il a été montré que ce qui est valorisé et préféré par les étudiants en général c'est le cours magistral, contrairement au message que font passer les discours institutionnels sur le renouveau nécessaire de la pédagogie universitaire !

Le rôle du constructivisme dans la didactique et « le cours » de mathématiques ?

Les recherches en didactique constituent des apports importants pour la formation (initiale ou continue) des enseignants de mathématiques dans la mesure où elles permettent d'appréhender le système de conditions et de contraintes qui pèsent sur les pratiques enseignantes et sur la formation à ces pratiques. Elles constituent un point d'appui essentiel pour penser l'étude de l'apprentissage des mathématiques par les élèves. En France, le constructivisme a probablement eu un rôle central pour ce qui concerne la didactique en tant qu'approche rationnelle des phénomènes d'enseignement mais il y a un consensus sur la nécessité d'approches socio-constructivistes donnant toute leur place aux médiations et interactions dans les cours de mathématiques. Si on s'intéresse au travail du professeur dans et hors de la classe, il semble très souhaitable qu'il ait un bagage concernant les théories de l'apprentissage. À ce titre le constructivisme a sa place et peut inspirer le professeur dans ses choix pour aborder certaines notions. C'est l'une des « couleurs » de la palette évoquée à la réponse à la question précédente. Ce n’est pas la seule. Suivant les circonstances et les contenus enseignés, une approche constructiviste ou behavioriste ou transmissive est plus ou moins adaptée. Cela renvoie sur la nécessité dans les formations des enseignants de mettre en regard les approches sur l’apprentissage avec les contenus disciplinaires en jeu.

La place du calcul dans l’enseignement mathématique (primaire, collège, lycée)

Le calcul est une base fondamentale dont les techniques doivent être rodées, avec ambition. Il est pourvoyeur de sens, souvent point de départ de la conceptualisation de notions avancées, qui elles-mêmes éclairent les calculs *a posteriori*. Mais plus que le calcul lui-même, c’est le pilotage du calcul qui est fondamental. L’apprentissage des techniques de calcul (numérique, littéral, etc) est ainsi à penser en lien avec différents types de problèmes à résoudre. Ainsi il est nécessaire de connaître les techniques de calcul pour résoudre des problèmes mais les problèmes permettent de donner du sens aux opérations et donc aux calculs.
Il ne faut pas oublier le temps laissé aux élèves (à tous les niveaux) pour maîtriser le calcul : le calcul s'apprend et s'entretient… Et pour cela, il faut du temps ! Force est pourtant de constater que le temps consacré à l’apprentissage du calcul est moins important qu’il ne l’a été par le passé : il a fallu faire une place à de nouveaux thèmes et tenter de conserver un temps suffisant pour l’apprentissage et l’usage du calcul, tout cela avec moins d’heures.
La conséquence est que la place du calcul, mais aussi de l’algèbre, a diminué : au collège, la visibilité de l’algèbre est de moins en moins grande dans les programmes ; la diminution des compétences en algèbre au collège engendre des difficultés au lycée dont l’enseignement est essentiellement axé sur l’étude des fonctions alors qu’un registre privilégié du concept de fonction est l’écriture algébrique. Au lycée également, les exigences en algèbre sont moindres aujourd’hui, certaines notions ont même partiellement ou totalement disparu comme par exemple l’étude des systèmes d’équations linéaires, les représentations paramétriques, l’étude des réciproques ou encore la composée de fonctions. On pourrait faire un constat similaire pour le domaine de la géométrie avec des conséquences nettes sur la capacité des élèves entrant au lycée à se projeter dans des démarches de preuves.
Pour le point de vue de la COPIRELEM sur l'enseignement du calcul, nous renvoyons à la lecture de la brochure « Calcul Mental », publiée en 2012 par l'ARPEME.

Les paliers d’acquisition pour le calcul et les automatismes sont-ils clairs pour tous les enseignants ou les chercheurs (primaire, collège, lycée) [opérations, fractions, proportionnalité, calcul algébrique, calcul différentiel, etc.] ?

Du côté des enseignants tout d’abord, il y a une réponse institutionnelle : les programmes fournissent aux enseignants le cadre de la progression qu’ils doivent suivre. Cette première réponse conduit à s’interroger sur la pertinence du cadre institutionnel des programmes : ceux-ci sont-ils optimum pour l’enseignement du calcul ? Les conditions de fabrication des programmes - travail d’équipes restreintes sous de fortes contraintes de temps - ne sont sans doute pas les plus favorables... Malgré ce cadre institutionnel, les exigences des professeurs de mathématiques en calcul ne semblent pas toujours homogènes, ce qui engendre des inégalités qui peuvent être pénalisantes pour les élèves mais aussi pour les étudiants dans l'enseignement supérieur. Il serait pertinent de préciser les exigences minimales pour chaque niveau d'enseignement, à l'image de ce qui se fait dans les conservatoires de musique en solfège.

Du côté des chercheurs, si les paliers d’acquisition pour le calcul et les automatismes associés gagneraient certainement à être mieux explicités au sein du curriculum, il apparaît également que, comme le montrent de nombreuses recherches en didactique des mathématiques (et par exemple, pour n’en citer qu’une : http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/en-debat/place-du-calcul-enseignement-primaire/michele_artigue) et dans d’autres champs (psychologie, cognition, etc.), la question relève fortement, au-delà de repères d’acquisition, de trouver un équilibre entre sens et technique des activités calculatoires mathématiques. Trouver un équilibre entre pratiques de calcul et conceptualisation des nombres, des opérations et de leurs propriétés est une question essentielle pour mieux opérationnaliser la mise en place de paliers potentiels d’acquisition. Dans tous les cas l’apprentissage n’est ni linéaire, ni strictement croissant. Il appartient donc toujours à la recherche didactique, en envisageant les retombées potentielles en termes de formation d’enseignants, de capitaliser et d’opérationnaliser un ensemble de connaissances et de savoirs établis sur le calcul et son enseignement en vue de construire de manière scientifique des balises pour l’enseignement et l’apprentissage du calcul à différents niveaux de scolarité.

Des problèmes pour faire des mathématiques ou des mathématiques pour faire des problèmes ?

D'un point de vue didactique, la question amène à une seule réponse : les deux bien sûr ! Des problèmes pour susciter l'intérêt et introduire de nouveaux outils mathématiques et des outils mathématiques pour résoudre des problèmes. Les deux propositions correspondent à deux moments de l'apprentissage. Dans les pratiques « ordinaires », les problèmes apparaissent souvent en fin du processus d'enseignement, comme une application de ce qui a été enseigné. Il est nécessaire qu'ils apparaissent également au début et au cours du processus pour motiver, problématiser, donner des raisons d'être des savoirs à enseigner. Ce qui n'est pas toujours facile à mettre en place, car cela suppose que les enseignants trouvent de bons problèmes, laissent du temps pour la recherche et encouragent les élèves à être plus autonomes et responsables. La formation initiale et continue est alors primordiale, elle doit permettre de soutenir l'action des enseignants pour faire évoluer leurs pratiques ; cela peut se faire lors de stages de formation mais aussi par des groupes de recherche collaboratifs. Cela suppose enfin de reprendre les connaissances mathématiques des enseignants afin de favoriser le questionnement et l'intégration des problèmes.

Cette question concerne donc encore la formation (initiale et continue) des enseignants. Il s'agit de développer une expertise professionnelle dans la problématisation des savoirs et des connaissances mathématiques à enseigner, de penser des situations, des tâches ou des types de tâches permettant de garantir une certaine « authenticité » de l'activité mathématique des élèves. Cela passe, à un niveau plus « macro » voire institutionnel (dans une perspective davantage curriculaire), par une volonté de préserver des « raisons d'être » des savoirs mathématiques à la fois valides et pertinentes (du point de vue des savoirs), mais aussi potentiellement productrices de situations d'enseignement-apprentissage (du point de vue des conditions spécifiques d'un système didactique). Insistons sur le fait que l'opposition apparente de la question telle qu'elle est formulée relève en fait d'une dualité essentielle des mathématiques : apprendre les mathématiques pour résoudre des problèmes et rencontrer des problèmes pour apprendre des mathématiques.

Les mathématiques peuvent servir à aller vers une compréhension du monde via, notamment, la résolution de problèmes (problèmes issus du monde réel, après modélisation) mais il faut noter que leur rôle ne se limite pas à cela : il s'agit aussi du domaine de connaissance scientifique dont le fonctionnement épistémologique est le plus épuré, puisque la logique est (au moins en théorie) le seul critère valide de vérité. Les problèmes issus des mathématiques elles-mêmes doivent donc aussi avoir leur place, en particulier dans l'optique essentielle de la formation du citoyen.

La place de l'histoire des mathématiques dans la formation des maîtres

L'histoire des mathématiques apparaît comme une dimension essentielle de la formation (initiale et continue) des enseignants, au même titre que la didactique des mathématiques. Encore faut-il veiller à la création d'un espace de formation des professeurs pour que puissent co-exister et même mieux, dialoguer ces différentes dimensions contributives de la formation. En formation initiale pour des questions de temps et compte tenu de l'ensemble des tâches à réaliser ce ne peut être qu'une sensibilisation nécessaire mais non suffisante. Il serait sans doute souhaitable que la formation continue conforte l'approche initiale.

En dehors de l'aspect culturel qu'elle apporte indéniablement, l'histoire des mathématiques constitue en effet une épistémologie entière de la discipline, qui permet de travailler sur les concepts et problèmes mathématiques dans leur contexte de naissance ou/et de développement et d'éclairer sur les objectifs des mathématiciens, les erreurs, les méthodes... Pour la mention premier degré des masters MEEF, elle permet de faire des mathématiques sans en avoir l'air, d'apporter un autre regard sur la discipline à enseigner et constitue donc, *in fine*, un excellent moyen de remise à niveau dans certains cas. C'est aussi une autre façon de penser l'enseignement des mathématiques (que ce soit dans le premier ou le second degré).

Les mathématiques pour la voie pro : est-ce une autre pédagogie/ didactique ?

Plutôt que de parler de pédagogie ou de didactique spécifique à la voie professionnelle, on peut davantage s'attacher à dégager les spécificités de cette voie de formation et leurs répercussions sur l'enseignement (et en particulier de l'enseignement des mathématiques).

Spécificité du corps enseignant et du corps des encadrants

Les PLP Maths-Sciences sont des enseignants bivalents encadré par un corps d'inspection bivalent ; ils ont en charge l'enseignement des mathématiques, de la physique et de la chimie. Au niveau de l'enseignement des mathématiques cela à plusieurs conséquences :

- Les actions interdisciplinaires maths-sciences sont beaucoup plus faciles à envisager.
- Il y a très souvent un déficit de formation initiale aussi bien pour les enseignants que pour les inspecteurs sur au moins une des deux valences ; actuellement, et depuis plusieurs années, le recrutement se faisant massivement sur des profils sciences, ce déficit de formation est donc davantage présent en mathématiques. Il y a une nécessité accrue de formation continue en mathématiques et en didactique des mathématiques (problématique assez proche de celle que l'on peut retrouver chez les PE).
- La bivalence Maths/Sciences, construite sur la bivalence Physique/Chimie, rend incertaine une évolution souhaitable vers une quadruple compétence : Maths/Info/Physique/Chimie.

Spécificités des missions de l'enseignement professionnel – conséquences sur l'enseignement des mathématiques

Actuellement on peut estimer que l'enseignement professionnel en France est chargé des trois missions :

- Assurer une formation professionnelle au niveau de l'enseignement secondaire pour des élèves, apprentis et professionnels (au sein des GRETA). Dans cette optique, les mathématiques sont là pour apporter des notions et des outils permettant d'utiliser et de comprendre ce qui est fait dans le domaine professionnel ; ils servent également à préparer les futurs diplômés aux évolutions possibles ou probables des leurs métiers respectifs. Dans cette optique, signalons la publication de la ressource commune IREM-DGESCO-IGEN intitulée *Mathématiques, Monde économique et Professionnel et parcours Avenir*, à laquelle la commission inter IREM *Lycée professionnel* a contribué.
- Accueillir les élèves en échec au collège et les remobiliser autour d'un projet professionnel, parfois choisi, souvent plus ou moins subi, sur l'ensemble des savoirs, y compris ceux de l'enseignement général et du socle.
- Permettre à un maximum d'élèves qui le souhaiteraient d'accéder, dans de bonnes conditions de préparation, à l'enseignement supérieur pour continuer leur professionnalisation avec un diplôme de niveau III ou pour utiliser leur statut de bachelier afin de changer d'orientation lors de leur poursuite d'études. Une problématique similaire à celle-ci consiste à préparer les élèves de CAP qui le souhaitent à une poursuite d'études dans de bonnes conditions de préparation, en 1ère professionnelle.

Cette juxtaposition de missions différentes est l'une des grandes difficultés de l'enseignement des mathématiques dans la voie professionnelle ; il est à noter qu'elle doit en plus se faire sur un horaire très restreint.

Place du numérique – Place de l'informatique

Le numérique, à travers les TICE, à une place importante dans l'enseignement des mathématiques dans la voie professionnelle. Aux côtés d'usages classiques que l'on retrouve fréquemment au collège, axés sur la motivation des élèves et la différentiation pédagogique, s'ajoute une utilisation spécifique aux mathématiques ; en effet, la nature de l'activité mathématiques au lycée professionnel depuis les réformes de programmes de 2009 (bac pro) et 2010 (CAP) consiste à expérimenter à l'aide d'outils numériques puis à valider les conjectures faites avant ou à l'issue de cette expérimentation. Cette approche **expérimentation – validation** est l'équivalent de l'activité de démonstration au lycée général et technique ; elle gagnerait certainement à évoluer vers un triptyque : **modélisation – simulation/expérimentation – validation** qui permettrait l'intégration d'un enseignement d'informatique et qui serait plus proche, avec l'entrée par la modélisation plutôt que par l'expérimentation, des problématiques des spécialités professionnelles. Cet usage systématique des TICE en mathématiques a eu pour conséquence une large diffusion des outils et des pratiques du numérique dans les lycées professionnels ; paradoxalement, le lycée professionnel n'a, pour l'instant, pas encore intégré d'enseignement d'algorithmique et de programmation ; cela pose et va poser des questions pour chacune des missions dévolues à l'enseignement professionnel :

- Quelles réponses au probable futur profil d'élève suivant : élève en difficulté en mathématiques au collège mais en réussite dans les enseignements d'informatique qui va être orienté dans une voie où l'enseignement des mathématiques se poursuit mais pas celui de l'informatique ?
- Les usages de l'informatique et du numérique, de plus en plus nombreux dans beaucoup de métiers, ne seront pas abordés ailleurs que dans les enseignements du domaine professionnel et ne bénéficieront pas du regard scientifique que peuvent avoir les autres contenus mathématiques ou scientifiques des différentes spécialités.
- Les bacheliers professionnels sont déjà pénalisés lorsqu'ils intègrent l'enseignement supérieur par leur manque de connaissance en algorithmique et en programmation ; ils risquent de l'être bien plus encore lorsque les premières « générations Scratch » auront passé le baccalauréat.

Un dernier point :

- L'exposition plus précoce des élèves à un enseignement de l'informatique peut laisser envisager la création de diplômes professionnels de niveau IV (typiquement des bac pro) dans les métiers de l'informatique et du numérique, à un niveau de compétences actuellement occupés par les titulaires de BTS. L'apparition de telles spécialités au lycée professionnel, en cohérence avec l'évolution prévisible du marché de l'emploi, aurait forcement des conséquences sur la façon d'envisager l'enseignement des mathématiques dans la voie professionnelle.

Qu'est-ce qu'un bon professeur de mathématiques ?

En passant en revue les questions précédentes on peut à grands traits brosser les objectifs que peut se fixer la formation des professeurs de mathématiques. Il faut qu'elle apporte une bonne connaissance des mathématiques c'est-à-dire des contenus, de leur contexte de création et d'évolution - l'histoire des mathématiques, les grands problèmes qui ont jalonné cette histoire, les obstacles rencontrés - ainsi que de leur domaine d'application actuelle. Il faut également une bonne culture concernant les théories de l'apprentissage et leur traduction dans la classe avec un recul suffisant pour faire des choix éclairés en fonction des contenus. Il faut enfin une bonne connaissance de l'élève en situation d'apprentissage des mathématiques. Il faut tout cela pour que les élèves bénéficient d'un enseignant suffisamment formé pour adapter son enseignement à son public et aux objectifs d'apprentissages affichés, sans déroger à un ancrage épistémologique rigoureux. Pour être « bon », un professeur a également besoin d'un environnement favorable : programmes de qualité, temps d'enseignement suffisant, structure favorisant les échanges entre pairs.

La question posée mène tout droit à celle de la formation, qui doit nécessairement être pilotée par des professionnels et des chercheurs et être conduite par des personnes formées, qui se sont concertées ; formées dans leur discipline et à l'enseignement de celle-ci et ayant aussi une bonne connaissance des liens avec les autres disciplines et de leurs apports réciproques.

Du point de vue de l'organisation de la formation, nous ne pouvons que plaider pour des garanties en ce qui concerne la formation à la fois initiale et continue des enseignants de mathématiques (et ce, au niveau du primaire, du secondaire et même de l'université).

En ce qui concerne les futurs enseignants du secondaire, il existe des masters MEEF prévus sur deux ans, dédiés à la formation initiale. Mais force est de constater d'une part que certains étudiants deviennent enseignants de mathématiques en n'ayant que partiellement (sur une durée d'un an), voire pas du tout suivi les formations dispensées au sein de tels masters ; d'autre part, en l'absence d'un cadrage national suffisamment contraignant, de fortes disparités dans les contenus, dans la volumétrie et la structuration des formations au sein des différentes ESPE (selon les académies, les universités, etc.). Cela fait plusieurs années que la CORFEM (commission inter IREM de Recherche sur la Formation des Enseignants de Mathématiques) alerte le ministère de l'éducation nationale et le ministère de l'enseignement supérieur à ce sujet.

Ajoutons également qu'une volonté politique précédente a affirmé la nécessité de la construction d'une culture commune des enseignants. Sans remettre en cause cette nécessité, cela a donné lieu parfois à la naissance d'un déséquilibre flagrant entre temps de formation consacré à la construction de cette culture commune (souvent pensée comme transversale) et le temps de formation dédié à la construction d'une expertise spécifique à l'enseignement de la discipline. Il s'agit, compte tenu des défis qui pèsent sur la profession d'enseignants de mathématiques (nouveaux enseignements de l'algorithmique, etc.), de veiller à ce que la formation dédiée à ce qui fonde les spécificités de l'enseignant de mathématiques puisse trouver une place plus qu'importante dans la formation des enseignants.

Pour de « bons professeurs de mathématiques », il faudrait s'accorder sur de « bonnes formations » initiales et continues pour ces enseignants. On peut rappeler à ce sujet que la « méthode Singapour », c'est aussi et peut-être même avant tout, 100 h de formation continue d'enseignants par an.

Les « Startup pédagogiques » : une menace/une aide pour le professeur ?

Les « Startup pédagogiques » ne représentent à ce jour ni un danger ni une menace leur influence restant, par définition de ce qu'est une startup, assez faible. Si l'on considère la réponse à la question précédente, il y a par exemple peu de chance pour une startup de répondre au cahier des charges des apports nécessaires pour faire un « bon » professeur. Ceci étant soyons pragmatique : si une startup présente des innovations intéressantes il n'y a aucune raison de s'en priver !

Au delà du phénomène Startup, la question du numérique est sans aucun doute essentielle. Les programmes consacrent déjà une place au numérique. Les logiciels de géométrie dynamique sont par exemple les supports d'activités pédagogiques depuis de nombreuses années. Des ressources institutionnelles existent (productions des IREM, de l'IFE...) pour un usage dans les classes ou en formation et il est souhaitable que la production de telles ressources soit favorisée. Si les « Startup pédagogiques » ne représentent à ce jour ni un danger ni une menace, l'influence de très grandes sociétés mérite une très grande vigilance des praticiens et de l'institution.

ANNEXE : les éléments d'analyse de la COPIRELEM sur la « Mastérisation »

La COPIRELEM se fait l'écho du constat partagé par tous les acteurs de la formation qu'il est impossible d'atteindre simultanément l'ensemble des objectifs dans le cadre des dispositifs basés sur la formation par les masters mis en place par la réforme.

- **La préparation au concours**

La nature du concours de recrutement influe largement sur l'organisation et le contenu de la formation. L'impact est tel que le caractère professionnalisant de la formation et l'initiation à la recherche s'effacent, pour les étudiants, devant la priorité donnée à la préparation à ce concours. L'épreuve écrite du concours permet d'évaluer prioritairement la maîtrise des savoirs mathématiques du collège en n'accordant qu'une part très réduite à la question essentielle des connaissances mathématiques nécessaires au professeur pour l'enseignement des mathématiques à l'école.

- **La préparation à l'exercice professionnel**

Les savoirs professionnels tels que la construction de séances, la conduite de la classe, la compréhension des mécanismes d'apprentissage, l'appropriation des programmes, la capacité à exercer sa liberté pédagogique, l'aide aux élèves sont pris en charge par le master mais ne peuvent s'enraciner sans une mise en relation forte et fréquente avec une pratique réelle du métier.

La structure d'un master, organisé sur la base d'unités d'enseignement étanches, tend à favoriser le morcellement, rendant plus difficile la synthèse entre les divers contenus, laissée à la charge des étudiants.

Une véritable intégration des savoirs professionnels pour le métier d'enseignant ne peut se concevoir que dans le cadre d'un dispositif d'alternance serrée entre apports théoriques et expérimentation sur le terrain, mis en œuvre sur une longue durée.

Ce dispositif par alternance doit être organisé indépendamment des besoins de remplacement sur des terrains de stages réservés permettant une prise de responsabilité progressive des étudiants et ménageant régulièrement des temps d'observation de classe.

- **La polyvalence**

Elle s'exprime tant dans la diversité des disciplines à enseigner que dans celle des publics d'élèves.
Il s'agit d'abord pour l'étudiant d'acquérir simultanément des connaissances académiques suffisantes dans des disciplines autres que sa discipline d'appartenance et de s'approprier des savoirs spécifiques à l'enseignement de ces disciplines pour être en mesure de les enseigner de manière équitable à l'école primaire.
En outre, le master d'enseignement doit aussi permettre au futur enseignant d'acquérir les compétences pour enseigner ces contenus à un public varié de la petite section de maternelle au CM2.

- **L'initiation à la recherche**

Elle doit avoir pour l'étudiant principalement deux finalités : d'une part, entrer dans une culture commune en s'appropriant des travaux issus de la recherche, d'autre part construire une posture réflexive lui permettant d'analyser et d'améliorer sa pratique en menant une recherche personnelle répondant à un questionnement en lien avec une expérience d'enseignement.
Cette posture réflexive est un préalable à la capacité de l'enseignant à intégrer dans sa pratique les apports d'une formation continuée tout au long de sa carrière.

Pour compléter cette contribution, nous vous renvoyons à la lettre ouverte rédigée en juin 2017 à l'initiative de la SMF et la SMAI qui s'appuyait sur une analyse et un état des lieux de la formation initiale des professeurs des écoles réalisés par la COPIRELEM.

Chapter 16

SGEN

sgen Cfdt:	**Mission Maths Villani-Torossian** **Audition Syndicats et ESPE** **9 décembre 2017** **Synthèse « préparatoire » Sgen-CFDT**

« Pour la plupart de nos contemporains, les mathématiques sont administrées et ingurgitées comme un médicament. » (*Jaillissement de l'esprit*, Seymour Papert, Champs-Flammarion/210, trad. Rose-Marie Vassallo-Villaneau, p.65)

Les résultats des études internationales (PISA, TIMSS, PIRLS) se ressemblent étrangement et constatent que les élèves français savent répondre à des questions fermées mais sont timorés et manquent de confiance. Ce qui laisse à penser qu'il s'agit plus d'un problème de pédagogie que de didactique.
Reste que le manque de culture mathématique dans notre société est un vrai problème.
La stratégie mathématique de 2014, qui allait dans le bon sens, notamment en reprenant la philosophie initiée en sciences par « la main à la pâte », est trop récente et se heurte à une image des mathématiques scolaires particulière dans notre société, comme le montrent les déboires d'un ministre de l'éducation nationale avec la règle de trois, ou le fait que dans une campagne télévisée officielle sur la santé les microbes soient représentés par des chiffres.

Q1 – Comment concilier liberté pédagogique, efficacité et évaluation ?

La « liberté pédagogique », comme l'idée de confiance, dépend fortement du niveau d'enseignement et du territoire d'exercice. Dans le premier degré la situation est parfois catastrophique.
Pour le Sgen-CFDT cette notion individuelle, héritée de la franchise universitaire, doit laisser la place à la notion d'autonomie collective des équipes et des établissements.
Il faut remplacer la mission de contrôle des corps d'inspection par une mission d'accompagnement. C'est essentiel si l'on veut donner chair à la confiance affirmée dans les discours.

Q2 – La place du calcul et celle de la preuve, dans les cours de mathématiques, sont-elles satisfaisantes ?

Le « calcul » a sans doute une place bien trop grande, il est sans doute trop tourné vers l'apprentissage de procédés, plus que vers la connaissance et la familiarité avec les objets.
Dans le premier degré par exemple le calcul mental devrait avoir plus de temps que le calcul posé.
Pour ce qui est de la preuve, elle est bien souvent soit absente, soit imposée et mécanique. On ne donne pas suffisamment de temps à la recherche, à la manipulation et à la construction du raisonnement. La densité et la précision des programmes en est sans doute la cause. La peur du vide chez les concepteurs et décideurs (en mathématique comme dans les autres disciplines) contraint les enseignants à un rythme insoutenable.

Q3 – Agrégé/certifié/PLP/PE, une même formation pour les mathématiques ?

Comme pour les élèves une pédagogie diversifiée est nécessaire.
Il semble qu'il faille s'appuyer sur les cultures disciplinaires notoirement différentes pour construire une culture professionnelle commune. La formation continuée et la formation continue doivent être prises au sérieux.
Sur ce terrain-là, la place des associations disciplinaires et des mouvements pédagogiques est essentielle.

Q4 – La structuration du cours de mathématiques est-elle suffisante ?

La discipline est plutôt en avance sur les autres concernant l'« approche curriculaire ». L'idée de « progression spiralaire » est plutôt mieux comprise en mathématique. Mais le manque de culture mathématique et scientifique de la société en freine la mise en œuvre.

Ce n'est pas dans les questions, mais comme elle a été évoquée lors de l'audience, un mot sur la méthode de Singapour

Les principes sous-jacents rejoignent nos préoccupations : *traiter moins de sujets, mais plus en profondeur ; une progression « concrète -> imagée -> abstraite », c'est-à-dire en privilégiant d'abord la manipulation ; un encouragement à raisonner à voix haute et à échanger ses idées avec les autres ; la résolution de problèmes doit être au cœur de l'enseignement des mathématiques.*
Mais, comme pour la méthode Montessori, ce qui pêche, c'est bien l'idée de « méthode » que l'on voudrait imposer et les risques liés au copyright.
S'il y a une « méthode » à retenir, c'est celle qui a présidé à la mise en place de l'enseignement de mathématique à Singapour : le temps long, la formation conséquente, les allers-retours entre la recherche et les classes…

Une autre question abordée concerne les « Startup pédagogiques » (menace/une aide pour le professeur ?)

La question du matériel fabriqué par des sociétés privées n'est pas nouvelle : les manuels existent depuis longtemps.
La nouveauté vient de l'IA qui revisite les logiciels exerciseurs. Cela oblige à accélérer l'acculturation numérique des enseignants.
Cela oblige aussi à donner toute sa place à l'algorithmique dans les programmes de mathématiques.