

## Bulletin de liaison n°29, 1 juin 2015

### Réforme des programmes, réforme du collège : enjeux pour les mathématiques, enjeux pour l'école et la société

Les projets de réforme scolaire sont l'objet de vives discussions. Les questions à traiter sont en effet critiques. Du point de vue des mathématiques, la [récente étude de la DEPP](#) a confirmé l'aggravation des difficultés des élèves les plus faibles, et [les résultats à l'écrit du CAPES](#) ont confirmé les problèmes de recrutement des enseignants.

Les projets de programme sont en cours de discussion. Ils proposent des changements importants du curriculum. La CFEM a rencontré, le 29 mai, avec d'autres acteurs de l'enseignement des mathématiques, le Conseil supérieur des programmes, et a souligné sept points critiques qui ressortent des contributions de ses composantes, points critiques qui devraient engager des évolutions de ces projets (cf. ce bulletin p. 3 et [la page du site CFEM](#)).

Au-delà de ces évolutions, la réussite de cette réforme demande des moyens pour les enseignants, en temps, en formation, en ressources, pour que ceux-ci, collectivement, puissent faire leurs changements proposés (voir p. 12 l'implication des enseignants dans les activités périscolaires). C'est aussi dans cette perspective de prise en compte du travail des enseignants que nous avons proposé un suivi de la mise en œuvre des programmes qui associe des enseignants et des établissements scolaires.

Le 16 juin prochain se réunira la commission de suivi de la [Stratégie Mathématiques](#). Nous y participerons, comme acteurs engagés... et exigeants : par exemple pour un portail national de ressources pour l'enseignement des mathématiques largement ouverts aux acteurs du domaine, ou pour repenser la question du pré-recrutement des enseignants...

Pas de ressources sans recherche associée : ce bulletin y est largement consacré. Notez en particulier (p. 3) le colloque EMF 2015, qui se tient en octobre à Alger (inscriptions à tarif réduit avant le 10 juin !).

Un salut pour finir aux participants à la [23<sup>ème</sup> étude ICMI](#) qui s'ouvre le 3 juin à Macau, présentée ci-contre par ses deux vice-présidentes, qui soulignent l'implication de la communauté francophone. Bons travaux !

Luc Trouche, président de la CFEM

### Sommaire

Page 1. Éditorial, et le point de vue de Maria Bartolini Bussi et Xuhua Sun, co-présidentes de la 23<sup>ème</sup> étude ICMI

Page 2. *Rencontre avec le CSP sur les programmes*

Page 3. *En route vers le colloque Espace Mathématique Francophone 2015*, Laurent Theis.

Page 4-10. *23<sup>ème</sup> étude ICMI, contributions francophones*

Page 11. Brèves

Page 12. *Vers des mathématiques vivantes : synergies entre activités périscolaires et scolaires*, Nicolas Pelay

### Calendrier CFEM

15 juin, assemblée générale de la CFEM (Paris 7)

16 juin, commission de suivi de la Stratégie Mathématiques

6 novembre 2015, 14h, symposium ARDM-CFEM avec Gilles Dowek ([présentation du symposium en ligne](#)).

### Welcome to the Primary mathematics study on whole numbers (the ICMI Study 23)



Maria G. (Mariolina) Bartolini Bussi\* and Xuhua Sun\*\*, co-chairs of the ICMI Study

\*University of Modena and Reggio Emilia (Italy), \*\*University of Macau (China)

This study was launched by ICMI at the end of 2012, with the appointment of two co-chairs (Mariolina Bartolini Bussi and Xuhua Sun) and of the International Program Committee (IPC), which on behalf of ICMI is responsible for conducting the Study. It is the first Study launched by ICMI with a specific focus on primary school. The members of the IPC are: Maria G. Bartolini Bussi, Sun Xuhua, Berinderjeet Kaur, Hamsa Venkatakrishnan, Jarmila Novotná, Joanne Mulligan, Lieven Verschaffel, Maitree Inprasitha, Sybilla Beckmann, Sarah González de Lora, Abraham Arcavi (ICMI Secretary General) ex officio. The ICMI advisors are Ferdinando Arzarello (ICMI President) and Roger E. Howe (ICMI liaison).

### The study

In January 2014 the IPC meeting took place in Berlin, at the IMU Secretariat, which generously



supported the costs. The meeting aimed at producing the Discussion Document; defining in a preliminary manner the criteria for collecting the participants in the Study Conference and defining the way of disseminating the Discussion Document and the call for papers. Five themes (each corresponding to a Working Group in the Conference) were identified and assigned to pairs of members of the IPC:

- The why and what of whole number arithmetic (Sun Xuhua, Sybilla Beckmann);
- Whole number thinking, learning, and development (Joanne Mulligan, Lieven Verschaffel);
- Aspects that affect whole number learning (Maria G. Bartolini Bussi, Maitree Inprasitha);
- How to teach and assess whole number arithmetic (Berinderjeet Kaur, Jarmila Novotná);
- Whole numbers and connections with other parts of mathematics (Sarah González de Lora, Hamsa Venkatakrishnan).

Three plenary speakers were invited: Liping Ma (*The theoretical core of whole number arithmetic*), Brian Butterworth (*Low numeracy: from brain to education*) and Hyman Bass (*Quantities, numbers, number names, and the real number line*).  
/...

## Présentation du rapport national sur l'impact socio-économique des mathématiques en France

C'est le 27 mai que s'est tenue, dans les locaux du MENESR, avec la participation de Cédric Villani, une conférence de presse présentant le Rapport national sur l'impact socio-économique des mathématiques en France.

Première étude de ce type en France, elle a été commanditée par AMIES (Agence pour les mathématiques en interaction avec l'entreprise et la société), en partenariat avec la FSMP (Fondation Sciences Mathématiques de Paris) et la FMJH (Fondation Jacques Hadamard), ainsi qu'avec la participation de plusieurs autres labex. Pierre Arnoux représentait la CFEM. Vous pouvez suivre l'actualité en relation avec cette étude sur la page [Facebook](#) qui lui est dédiée. [Le rapport en ligne](#)

...

Three plenary panels were identified: *Traditions in whole number arithmetic* (chaired by F. Arzarello); *Special needs in research and instruction in whole number arithmetic* (chaired by L. Verschaffel); *Whole numbers aritmetics and teacher education* (chaired by J. Novotná).

The francophone community answered with enthusiasm to the call for papers. The first submitted paper came from France. At the end 9 papers (out of the total number of 67) were selected. Most of them have French authors or co-authors, but others come from different regions or represent examples of international cooperation between teams from different countries. Although sometimes it was not easy to find the most suitable theme, because of overlapping, most papers concerned the theme 1 and theme 3 with a major focus is on foundational aspects (theme 1) and on the context features which may affect learning (theme 3).

Suite du texte et contributions francophones ICMI p. 4-10

### Bref compte rendu de la rencontre d'acteurs de l'enseignement des maths avec le CSP

Une réunion s'est tenue vendredi 29 mai à l'IHP, à l'invitation du Conseil Supérieur des programmes, sur les programmes de l'école et du collège soumis à la consultation, dans le domaine mathématique et informatique. La participation était nombreuse et variée (CSP, professeurs de primaire et de collège, représentants des composantes de la CFEM, rédacteurs des programmes des divers cycles, informaticiens, membres de l'Académie des sciences).

La réunion débute par une introduction de Xavier Buff, membre du CSP, qui en précise l'objectif : il s'agit, dans le cadre de la consultation qui vient de démarrer, d'affiner les projets de programme, dont la version définitive doit être rendue début septembre. Le calendrier est serré et il faut commencer à travailler dès que possible en prenant en compte les remarques qui remontent de la consultation. L'après-midi ne suffira évidemment pas à discuter toutes les questions qui se posent, il propose une discussion de deux heures, suivie par une heure d'organisation du travail.

Luc Trouche, président de la CFEM, fait ensuite une présentation synthétique des remarques adressées à la CFEM par les associations composantes; il propose 7 points critiques : la prise en compte du raisonnement, réduite dans les programmes soumis à consultation ; la mise en évidence de la richesse de l'activité mathématique, qui est à revoir, en particulier dans le volet 2 ; une lisibilité insuffisante (problèmes de clarté, de précision, d'harmonisation entre cycles et entre disciplines) ; la question des repères de progressivité pour chaque année ; la place des outils dans l'enseignement ; la question de l'interdisciplinarité ; la question de la formation des enseignants et des ressources; ce n'est pas le sujet d'aujourd'hui, mais il faut rappeler l'importance de cette question: si on ne la prend pas en compte, la réforme sera un échec.

Cécile Ouvrier-Buffer rapporte ce qui s'est dit le matin au conseil scientifique des IREM : il faut cadrer la nature de l'activité mathématique, construire une cohérence entre les cycles, et expliquer dans les introductions des programmes de chaque cycle cette cohérence et les relations entre disciplines; il faut aussi une entrée par les types de tâches.

Suit, pendant deux heures, une discussion très dense. D'abord sur l'informatique : il faudrait expliciter le but de cet enseignement dans le volet 2 des programmes, et harmoniser ce qui est proposé en mathématiques et technologie, ce que les groupes n'ont pas eu le temps de faire. L'informatique est plus que de l'algorithmique, il faut vraiment une partie de programmation.

Ensuite sur la présentation des programmes, qui soulève de multiples questions : la nécessité de repères de progressivité semble largement partagée, elle peut se traduire par des progressions annuelles, ou par des présentations argumentant l'ordre dans lequel les notions doivent être travaillées. Il est délicat de trouver le bon niveau de précision : des programmes trop détaillés posent des problèmes (volonté de "finir le programme"), mais des programmes flous peuvent amener les enseignants à se reposer sur des manuels. Il y a aussi la question des ressources d'accompagnement, qui peut créer des tensions avec la DGESCO qui les gère (problème des liens hypertextes dans les programmes). Plusieurs personnes signalent que des phrases négatives ("... n'est pas un attendu des programmes") peuvent avoir un effet nocif. Il semble clair que ces questions vont demander un gros travail de réécriture sur plusieurs points (géométrie, algèbre, informatique...).

Une partie du débat a porté sur la place de la démonstration, comme spécifique de l'activité mathématique, et sur les diverses formes qu'elle peut revêtir. On peut aussi penser qu'au delà des preuves, les mathématiques fournissent des concepts (par exemple celui de fonction, ou les divers types de nombres et de grandeurs) qui font aujourd'hui partie de la culture commune.

On a abordé au cours de l'après-midi de multiples aspects des programmes, dont l'exiguïté de cette page ne permet pas de rendre compte; la discussion a montré les exigences contradictoires auxquels ils devraient répondre, en terme d'horaire, de niveaux et d'hétérogénéité des publics. La dernière heure a été consacrée à planifier le travail à venir, après ce premier débroussaillage, et en tenant compte des remontées de la consultation qui est en train de se dérouler. Dans un premier temps, il y aura une cartographie de l'ensemble des mathématiques abordées sur les trois cycles, pour améliorer la cohérence; il y aura ensuite un travail par courrier électronique, et deux réunions, probablement courant juillet, pour avoir un projet global fin juillet, et une remise fin août. Un travail spécifique sera réalisé, avec la communauté informatique, pour repenser la cohérence de l'introduction de cette discipline, tout au long des cycles, dans les programmes de mathématiques et de technologie.

Il faut souligner le caractère très constructif de ce débat, qui montre la volonté d'avancer de la communauté mathématique et informatique, alors que les origines très diverses des participants auraient pu poser des difficultés de point de vue et de communication.

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :  
enjeux et perspectives pour leur enseignement  
et leur apprentissage

espace mathématique francophone  
Alger : 10-14 Octobre 2015



## En route vers le colloque Espace Mathématique Francophone 2015 !

Laurent Theis, Université de Sherbrooke (Québec/Canada), président du comité scientifique du colloque, présente Espace Mathématique Francophone 2015

Le 6<sup>e</sup> colloque Espace Mathématique Francophone se déroulera à Alger, du 10 au 14 octobre 2015 sous la thématique "Pluralités culturelles et universalité des mathématiques - enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage". La programmation scientifique du colloque comprend trois conférences plénières, à travers lesquelles s'actualiseront les questions soulevées par la thématique du colloque. La conférence d'ouverture, intitulée "Mathématiques et Mésopotamie: étranges ou familières?" sera prononcée par Christine Proust du CNRS/Université Paris-Diderot. Dans sa conférence, Christine Proust abordera d'un point de vue contemporain les mathématiques tracées sur des tablettes d'argile datant de plus de 2000 ans en Irak, en Syrie et en Iran. La seconde conférence plénière prononcée par Ahmed Djebbar, de l'Université des Sciences et des Technologies de Lille, s'intéresse aux mathématiques arabes du VIII<sup>e</sup> au XV<sup>e</sup> siècle et la circulation des savoirs et savoir-faire mathématiques dans l'espace musulman. La troisième conférence plénière présentée par Bénali Benzaghrou, recteur de l'Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumédiène (USTHB), intitulée "L'enseignement des mathématiques en première année dans les universités algériennes" nous permettra d'arrimer la thématique du colloque avec l'enseignement universitaire en Algérie. À cela s'ajouteront deux tables rondes, animées par quatre chercheurs issus de pays différents. Elles porteront sur les ressources utilisées en enseignement des mathématiques dans différents pays et permettront de dresser le portrait des ressources mis à la disposition des enseignants en posant notamment la question de l'ancrage culturel de ces ressources.



Pour cette édition encore, l'organisation scientifique de l'Espace Mathématique Francophone s'articule autour de 10 groupes de travail et de 3 projets spéciaux constituant le noyau de la programmation scientifique. Une des caractéristiques fortes des colloques EMF est la continuité des thématiques traitées dans les groupes de travail et les projets spéciaux. Ces thématiques s'actualisent au fil des différents colloques mais, en même temps, leur stabilité permet leur articulation cohérente au fil du temps. Par ailleurs, cette stabilité se retrouve également à l'intérieur même des groupes de travail et des projets spéciaux puisque chaque participant suit un même groupe de travail et un même projet spécial tout au long du colloque. Dans chaque groupe de travail et projet spécial se crée une véritable discussion scientifique, enrichie davantage par la présence de participants issus de pays du Nord et de pays du Sud. Dans ce sens, les colloques EMF constituent souvent un terrain fertile pour faire naître des collaborations scientifiques soutenues. Pour moi-même, les échanges que j'ai eus dans un groupe de travail d'un colloque EMF avec des chercheurs de l'Université d'Aix-Marseille ont été le point de départ d'une collaboration intense qui se met en

place depuis deux ans autour de dispositifs d'aide destinés aux élèves en difficulté lors de la résolution de situations-problèmes mathématiques au primaire. Sans les discussions initiales au colloque, qui ont été l'étincelle initiale de ce travail, cette collaboration n'aurait peut-être pas eu lieu.

Nous avons reçu plus d'une centaine de propositions de communications orales et d'affiches, issues de 16 pays différents pour l'ensemble des groupes de travail et projets spéciaux, ce qui laisse présager une véritable richesse dans l'ensemble des groupes et projets. Actuellement, le processus de révision des communications tire à sa fin et les participants recevront, si ce n'est déjà fait, les commentaires issus du processus d'évaluation au cours des prochains jours.

Le comité local d'organisation, sous la présidence de Rachid Bebbouchi, est en train de mettre en place les derniers préparatifs pour accueillir le colloque au mois d'octobre. Les participants seront logés à l'hôtel Hilton d'Alger et les travaux auront lieu à l'Hôtel Hilton et à la Faculté de Mathématiques de l'USTHB.

Nous sommes actuellement dans la période d'inscription des participants. Les frais d'inscription sont proposés sous forme de forfait qui inclut toutes les dépenses liées au colloque (hébergement, frais scientifiques, repas, sorties culturelles). Dans ce contexte, il me semble toutefois important de rappeler que le tarif préférentiel d'inscription prend fin le 10 juin et que les inscriptions seront clôturées le 30 juin. Pour toute information supplémentaire, je vous invite à consulter [le site internet du colloque](#).

### L'histoire des colloques EMF

EMF 2003 a été organisé à Tozeur en Tunisie) par la Commission Tunisienne pour l'Enseignement des Mathématiques et l'Association Tunisienne des Sciences mathématiques, avec l'aide de la CFEM.

EMF 2006 (Sherbrooke, Québec) était associé aux colloques de l'Association Mathématique du Québec, du Groupe de Didactique des Mathématiques du Québec et du Groupe des Responsables en Mathématiques au Secondaire. Il avait pour la première fois une thématique générale, «L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés».

Le colloque EMF 2009 (Dakar, Sénégal) a été organisé autour de la thématique «L'enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation».

Le colloque EMF 2012 (Genève, Suisse) a été organisé autour de la thématique «Enseignement et contrat social : enjeux et défis pour le 21<sup>e</sup> siècle».

Les actes des colloques sont accessibles sur [une page dédiée du site de la CFEM](#).





### Theme 1: The why and what of whole number arithmetic

Christine Chambris (France) presents the paper *Mathematical basis for place value throughout one century of teaching in France*, reporting about the transition from the "new math" period (70s) to the changes in the 80s, highlighting the weight of the mathematical basis of the place value representation.

Catherine Houdement and Frédérick Tempier (France) present the paper *Teaching numeration units: why, how and limits*, reporting about two teaching experiments about place value, where the complexity of the teaching-learning process (for both teachers and students) is analysed.

Jean-Luc Dorier (Switzerland), in the paper *Key issues for teaching numbers with Brousseau's theory of didactical situations*, presents Brousseau's theory and its close interaction with the history of mathematics and reports the key stages of a teaching sequence of the concept of numbers for students from age 4 to 6.

Nadia Azrou (Algeria) in the paper *Spoken and written numbers in a post-colonial country: the case of Algeria* reports on the historical and linguistic background of the most widespread languages spoken in Algeria and summarizes some of the issues with spoken and written arithmetic. It is the first step of a project aiming at developing an intervention in teacher education designed to enhance students' awareness of differences in representing numbers in different languages and promote students' cultural identities.

### Theme 3: Aspects that affect whole number learning

The issue of teacher education is considered also by Bernard R. Hodgson and Caroline Lajoie from Québec. In the paper *The preparation of teachers in arithmetic: a mathematical and didactical approach*, they stress the complementary role of mathematicians and mathematics educators in pre-service teacher education, describing, on the one hand, the foundations of whole number arithmetic and, on the other hand, the integration of the didactical component of the preparation of teachers.

The findings of an collaborative projects involving research teams in two countries are reported by Sophie Soury-Lavergne (France) & Michela Maschietto (Italy), in the paper *Number system and computation with a duo of artefacts: the Pascaline and the e-Pascaline*. They report about the use of a duo of artefacts to enable six-year old French students to learn about numbers. They analyse the separate conceptualisation processes involved in the use of physical and virtual artefacts.

The outline of an international report commissioned by the World Bank is presented by Alain Mercier & Serge Quilio in the paper *The efficiency of primery level mathematics teaching in French-speaking countries: a synthesis*. The authors report about the way educational systems work, so as to understand how teachers and pupils interact within the framework of these systems of knowledge transmission.

### Theme 4: How to teach and assess whole number arithmetic

The same authors of the last paper, together with Gérard Sensevy present the paper *Arithmetic and comprehension at primary school*, where a design-based research study (involving 180 experimental classes) in the first grade is reported. They present the rationale for this curriculum and analyse some examples of the students' written work.

Anna Barry, Jarmila Novotná & Bernard Sarrazy, drawing on international cooperation between teams in France and

Czech Republic, present the paper *Experience and didactical knowledge. The case of didactical variability in solving problems*. They show that the knowledge of variables that determine the difficulty of an additive problem differs considerably from one teacher to another. They show that neither the teaching experience nor teacher education can account for these differences: thus it must be the differences in pedagogical beliefs that enable to explain these differences in the didactical knowledge.

### The Conference and the Study volume

The Study Conference will be held with around 90 participants including: the IPC members, the ICMI advisors, plenary speakers, authors of accepted papers and a group of observers. Five observers, invited by the University of Macau and the ICMI, come from the [CANP](#) (Capacity & Networking Project, The Mathematical Sciences and Education in the Developing World) that is the major development focus of the international bodies of

mathematicians and mathematics educators.

Macau is unique in its role in Chinese mathematics education. For example, in the seventeenth century, the first Macau's Jesuits Matteo Ricci translated Euclid's Elements with Guangqi Xu and the first arithmetic book on European pen calculation. His contribution changed Chinese mathematics education and gave Chinese people their first access to real images of western mathematics. We believe that this heritage of mixed traditions under the influence of the Confucian educational heritage can provide a resource for new thinking in global mathematics education development.

The ICMI Study Conference will serve as the basis for the production of the Study Volume. The character of the volume is rather unique to ICMI studies and is different from proceedings, edited books and handbooks. Although the volume exploits the contributions appearing in the proceedings, the collective production will be started during the Conference, drawing on the discussions and cooperative works of participants.

In the whole process the contribution of the francophone authors will be exploited. Welcome to Macau, in a few days!

Maria G. (Mariolina) Bartolini Bussi and Xuhua Sun





## Mathematical foundations for place value throughout one century of teaching in France



Christine Chambris, Laboratoire de didactique André Revuz, Université de Cergy-Pontoise

Ma contribution s'intéresse aux fondations mathématiques pour l'enseignement élémentaire. Elle s'inscrit ainsi dans le premier thème de l'étude : le pourquoi et le quoi de l'arithmétique des entiers. Elle vise à identifier le savoir mathématique aux fondements de l'enseignement de la numération

positionnelle des entiers dans l'enseignement français tout au long du 20<sup>e</sup> siècle et à caractériser son influence sur les pratiques. Elle s'appuie sur un corpus de données de types variés : texte (traités pour la formation, manuels scolaires), questionnaire pour caractériser les connaissances des élèves actuels, observations de classes. Au-delà des informations qu'elle apporte relativement aux différentes périodes étudiées, la dimension historique retenue (en partie) permet de rendre visibles des éléments qui le seraient sans doute moins sur une période homogène.

Après l'introduction des bases de numération autre que dix au moment de la réforme des mathématiques modernes (années 1960 et 1970) faisant suite à une longue période de stabilité (1900-1950), des changements importants se sont produits pendant la contre-réforme des années 1980. La *théorie classique avec « unités »* (construction successive des différents ordres d'unités : l'unité simple, la dizaine, la centaine, etc. ; juxtaposition des nombres d'unités de chaque ordre pour obtenir l'écriture chiffrée), fondement mathématique de l'enseignement élémentaire de la numération décimale dans toute la première partie du 20<sup>e</sup> siècle, a disparu au profit de la *théorie académique* (décomposition polynomiale d'un entier dans une base utilisant la notation exponentielle ; juxtaposition des coefficients du polynôme pour obtenir l'écriture chiffrée).

Cette modification du savoir de référence a un impact tant au niveau des tâches prescrites, des apprentissages des élèves que des pratiques des enseignants. Elle a en effet pour conséquence majeure de faire disparaître de l'enseignement de la numération les différentes unités de numération (dizaines, centaines...) : la seule unité enseignée est le nombre 1. Si les mots dizaines, centaines... ne disparaissent pas (complètement), c'est surtout parce qu'ils continuent à être utilisés pour désigner les « places » des chiffres dans l'écriture chiffrée du nombre (dans 1234, le 3 est le chiffre des dizaines) mais les relations entre les unités (1 centaine = 10 dizaines par exemple) sont parfois complètement absentes des manuels actuels, des pratiques des enseignants et peu maîtrisées par les élèves. Les effets des changements dans le savoir de référence n'ont probablement pas été anticipés ni maîtrisés mais l'étude montre ainsi que les savoirs de référence influencent clairement l'enseignement à l'école.

En France, la numération positionnelle semble être mal maîtrisée mais il serait hasardeux de relier directement ces difficultés au traitement actuel des unités de numération. D'autres études seraient nécessaires. Cette absence d'unités « de nombres » a-t-elle un impact, par exemple, sur l'apprentissage ultérieur des fractions où les demi, tiers, quart, cinquième, etc. sont d'autres unités du même type ?

Comment est-ce à l'étranger ? La théorie classique est-elle enseignée quelque part ? Ce sera un défi intéressant que de repérer quels éléments de la situation française peuvent

être transférés à d'autres pays qu'ils aient été ou non impliqués dans la réforme.

### Références

Chambris C. (accepté) Mathematical foundations for place value throughout one century of teaching in France. Conférence pour la 23e étude ICMI. Macao (Chine) 3-7 juin 2015.

Chambris, C. (2012). Consolider la maîtrise de la numération des entiers et des grandeurs. Le système métrique peut-il être utile ? *Grand N*, 89,39-69

Chambris, C. (2009). Contribution de l'étude des grandeurs à l'étude de la numération de position avant la réforme des mathématiques modernes, en France, au cours élémentaire (2ème et 3ème années de primaire). In C. Ouvrier-Bufferet & M.J. Perrin-Glorian (Eds.) *Actes du colloque DIDIREM: Approches plurielles en didactique des mathématiques*. (pp. 211–222) Paris: Université Paris Diderot.

## Key issues for teaching numbers within Brousseau's theory of didactical situations



Jean-Luc Dorier, Université de Genève

Cette contribution ne s'appuie pas sur une recherche originale, mais vise à analyser les contenus de formation des enseignants du primaire sur l'enseignement du nombre et de la numération (âge 3-7 ans) dans le paradigme de la théorie de situations (TSD) de Brousseau. Le but est de vulgariser à l'international des contenus

bien connus des formateurs d'enseignants du primaire français.

C'est une occasion de montrer quelques concepts centraux de la TSD et de la façon dont ils peuvent permettre d'outiller les enseignants : situation a-didactique, situation fondamentale, variable didactique, contrat didactique, situations d'action, de formulation, de validation, institutionnalisation. Par ailleurs, cette approche permet de présenter de façon succincte une analyse épistémologique de la notion de nombre et de différentes numérations ayant existé dans l'histoire. Nous nous appuyons ici sur notre propre travail sur les liens entre recherches en histoire des mathématiques et didactique. Nous aborderons également l'intérêt de travaux pionniers dans la lignée de ceux de Brousseau, en particulier ceux de Briand ayant conduit à dégager la notion d'énumération et son importance dans les premiers apprentissages autour du nombre. C'est aussi l'occasion de montrer la spécificité des approches en didactique des mathématiques par rapport aux approches des psychologues qui ont prévalu jusque dans les années 1970 et la façon dont ils se complètent depuis.

Brousseau, G. (2012). Des dispositifs piagétien... aux situations didactiques. *Education et didactique*, 6(2), 103–129.

Cousquer, E. (1998). *La fabuleuse histoire des nombres*. Paris: Diderot Editeur

Dorier, J.-L. (1997). *Recherches en histoire et en didactique des mathématiques sur l'algèbre linéaire - Perspective théorique sur leurs interactions*, Cahier Leibniz n°12.

Margolinas, C. & Wozniak, F. (2013). *Le nombre à l'école maternelle – Une approche didactique*. Bruxelles : De Boeck.

Piaget, J., & Szeminska, A. (1941). *La genèse du nombre chez l'enfant*. Neuchâtel: Delachaux & Niestlé.



## Quelques conditions d'efficacité des professeurs pour le premier enseignement des math. dans les pays francophones



Nous présentons ici des résultats d'un rapport pour la Banque Mondiale (appel d'offres de mars 2014), visant à recenser les recherches francophones "evidence based", en particulier dans les pays de la CONFEMEM (dir. A. Mercier, avec A. Bodin, S. Quilio, S. René de Cotret et M. Schneider.

Alain Mercier (IFE, ENS-Lyon) et S. Quilio, Univ. de Nice

L'efficacité relative des systèmes d'enseignement modernes les a rendus presque universels. Ils sont devenus la norme pour la transmission de tous les savoirs, aussi bien théoriques, que techniques et technologiques, dans la plupart des cultures qui cherchent à transmettre des savoirs à des portions nombreuses d'une population (Chevallard et Mercier, 1987).

Mais les systèmes d'enseignement n'ont pas été l'objet de nombreuses recherches visant à comprendre ce que nous appellerons leur écologie sociale, aussi les raisons de l'efficacité de nos systèmes d'enseignement sont mal connues, et les raisons de leur inefficacité dans certains cas (pour certaines connaissances et certains savoirs, pour certaines techniques pédagogiques, pour certains publics, dans certains groupes sociaux) sont encore plus mal connues ; ce qui rend délicates les interventions visant leur amélioration et plus encore leur « pilotage ».

Il n'y a pas, dans le monde francophone, de recherches de grande ampleur ayant visé à comprendre l'efficacité relative des pratiques de classe, sinon la récente étude commanditée par le PIREF au CREAD, qui s'était associée d'autres laboratoires pour étudier l'efficacité différente des professeurs de CP en français et en mathématiques. Des résultats sur l'efficacité en mathématiques sont nés les projets Apprentissage et Compréhension à l'École pour le CP, puis ARITHMECOLE pour le niveau suivant (ces travaux sont présentés par ailleurs à ICMI 23).

Quelques résultats ressortent du croisement des enquêtes en sociologie de l'éducation qui sont disponibles avec des éléments comparatifs entre pays francophones et anglophones, pour les 40 pays impliqués dans le PASEC (Programme d'Analyse des Systèmes Éducatifs de la CONFEMEM qui réunit les ministères de l'enseignement de 44 pays). Voir par exemple (Mingat, 2006). Le résultat que nous jugeons le plus important, que nous présenterons ici rapidement, tient au [taux de redoublement dès le CP dans les pays francophones](#). Ce taux est deux à quatre fois plus important que dans un pays anglophone, toujours supérieur à 15% il peut aller jusqu'à 30%. Cet élément statistique peut être mis en rapport avec d'autres éléments comme le fait que ce taux est à peu près constant dans le temps, l'espace, et les niveaux scolaires, et qu'il n'est pas lié aux performances des classes accueillant les élèves, les meilleures classes ayant à peu près le même taux que les pires.

Nous avons montré que ce fait peut être mis en relation avec le fait que les professeurs de ces pays se plaignent unanimement de ne pas arriver à finir le programme, et cet autre fait: ils s'engagent dans des révisions longues. Enfin, le redoublement ne tient pas seulement aux performances des élèves puisqu'à réussite égale aux tests externes, le taux de redoublement est un peu plus élevé pour les élèves à qui on hésite d'attribuer le savoir : les filles, par exemple. Nous interprétons cet ensemble de faits comme *une propriété des systèmes scolaires mis en place par la France*, car le problème est autre au Québec, en Belgique ou en Suisse.

La propriété semble tenir à une organisation particulièrement bureaucratique de ces systèmes, où l'on s'enquiert plutôt de ce qu'un élève a reçu comme enseignement que de ce qu'il sait et a appris. Cela qui conduit à considérer qu'un élève qui ne sait pas ce que l'on attend qu'il sache (il devrait le savoir, puisque cela doit lui avoir été enseigné), va être de nouveau soumis à l'enseignement, comme s'il avait été absent ; et aussi qu'un élève qui sait ce qui lui a été enseigné est tout juste bon à suivre l'enseignement à venir...

Dans ces conditions, les professeurs qui tentent de prévenir les échecs des élèves en difficulté arrêtent la progression dans l'exposé des savoirs à acquérir, en revenant sans cesse sur ce qui a déjà été dit, et dès que la société fait pression sur un groupe social pour que ses membres rejoignent la population active (les filles par exemple), les taux d'abandon scolaire se mettent à exploser, d'autant plus que les élèves ayant redoublé plus d'une fois sont âgés. Or, les élèves qui ont abandonné l'école avant la huitième année de scolarité seront massivement des adultes analphabètes.

Ainsi, nous interprétons trois faits d'observation constante, dans les pays d'Afrique francophone en particulier, en énonçant un principe et quelques unes de ses conséquences.

**Principe :** L'efficacité d'un système d'enseignement moderne est liée à une rationalisation de l'enseignement des savoirs, qui sont alors constitués en disciplines scolaires et présentés selon un ordre préétabli.

**Conséquences.** 1) Les élèves n'apprennent pas seulement ce qu'on leur enseigne explicitement : la plupart apprennent aussi ce qui est leur est utile pour apprendre ces savoirs. 2) *L'étude* fait le lien entre l'enseignement et l'apprentissage. Le professeur commence par le commencement. 3) Le commencement d'un enseignement fait sens pour la société où l'enseignement est organisé ; de ce fait, nous devons considérer que le choix n'appartient pas au professeur. 4) Le professeur organise une progression telle que, (en pratique, et il peut l'affirmer aux élèves) rien ne soit demandé aux élèves qui n'ait pas été enseigné. 5) Ce qui est enseigné désigne ce qui doit être appris et le détermine donc, *dans la mesure où ce qui doit être appris trouve (à l'école ou à l'extérieur) des conditions pour être étudié.*

C'est là que se trouve le problème à partir du moment où l'école doit s'adresser à toute une classe d'âge au lieu de sélectionner la future « élite républicaine » des élèves capables de produire ces conditions par eux-mêmes, ou de les trouver dans leur environnement social (Lahire, 2008).

En outre, il semble que l'inefficacité constante des politiques de discrimination positive soit liée à un raidissement de la bureaucratization dans les conditions où l'enseignement devient difficile, selon un réflexe qui s'avère fortement contre productif: les professeurs réduisent la matière enseignée et leurs élèves se retrouvent plus loin encore des attentes institutionnelles, au point qu'il devient difficile d'évaluer ensemble les classes bénéficiant d'une politique de discrimination et les autres. Le phénomène semble se produire aussi d'un pays à l'autre selon une variable que les enquêtes sociologiques ne repèrent pas et qui semble tenir aux rapports de la société à son école.

[Le rapport complet](#)

Chevallard, Y., & Mercier, A. (1987). *Sur la formation historique du temps didactique*. IREM d'Aix-Marseille.  
 Lahire, B. (2008). *La raison scolaire: École et pratiques d'écriture, entre savoir et pouvoir*. Presses universitaires de Rennes  
 Mercier, A., Sensevy, G., & Maria-Luisa Schubauer-Leoni. (2000). How social interactions within a class depend on the teacher's assessment of the students' various mathematical capabilities. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 32(5), 126-130.  
 Mingat, A. (2006). Disparités sociales en éducation en Afrique subsaharienne: Genre, localisation géographique et revenu du ménage. In « *Économie de l'Éducation: Principaux Apports et Perspectives* ».

## Teaching numeration units: why, how and limits



Catherine Houdement (LDAR – Universités Paris Diderot et Rouen), Frédéric Tempier (LDAR – Université Poitiers)

La 23<sup>ème</sup> Étude de la Commission Internationale sur l'Enseignement des Mathématiques porte sur un contenu essentiel commun à tous les programmes du primaire, l'Arithmétique des Nombres Entiers, qui inclut les opérations et les relations avec les problèmes à contexte réel (*word problems*). L'objectif de cette Étude est de produire une recension et une synthèse de tout ce qui est connu et travaillé sur l'Arithmétique des Nombres Entiers

Notre texte s'insère dans le thème 1 de cette étude. Ce thème est dédié aux questions culturelles, historiques et épistémologiques liées à l'Arithmétique des Nombres Entiers et à leurs relations avec les pratiques anciennes, présentes et celles qui seraient possibles dans le futur.

Dans l'enseignement français, on peut constater actuellement un manque de considération pour le principe décimal (base dix) de la numération des nombres entiers, concept pourtant essentiel pour la compréhension des mathématiques à l'école primaire. C'est pourquoi nous avons conçu deux expérimentations pour renforcer ce principe, en donnant un rôle essentiel aux unités de numération (unités, dizaines, centaines,...). Ce choix trouve, en partie, sa justification dans le texte de Chambris de cette même étude. La première expérimentation a été réalisée dans le cadre de la conception d'une ressource pour des enseignants de grade 3 ; la seconde dans le cadre d'un accompagnement d'enseignants de grade 1 et 2. Ces deux expérimentations s'appuient toutes deux sur les mêmes problèmes de dénombrement de collections ou de commande de collections, mais adaptés aux nombres étudiés à ces niveaux. L'analyse de ces expérimentations nous permet de questionner l'usage (ou le non usage) que font les enseignants et les élèves des unités de numération et les façons dont ils les mettent en relation avec les représentations standards des nombres. Ces deux expérimentations permettent d'exemplifier la complexité du processus d'apprentissage et d'enseignement du principe décimal de la numération. Les enseignants ne semblent pas prêts à gérer cette complexité, même quand ils pensent le faire. Ce travail fait émerger des besoins de formation sur des savoirs spécifiques de la numération (notamment sur les différentes représentations du nombre, dont celles en unités de numération), mais aussi sur des savoirs didactiques, conditions d'une adéquation des conduites de classe aux projets de séances.

Houdement, C., & Chambris, C. (2013). Why and how to introduce numbers units in 1<sup>st</sup> and 2<sup>nd</sup> grades. *Proceedings of the 8th Conference of European Research in Mathematics Education*. Turkey.

Mounier, E. (2010). *Une analyse de la numération au CP. Vers de nouvelles pistes*. Thèse. Paris: Université Paris Diderot.

Tempier, F. (2013). *La numération décimale de position à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. Thèse. Paris: Université Paris Diderot.

## Number system and computation with a duo of artifacts: the pascaline and the e-pascaline

Sophie Soury-Lavergne, IFÉ ENS de Lyon, France, Michela Maschietto, UNIMORE, Italy



Dans notre contribution, nous analysons l'utilisation d'un duo d'artefacts, constitué d'une machine matérielle (la pascaline Zero+1) et de sa version numérique (la e-pascaline), pour l'apprentissage des nombres et du calcul au cycle 2 de l'école primaire. Notre approche s'insère dans la tradition italienne du laboratoire de machines mathématiques (Maschietto & Bartolini Bussi, 2013). Le choix de la pascaline, évoquant la fameuse machine arithmétique de Blaise Pascal, présente un élément culturel important au regard des thèmes de cette étude ICMI.

Nous avons conçu la e-pascaline pour enrichir l'activité des élèves qui ont déjà commencé à utiliser la pascaline matérielle, afin de proposer des activités complémentaires et un milieu offrant plus de rétroactions vis à vis des apprentissages visés, notamment les principes de la numération décimale (Maschietto & Soury-Lavergne, 2013). Les expérimentations ont été conduites dans des classes de CP françaises avec des enseignants volontaires (Soury-Lavergne, 2014). L'analyse des données montre des processus de conceptualisation distincts, impliquant d'une part les nombres comme signe d'une quantité et la suite des nombres et d'autre part, l'addition récursive, le calcul et son effet sur les écritures des nombres. Le duo d'artefacts a permis de concevoir des situations qui demandent aux élèves de mettre en relation ces deux conceptualisations relatives aux nombres.



Notre contribution décrit comment le duo d'artefacts offre aux élèves un environnement d'apprentissage où ils sont engagés dans la résolution de problèmes qui demandent de mobiliser de façon flexible leurs connaissances sur l'écriture décimale du nombre et sur le calcul.

Maschietto, M., & Bartolini Bussi, M.G. (2013). Des scénarios portant sur l'utilisation d'artefacts dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire. In COPIRELEM (Ed.), *Actes de XXXIX Colloque International de la COPIRELEM – Faire des mathématiques à l'école: de la formation des enseignants à l'activité de l'élève*. Quimper 2012, 34-51. Brest: IREM de Brest.

Maschietto, M., & Soury-Lavergne, S. (2013). Designing a duo of material and digital artifacts: the pascaline and Cabri Elem e-books in primary school mathematics. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, 45(7), 959-971

Soury-Lavergne, S. (2014). *MOM pascaline et e-pascaline, une Mallette d'Outils Mathématiques pour la numération et le calcul en CP*. IFE-ENS Lyon.



## Arithmétique et compréhension à l'école primaire



Gérard Sensevy (1), Serge Quilio (2), Alain Mercier (3)

(1) Univ. de Bretagne Occidentale, (2) Univ. de Nice, (3) Institut Français de l'Éducation, ENS Lyon.

L'intervention traite d'une recherche collaborative fondée sur une ingénierie didactique pour le CP, que nous dénommons ingénierie coopérative. La première année, un parcours d'enseignement a été mis en place au fur et à mesure de sa conception, dans quatre classes expérimentales, puis redéfini en fonction des remarques des professeurs et des observateurs. Il a ensuite été expérimenté sur deux années consécutives. Nous avons suivi un protocole quasi expérimental, en évaluant dès la première année, avant et après enseignement, les élèves des 60 classes expérimentales et autant d'élèves de 60 classes témoin, qui l'année suivante ont été intégrées au protocole expérimental. Les deux années, les évaluations ont montré que pour des élèves équivalents avant enseignement, 1) les élèves des classes expérimentales étaient incomparablement plus performants sur les questions de décomposition additive fonctionnelle des entiers, 2) les élèves des zones de discrimination positive progressaient rapidement dans les classes expérimentales, tandis qu'ils stagnaient dans les classes témoin, comme chacun le sait d'expérience.

Le curriculum ACE est donc non seulement plus efficace, mais il est surtout plus équitable, ce qui est notre résultat principal.

Nous présentons à ICMI 23 les principes et la logique de ce curriculum, qui viennent des travaux récents en didactique et en psychologie sur l'arithmétique élémentaire (Brousseau, 2000), (Ho & Fuson, 1998), (Bartolini-Bussi, Mariotti, & Ferri, 2005), (Sztejn, Olson, Ferreras, & others, 2010) qui ont souligné l'importance des relations entre représentations concrètes, représentations analogiques, et représentations symboliques. Nous avons dégagé quatre principes de travail : (1) Les élèves sont familiarisés avec les nombres et les relations numériques d'abord sur de « petits nombres », et pour une durée importante. (2) Nous donnons une importance centrale à l'équivalence de deux écritures numériques, de telle manière que pour les élèves, le signe d'égalité (=) n'est pas le signe d'un résultat d'opération, mais le signe d'une relation numérique. Il est donc introduit simultanément avec le signe d'inégalité ( $\neq$ ). (3) Les opérations arithmétiques sont donc d'abord des moyens de désigner des nombres et d'en explorer les propriétés, ainsi le fait que 4 soit le successeur de 3 est écrit  $4=3+1$ , et par exemple pour comparer  $3+4$  et  $6+1$  les élèves écrivent  $3+4=3+3+1=6+1$ . (4) L'usage de matériels manipulables et de représentations est développé systématiquement, sous deux conditions : ces manipulations doivent référer à une situation concrète qui servira de système d'interprétation analogique pour les écritures symboliques, d'une manière proche de ce qui est décrit dans les ouvrages d'enseignement traditionnels en Chine.

En un mot, pour faire entrer de plain pied les élèves dans la culture des objets mathématiques et pour leur faire développer une pratique personnelle de mathématisation, nous les engageons systématiquement à écrire des relations mathématiques qui leur donnent une compréhension profonde des nombres entiers et de leurs écritures en numération décimale de position. Les analyses du travail écrit des élèves démontrent certains des effets d'apprentissage recherchés par nos propositions

d'ingénierie, ils relèvent de ce que Chevallard a appelé des *manipulations productives*, qui d'ordinaire n'appartiennent pas au monde des élèves. Ils sont exposés dans le texte de notre contribution, disponible sur le site de ICMI 23.

Bartolini-Bussi, M. G., Mariotti, M. A., & Ferri, F. (2005). Semiotic mediation in the primary school. In *Activity and Sign* (p. 77–90). Springer.

Brousseau, G. (2000). Que peut-on enseigner en mathématiques à l'école primaire et pourquoi? *Repères IREM*, 38, 7–10.

Brousseau, G., Balacheff, N., Cooper, M., Sutherland, R., & Warfield, V. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970-1990*. Kluwer academic publishers.

Ho, C. S.-H., & Fuson, K. C. (1998). Children's knowledge of teen quantities as tens and ones: Comparisons of Chinese, British, and American kindergartners. *Journal of Educational Psychology*, 90(3), 536.

Sztejn, E., Olson, S., Ferreras, A., & others. (2010). *The Teacher Development Continuum in the United States and China: Summary of a Workshop*. National Academies Press.

## La formation à l'enseignement de l'arithmétique: une approche mathématique et didactique



Bernard R. Hodgson, Université Laval, Québec (Canada) et Caroline Lajoie, Université du Québec à Montréal, Québec (Canada)

Divers modèles de formation à l'enseignement au primaire existent à travers le monde. Au Québec, depuis la disparition des écoles normales au début des années 70, les universités ont la responsabilité de cette formation. Celle-ci est offerte à l'intérieur de programmes de premier cycle (d'une durée de 4 ans) dédiés entièrement à l'éducation préscolaire et à l'enseignement primaire.

Si les universités québécoises doivent se soumettre à certains paramètres déterminés par le Ministère de l'éducation, elles disposent tout de même d'une certaine marge de manoeuvre dans l'organisation de leurs programmes de formation. Ainsi, la séquence de cours proposée aux futurs enseignants du primaire en lien avec les mathématiques diffère d'une université à l'autre, tant par la nature et le nombre de cours que par les domaines d'expertise des professeurs qui y sont impliqués. Alors que dans plusieurs universités la formation à l'enseignement des mathématiques au primaire relève entièrement des didacticiens de cette discipline, dans d'autres, comme l'Université Laval, mathématiciens et didacticiens se partagent cette responsabilité (pour plus de détails sur les programmes québécois de formation, voir Bednarz, 2012). Dans le cadre de notre contribution à la 23e Étude ICMI, à partir d'un exemple de pratique de formation à l'enseignement de l'arithmétique, nous faisons ressortir les intentions qui guident le mathématicien et le didacticien dans leur travail respectif avec les futurs enseignants dans un contexte où tous deux ont un rôle à jouer dans la formation de ceux-ci, et nous mettons en évidence la complémentarité des rôles joués par le mathématicien et par le didacticien dans un tel contexte.



Dans le cours *Arithmétique pour l'enseignement au préscolaire/primaire* créé pour les futurs enseignants par le Département de mathématiques et de statistique de l'Université Laval, les étudiants sont invités à développer une expertise mathématique bien spécifique, qui fera d'eux *les experts* de l'arithmétique liée à l'enseignement au primaire (suivant une vision pouvant être rapprochée aujourd'hui de celles de Ma, 1999 et de Ball et Bass, 2003). Dans ce cours, un modèle des naturels en apparence tout simple, soit celui des *bâtons*, sert de contexte à l'intérieur duquel le futur enseignant est invité à reconstruire, avec le mathématicien, les bases de l'arithmétique des naturels. Un naturel  $y$  est *défini* comme une suite finie, éventuellement vide, de bâtons, et une convention d'écriture permettant de représenter des rangées de bâtons de longueur arbitraire est introduite. Les opérations d'addition et de multiplication sur les naturels sont elles aussi *définies*, et les propriétés fondamentales des opérations sont *démonstrées*, toujours à l'aide du même modèle. Les bâtons sont introduits parce qu'ils permettent de mieux concevoir les naturels, sans toutefois exempter les étudiants de développer une vision solide et robuste des mathématiques sur lesquelles ils travailleront avec leurs élèves.

Ce contexte mis en place par le mathématicien pour reconstruire les fondements de l'arithmétique des naturels demeure disponible une fois le cours *Arithmétique* terminé. Les futurs enseignants peuvent en effet y replonger, cette fois avec le didacticien des mathématiques, que ce soit pour apprécier explicitement, avec un peu de recul, la fécondité de ce modèle, pour en percevoir les limites, pour le comparer avec d'autres modèles concrets utilisés dans l'enseignement au primaire ou même pour le repenser dans la perspective d'un travail mathématique avec les enfants.

Ball, D.L. & Bass, H. (2003). Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In E. Simmt & B. Davis (Eds.), *Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group / Groupe canadien d'étude en didactique des mathématiques* (pp. 3-14). Edmonton, AB: CMESG/GCEDM.

Bednarsz, N. (2012). Formation mathématique des enseignants: état des lieux, questions et perspectives. In: Proulx, J., Corriveau, C. & Squalli, H. (Eds.), *Formation mathématique pour l'enseignement des mathématiques: pratiques, orientations et recherches* (pp. 13-54). Québec: Presses de l'Université du Québec.

Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

### Le rôle de l'expérience dans la construction des connaissances et des savoirs didactiques chez les professeurs de l'école élémentaire. Cas de la variabilité didactique dans la résolution de problèmes d'arithmétique.



Anna Barry\*, Jarmila Novotná\*\* et Bernard Sarrazy\*

\*Université de Bordeaux, France, \*\*Charles University in Prague, Faculty of Education, Czech Republic

A quelle condition l'expérience de l'enseignement des mathématiques peut contribuer à accroître les connaissances didactiques des professeurs ? Par « connaissance didactique » nous entendons le fait qu'un professeur sache (parce qu'« il le fait » et non pas forcément parce qu'« il le dit ») qu'un problème d'arithmétique de

structure classique « état initial – transformation – état final » est plus difficile si la question porte sur l'état initial que sur l'état final, et plus difficile qu'un problème combinant des transformations d'états ou des états relatifs (cf. la typologie de Vergnaud 1990). L'idée de la variabilité didactique a été introduite par Sarrazy (2002) pour désigner la capacité des professeurs à concevoir des problèmes de difficultés très différentes. Ces différences ont des effets sur les phénomènes de sensibilité au contrat (plus la variabilité est élevée plus les élèves adaptent leurs connaissances aux contextes nouveaux) et elles permettent de rompre avec le mythe de la créativité en mathématiques (Novotná, Sarrazy, 2011). A partir d'une recherche récente (Barry, 2014), cet article montre que l'origine de ces différences de variabilité entre les professeurs n'a aucun lien avec la formation initiale, avec le rapport aux mathématiques ou l'ancienneté générale ; seules les conceptions pédagogiques des professeurs sont significativement discriminantes : les professeurs « actifs » ont une moyenne nettement supérieure aux professeurs pratiquants un enseignement plus classique. Plus les situations mises en place par les professeurs sont ouvertes, plus la probabilité d'événements imprévus (réponses d'élèves, type de raisonnement...) est élevée ; le professeur devra donc réagir à ces événements imprévus (trouver un contre-exemple, analyser rapidement l'erreur de l'élève, estimer l'effet d'une variable didactique...). Ces feedbacks produisent donc des formes d'adaptation à ces situations qui ne sont pas nécessairement conscientisées mais s'avèrent très efficaces. Les différences de variabilité entre les deux styles témoignent de ces constructions de connaissances didactiques. Les entretiens ont permis de montrer clairement que, à même variabilité et à même ancienneté, certains enseignants n'avaient pas conscience des variations qu'ils réalisaient, alors que d'autres étaient capables d'expliquer un certain nombre de variables : des plus évidentes, comme l'ajout de données supplémentaires et la taille des nombres, aux plus subtiles, comme la correspondance entre l'indice sémantique et l'opérateur mathématique ou entre l'organisation syntagmatique et l'ordre opératif. Aucun d'entre eux n'a évoqué des variations sur le type de structures additives alors même qu'ils avaient opéré des variations sur cette dimension.

La question de l'expérience ne se réduit donc pas à une simple question de temps. La variabilité didactique n'est pas liée au temps de l'expérience, mais apparaît comme une connaissance émergente de l'action enseignante. Ces résultats sont tout aussi intéressants car ils montrent que les savoirs didactiques (dispensés en formation) ne se traduisent pas nécessairement par des connaissances didactiques en situation.

Bibliographie (tronquée)

Barry A. (2014). *Expérience, connaissances et savoirs : le cas de la variabilité dans la résolution de problèmes d'arithmétique chez des enseignants de cycle 3*. Mémoire de Master Mention Sciences de l'Éducation. s/d Pr B. Sarrazy. Université de Bordeaux.

Brousseau G. (1998). *Théorie des situations didactiques*, [Textes rassemblés et préparés par N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, V. Warfield], Grenoble : La pensée sauvage.

Novotná, J., & Sarrazy, B. (2011). Didactical variability in teacher education. In O. Zaslavsky & P. Sullivan (Eds.) *Constructing knowledge for teaching secondary mathematics: Tasks to enhance prospective and practicing teacher learning* (pp. 103-116). Springer.

Sarrazy, B. (2002). Effects of variability on responsiveness to the didactic contract in problem-solving among pupils of 9-10 years. *European Journal of Psychology of Education*. XVII(4), 321-341.

Vergnaud, G., (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2-3), 133-170.

## Les nombres écrits et parlés dans un pays postcolonial : le cas de l'Algérie



Nadia Azrou, Université Yahia Farès, Médéa et USTHB, Alger

*L'objet de cette contribution est de présenter quelques étapes initiales d'une étude à long terme pour intervenir au niveau de la formation des enseignants dans une situation de rencontres de différentes influences culturelles dans un pays postcolonial qui est l'Algérie. Quelques analyses préliminaires seront portées sur la manière par laquelle les nombres naturels sont présentés oralement (nombres parlés) selon les différents langages. Plus tard, l'objectif serait de prendre profit des différences existantes pour développer des compétences concernant l'écriture des nombres, mais aussi pour renforcer la conscience des élèves concernant les racines de ces différences et donc pour promouvoir leur identité culturelle.*

### Étapes préliminaires du projet de recherche

En Algérie, comme pour d'autres pays postcoloniaux, l'influence de la culture coloniale reste encore présente et est soutenue par différentes institutions culturelles formant les différents aspects de la culture dominante, en dépit d'une volonté d'autonomie déclarée. En plus, avec la culture locale, il y a des rapports de pouvoir entre les différents groupes ethniques qui résultent fréquemment en une dominance d'un groupe par rapport aux autres. Le défi consiste alors, à transformer des éléments de subalternité de quelques élèves à la culture dominante à des outils pour promouvoir à la fois les compétences de base et l'identité culturelle des étudiants au niveau personnel et au niveau des différents groupes. Un objectif pareil nécessite une analyse préliminaire délicate de la situation selon un cadre théorique adéquat.

Étant intéressée au développement des compétences mathématiques de base, particulièrement les compétences numériques, je considère d'abord les différences entre les représentations orales des nombres naturels selon les différents langages en Algérie et leur relation avec l'écriture des nombres selon le système positionnel décimal. En fait, ces différences peuvent intervenir dans les relations entre les mathématiques de la rue et les mathématiques de l'école (cf. Nunes, Schliemann & Carraher, 1993), particulièrement dans le cas des élèves issues des familles moins imprégnées dans la culture dominante.

Les mathématiques de la rue sont essentiellement orales, surtout au tout début de l'école, les mathématiques scolaires sont présentées oralement par l'enseignant, souvent selon la seule langue officielle de l'école. On pourrait voir ici un exemple comment la dominance culturelle fonctionne selon la dominance de la langue (Valdés, 1999) et pourrait causer, non seulement, des difficultés potentielles d'apprentissage aux élèves (Miura & Okamoto, 2003, p. 203), mais aussi en leur subalternité (Gorgorio & Planas, 2001). Mais le langage, dans notre cas le langage mathématiques (i.e langage naturel dans le registre mathématique, Boero, Douek, Ferrari, 2008) est aussi l'endroit où plusieurs différences culturelles, non seulement, font surface, mais aussi peuvent être identifiées et discutées par les élèves avec l'aide de l'enseignant.

Par conséquent, connaître les différences culturelles concernant la langue d'enseignement des mathématiques pourrait contribuer à l'initiation d'un discours en classe concernant l'identité culturelle et une compréhension

mutuelle au niveau de la dignité paritaire (Nieto, 1999 ; Gorgorio & Planas, 2001).

D'autre part, les aspects linguistiques des notions de base des mathématiques sont importantes pour leur maîtrise tant au niveau de l'enseignement qu'au niveau de l'apprentissage des mathématiques (comme pour la différence entre l'arithmétique orale et écrite : Miura & Okamoto, 2003).

Boero, P., Douek, N., & Ferrari, P.L. (2008). Developing mastery of natural language. Approaches to some theoretical aspects of mathematical. In L. English (Ed.), *International Handbook of Research in Mathematics Education* (pp. 262-295). New York: Routledge.

Gorgorio, N., & Planas, N. (2001). Teaching mathematics in multilingual classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, 47, 7-33.

Miura, I. T., & Okamoto, Y. (2003). Language supports for mathematics understanding and performance. In A.J. Baroody, & A. Dowke (Eds.) (2003), *The Development of Arithmetic Concepts and Skills* (pp. 229-242). Mahwah, N.J.: L.E.A.

Nunes, T., Schliemann, A., & Carraher, D. (1993). *Street mathematics and school mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.

### Les études ICMI



Les études ICMI constituent un programme majeur pour l'ICMI.

Elles ont été lancées dans les années 1980, et on gagné une importance croissante dans le domaine de l'éducation mathématique. Elles contribuent à une meilleure connaissance des défis que rencontrent les recherches, dans leurs diversités scientifiques et culturelles, concernant l'enseignement des mathématiques.

Chaque étude se concentre sur un problème apparaissant critique pour l'enseignement des mathématiques. Travaillée dans le cadre d'une conférence internationale, elle donne matière à l'édition d'un ouvrage destiné à soutenir les discussions et les décisions aux niveaux et régional, international, du point de vue de recherche ou institutionnel.

Une étude peut être principalement tournée vers l'analyse des phénomènes, ou vers le développement de l'action et des ressources. Mais elle intègre toujours des composantes de recherche.

La présente étude, sur les premiers apprentissages scolaires de nombres, comme la 19<sup>ème</sup> étude, sur la preuve et la démonstration (présentée par Viviane Durand-Guerrier dans le *bulletin de la CFEM n°28, p. 4*) ont naturellement une importance particulière dans le contexte français de renouvellement des programmes de l'école de base.

[En savoir plus sur les ICMI Studies](#)

## BRÈVES...

Informations à transmettre avant le 20 du mois pour parution dans le bulletin du mois suivant. Cette rubrique ne vit que par les informations des membres de la CFEM. Toute contribution bienvenue !

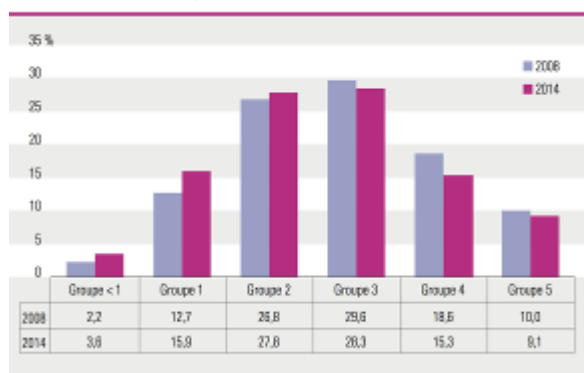
### Questions critiques

*Mathématiques en fin de collège : une augmentation importante du pourcentage des élèves de faible niveau*

La direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance (DEPP), dans sa note n°19 de mai 2015, compare les performances des élèves, en mathématiques, à 6 ans d'écart. Elle en tire six enseignements :

- le score moyen en fin de collège est en baisse ;
- le pourcentage d'élèves de faible niveau passe de 15 % à 19,5 %, soit une augmentation de près d'un tiers ;
- si la maîtrise technique recule, les élèves sont cependant capables de prendre des initiatives et de raisonner pour résoudre des problèmes ;
- comme en 2008, la performance des filles reste inférieure à celle des garçons, mais l'écart de scores se réduit ;
- la corrélation entre la réussite scolaire et l'origine sociale se renforce ;
- les élèves gardent une image positive de la discipline mais restent anxieux face aux évaluations chiffrées.

1 – Répartition des élèves par groupes de niveaux en 2008 et en 2014 en mathématiques (en %)



La situation décrite s'inscrit dans la continuité des études déjà menées par la DEPP sur l'enseignement des mathématiques à travers PISA, les résultats du diplôme national du brevet, la maîtrise du socle aux paliers 2 et 3 »

[Accès au document](#)

### Vie des composantes

*Femmes et mathématiques*

Marie-Françoise Roy vient d'être nommée présidente du Committee for Women in Mathematics (CWM), pour 2015-2018. La CFEM lui adresse ses plus chaleureuses félicitations.

[The CWM website](#)

*Comité scientifique des IREM*

Le relevé de conclusions de la réunion du 10 avril 2015 du comité scientifique des IREM a été mis en ligne sur le portail des IREM. Il intègre des éléments de discussion sur les nouveaux programmes de l'école et du collège, une présentation des activités de la commission inter-IREM "PopMath", des éléments de discussion sur les activités périscolaires et synergies entre scolaire et périscolaire.

[Accès au document](#)

### Séminaires, colloques et congrès

*Séminaire "histoire, épistémologie et didactique" du LDAR, jeudi 4 juin, 9h30-12h30*

Première séance salle 646A, bâtiment Condorcet. R. Chorlay et C. de Hosson présenteront les explorations théoriques, empiriques et bibliographiques qui ont alimenté l'écriture du chapitre "History of Science, Epistemology and Mathematics Education Research".

[Cécile de Hosson](#)

*Colloque de la COPIRELEM, 16-18 juin à Besançon*

Le thème de ce colloque est *Former et se former... Quelles ressources pour enseigner les mathématiques à l'école ?* Les inscriptions sont ouvertes.

[En savoir plus](#)

*INDRUM (International Network for Didactic Research in University Mathematics), premier colloque du 31 mars au 2 avril 2016 à Montpellier*

Le premier appel à communication est paru, soumissions en ligne sur le site du colloque. Les responsables scientifiques sont Elena Nardi (Norwich, United Kingdom) et Carl Winsløw (Copenhagen, Denmark).

[Le site du colloque](#)

### Articles, publications, ressources

*Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2014*

Les actes sont désormais disponibles en ligne.

Cet ouvrage rassemble les actes du premier séminaire itinérant, organisé à Bordeaux en janvier 2014 avec l'aide de Lalina Coulange et Caroline Bulf, ainsi que ceux des séminaires parisiens de mars et novembre 2014.

Prochain séminaire les 6 et 7 novembre 2015 à Paris.

[Lien de téléchargement](#)

*Degrees of Freedom: Diversifying Math Requirements for College Readiness and Graduation.*

Un rapport de Pamela Burdman, PACE (*Policy Analysis for California Education*).

Since the mid-20th century, the standard U.S. high school and college math curriculum has been based on two years of algebra and a year of geometry, preparing students to take classes in pre-calculus followed by calculus. That pathway became solidified after the 1957 launch of the Soviet satellite Sputnik motivated reforms in U.S. science and engineering education to boost the nation's technological prowess. But evolutions in various disciplines and in learning sciences are calling into question the relevance and utility of this trajectory as a requirement for all students. The emerging movement is toward differentiated "math pathways" with distinct trajectories tied to students' goals.

Alternatives emphasizing statistics, modeling, computer science, and quantitative reasoning that are cropping up in high schools and colleges are beginning to challenge the dominance of the familiar math sequence. [...]

[Accès au rapport](#)



## Vers des mathématiques vivantes : synergies entre activités périscolaires et scolaires



Il est commun d'entendre opposer des activités périscolaires qui permettraient aux élèves de rencontrer les mathématiques sous une forme vivante, intéressante, active, attractive, voire ludique, et des mathématiques scolaires qui seraient nécessairement formelles et ennuyeuses, centrées sur des apprentissages essentiellement techniques et sans enjeu autre que scolaire. C'est là une vision caricaturale même si on ne peut nier que les deux mondes, le scolaire et le périscolaire, font face à des conditions et contraintes clairement distinctes. C'est parce qu'il nous semble important de la dépasser, et de chercher plutôt comment ces deux mondes peuvent s'épauler que nous avons choisi d'aborder la question des relations entre scolaire et périscolaire sous l'angle des synergies.

Nicolas Pelay, chercheur en didactique des mathématiques, LDAR, président de [Plaisir maths](#)

Il existe en France de nombreuses activités de ce type, mais malgré leur intérêt, elles touchent une proportion limitée d'élèves. Par ailleurs, leur impact sur les élèves et les enseignants qui y participent, ainsi que les synergies existantes, possibles, avec l'enseignement au quotidien, ont été jusqu'ici assez peu étudiées. C'est pour commencer à combler ce déficit que Michèle Artigue et moi-même, tous deux chercheurs en didactique des mathématiques, avons élaboré un questionnaire pour recueillir les témoignages des acteurs du terrain.

### Une initiative de la CFEM

L'organisation du [forum Mathématiques vivantes, de l'école au monde](#), qui s'est tenu les 21 et 22 mars derniers à l'initiative de la CFEM, a été le déclencheur de la mise en œuvre de ce questionnaire. Il a été mis en ligne du 26 janvier au 1<sup>er</sup> mars avec l'aide de [Plaisir Maths](#) et les premiers résultats ont été présentés à l'occasion de ce forum. 152 réponses ont été postées, et 125 réponses de personnes ayant des activités périscolaires ont pu être exploitées.

Le questionnaire est structuré en quatre parties principales : profil du répondant ; vision de l'impact des activités périscolaires ; synergies entre scolaire et périscolaire ; zoom sur une expérience particulière. Il est constitué de réponses fermées, permettant d'établir rapidement des statistiques, et de questions ouvertes permettant un traitement plus qualitatif.

### Profil des répondants

Un peu plus d'hommes (55%) que de femmes (44%) ont répondu au questionnaire, avec une diversité d'âge, dont notamment une bonne représentation d'enseignants relativement jeunes (34% en dessous de 34 ans). La majorité des réponses vient d'enseignants (47%) et enseignants-chercheurs (46%), en activité ou en plus petit nombre retraités, même si le milieu associatif (comédiens, animateurs professionnels,...) est lui aussi représenté (7%).

En outre, nous avons distingué les différentes positions que pouvaient avoir les personnes, entre celles qui mènent des activités dans leur classe ou établissement (30%), celles – enseignantes ou non – qui organisent ou mènent des activités à l'extérieur (59%), et celles qui font les deux (11%).

Enfin, nous avons recensé l'ensemble des activités périscolaires qui étaient menées, et toutes sont représentées avec au moins 10 réponses : clubs, rallyes, olympiades, stages (type [mathsC2+](#)), activités de recherche (type [MATH-en-JEANS](#) ou [Hippocampe](#)), sorties scolaires, interventions dans les classes, classes de découverte, etc.

### Impact des activités périscolaire

Il apparaît sans surprise que, pour les répondants, ces activités ont un impact important sur les élèves, et aussi sur les enseignants. Il est intéressant d'étudier plus finement la nature de ces impacts.

Ce qui domine très largement, c'est la vision des maths et la motivation, mais les apprentissages mathématiques et plus transversaux sont aussi bien présents. Sur les pratiques

mathématiques et surtout les orientations, les impacts déclarés sont plus faibles, mais cela correspond aussi au fait que ces impacts sur le moyen et long terme sont difficiles à cerner. D'ailleurs, beaucoup de répondants ont déclaré qu'ils ne pouvaient pas se prononcer.

### Synergies entre scolaire et périscolaire

La majorité des répondants (62%) essaient de créer de telles synergies, et 68% en constatent des effets positifs. Parmi ceux qui répondent *non* ou *plutôt non* (32%), les raisons majoritairement invoquées sont le manque de temps, de moyens, et de soutien. On trouve aussi des réponses d'intervenants extérieurs qui déclarent ne pas être en position de créer de telles synergies.

Dans les explications accompagnant les réponses *oui* ou *plutôt oui*, s'exprime la conviction que le périscolaire peut redonner sens, motiver et nourrir le travail scolaire, mais aussi qu'il s'appuie sur lui, qu'il en est complémentaire, ce qu'illustre par exemple ce commentaire : « *En classe ou hors la classe, l'ambition est d'enseigner, de faire découvrir des domaines scientifiques qui ne sont peut-être pas explicitement dans les "programmes" mais ouvriront des fenêtres pour mieux assimiler et comprendre l'intérêt de ce qui est proposé en cours* ».

Concernant les effets positifs, on retrouve : motivation, vision des maths, apprentissages, mais on trouve aussi de nouvelles catégories : le côté « raccrochage », la prise de confiance, les aspects relationnels (enseignants/élèves, parents/enseignants, enseignants/intervenants,...). La réussite des élèves est aussi présente (orientation fin de seconde et durée des études dans la filière choisie en particulier scientifique).

56% des personnes qui essaient de nouer des synergies, déclarent éprouver des difficultés : trouver du temps, trouver des acteurs motivés, concevoir des activités pertinentes qui permettent aussi de soutenir le programme scolaire. Si une majorité déclare avoir surmonté ces difficultés (63%), 36% ne parviennent pas encore à les surmonter. On peut noter que 30% des enseignants se déclarent non soutenus par leur chef d'établissement, 43% par les corps d'inspection, et que 40% ne dispose pas de moyen spécifique.

Pour lever ces difficultés et améliorer la création de telles synergies, les répondants évoquent les pistes suivantes : former les enseignants ; soutenir institutionnellement ceux qui s'engagent ; donner du temps et des moyens ; soutenir la création de groupes, les collaborations, la mutualisation ; mettre mieux en évidence les objectifs communs poursuivis.

### Perspectives

Une analyse plus fine reste aujourd'hui à mener, en particulier pour prendre en compte les réponses qualitatives mais aussi pour établir des corrélations entre les types de réponses et les différents paramètres (nature des activités menées, types d'intervenants, etc.). Par ailleurs, le nombre de réponses est suffisamment significatif et représentatif pour qu'il soit possible d'établir des catégories, et envisager par la suite de faire passer le questionnaire sur un échantillon plus important.