

Cf(em)



LDAR

LABORATOIRE DE DIDACTIQUE
ANDRÉ REVUZ

Un dispositif de formation à l'enseignement de la modélisation mathématique

Novembre 2020



*"L'école doit permettre aux élèves, quel que soit leur niveau, de s'approprier les mathématiques pour en faire un outil qui les rend autonomes, en tant que futurs citoyens et dans leur vie professionnelle à venir. Cela nécessite de comprendre et maîtriser certains concepts, de savoir les mobiliser dans des problèmes courants et nouveaux, souvent aussi de **savoir mathématiser des situations de la vie.**" (extrait du texte de présentation du colloquium)*



Mathématisation horizontale

Treffers (1978), Freudenthal (1991)- RME

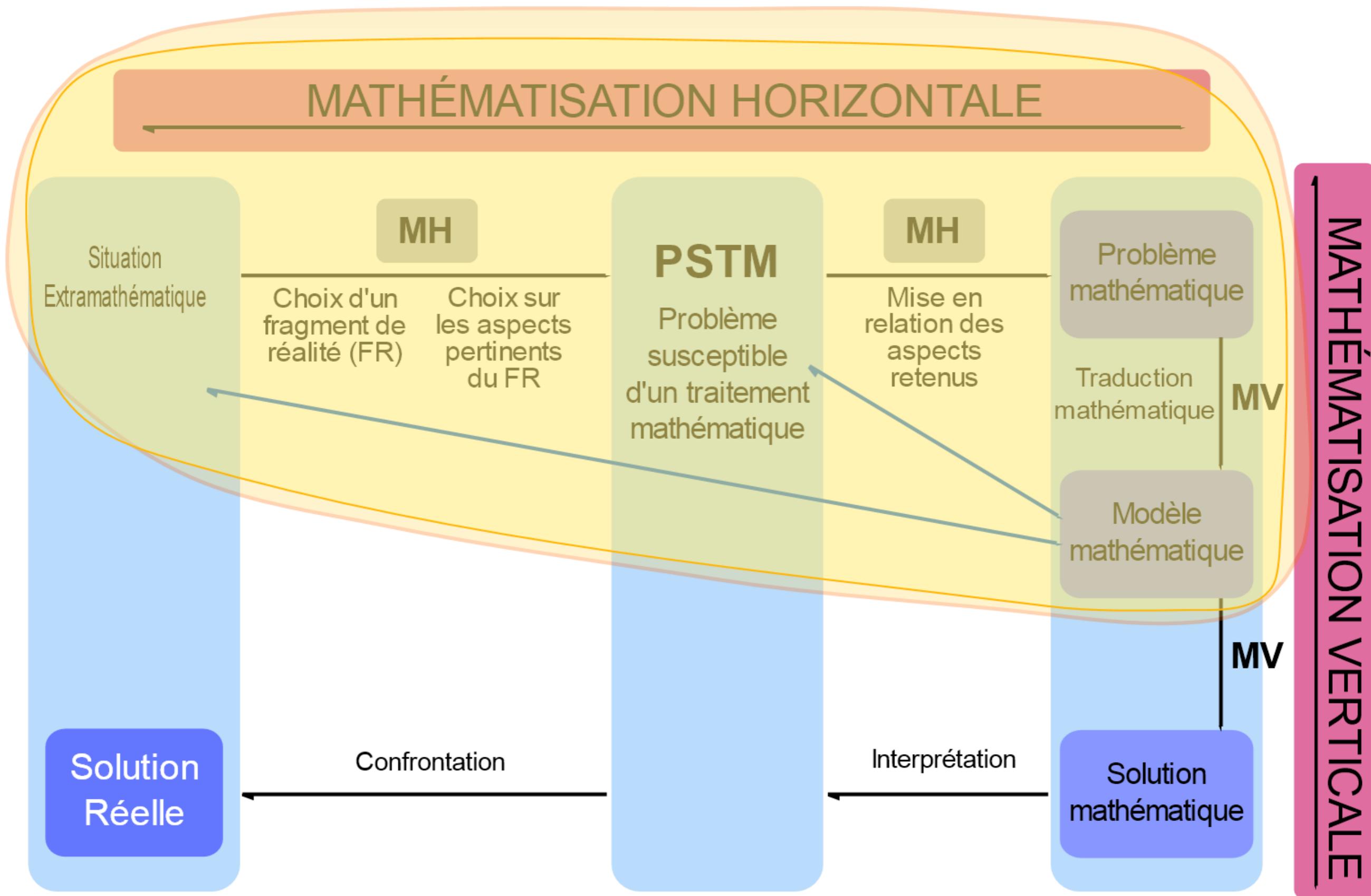
- la mathématisation *horizontale* qui « *part du monde de la vie au monde des symboles* »
- la mathématisation *verticale* « *qui se déplace à l'intérieur de ce monde des symboles* »

MH ↔ MV (rapports dialectiques)

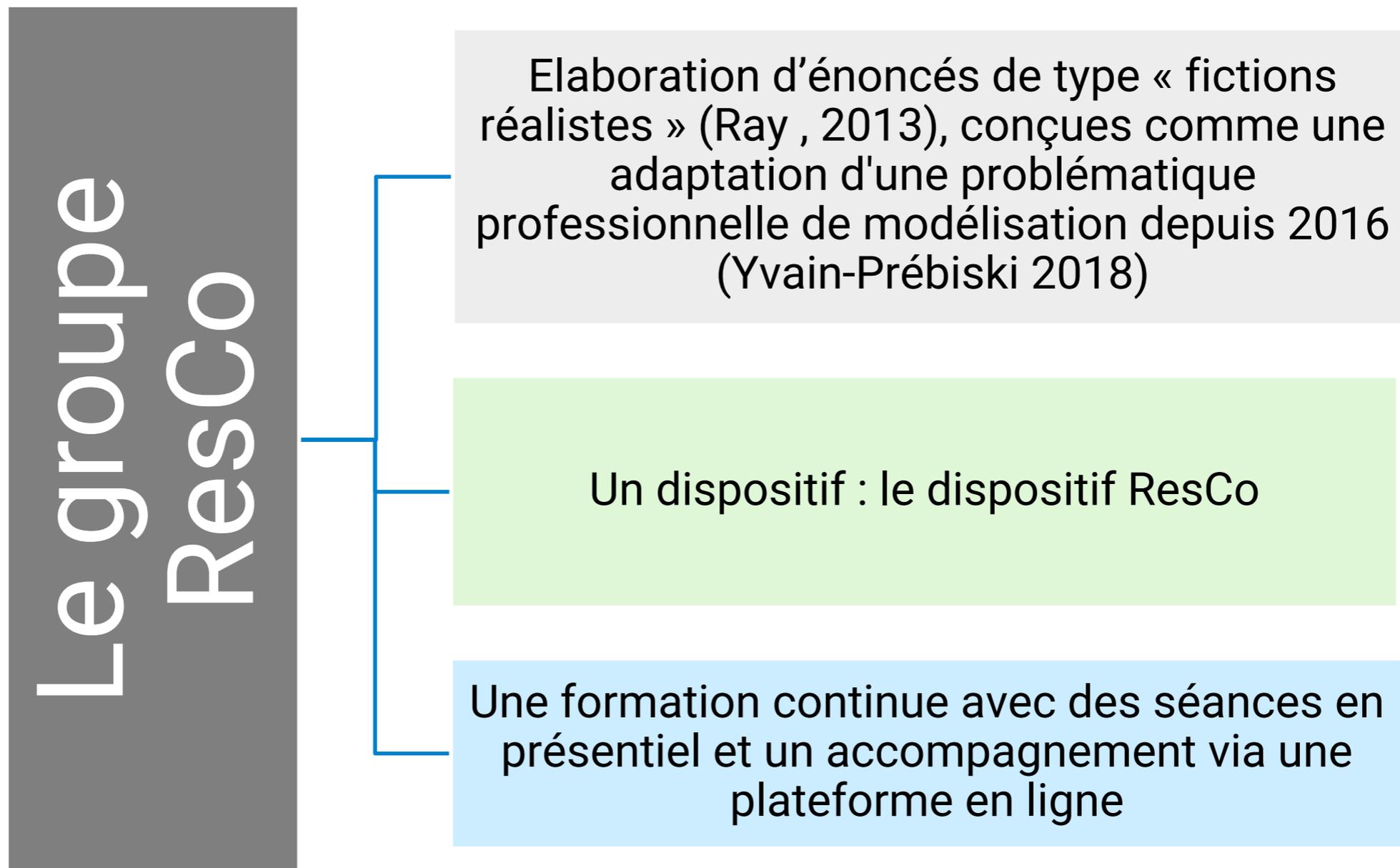
La *mathématisation horizontale* relève du choix d'un fragment de réalité, de l'identification et du choix de certains aspects de ce fragment de réalité susceptibles de relever d'un traitement mathématique, puis de leur mise en relation en vue de construire un modèle mathématique.

↪ « *un fragment de mathématique appliqué à un fragment de réalité* » (Israël 1996)

Modélisation mathématique : une démarche de construction d'un modèle en langage mathématique permettant de mettre en relation les éléments choisis dans un fragment de réalité en lien avec la question à étudier.



Cycle de modélisation mathématique (Yvain-Prébiski 2018)



Les fictions réalistes proposées par ResCo se caractérisent par quatre critères (Ray, 2013) :

- Une situation a priori non mathématique.
- Un contexte fictif mais réaliste.
- La nécessité d'une phase de modélisation pour une prise en charge efficace de la situation.
- La phase de modélisation peut renvoyer à plusieurs problèmes mathématiques selon les choix qui sont faits.

Depuis 2016 :

- La fiction réaliste est conçue comme une adaptation d'une problématique de modélisation issue des pratiques scientifiques professionnelles.
- Les variables didactiques (et leurs valeurs) de la fiction réaliste sont choisies de manière à favoriser l'entrée dans la mathématisation (Yvain-Prébiski & Modeste S. 2017).

Une entreprise découpe des vitres rectangulaires de 4 dimensions différentes :

210 cm x 215 cm

100 cm x 215 cm

100 cm x 125 cm

60 cm x 215 cm.

Ces vitres sont découpées dans des grandes plaques rectangulaires de verre de 600 cm x 320 cm.

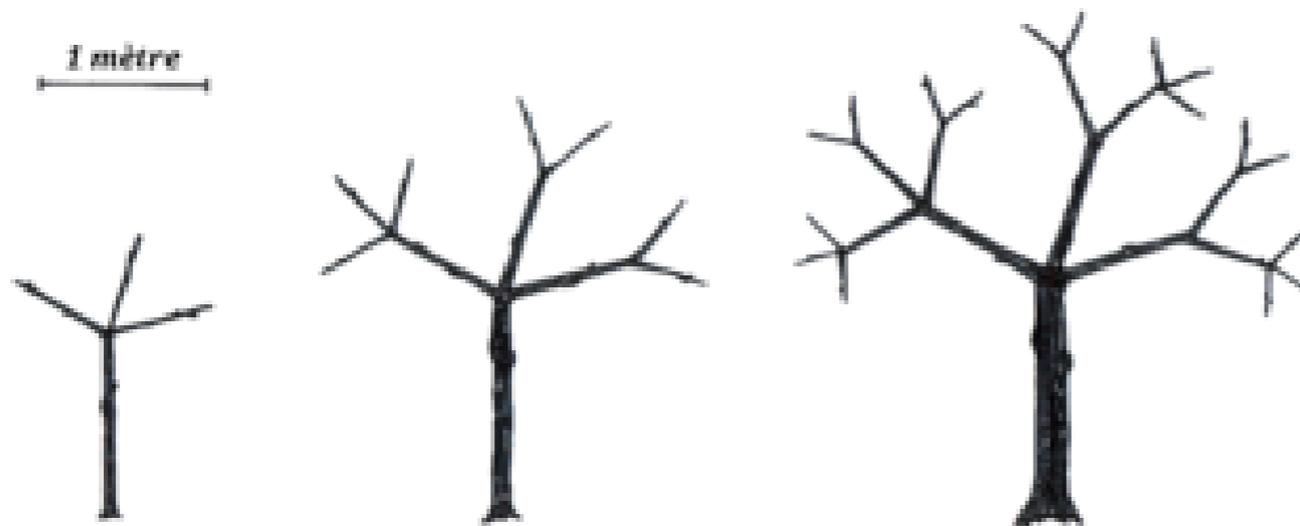
L'entreprise cherche une méthode pour réaliser les découpes selon les commandes en limitant les chutes.

Pour aider l'entreprise, pouvez-vous proposer une méthode qui réalise les découpes et minimise les pertes ?

Pour en savoir plus : Lavolé J. & al (2020-*Proceedings of the CIEAEM 71*)

L'arbre

Des botanistes du Jardin des Plantes ont rapporté un arbre exotique inconnu, dont on vient de découvrir l'espèce. Pour étudier cette nouvelle espèce, les botanistes ont réalisé les croquis de l'arbre chaque année depuis 2013.



Schémas de l'arbre en novembre 2013, novembre 2014 et novembre 2015.

Les botanistes veulent faire construire une serre pour protéger l'arbre. Ils estiment qu'il aura atteint sa maturité en 2023. Pour les aider dans ce projet, prévoyez comment sera l'arbre en 2023 ?

Pour en savoir plus : Yvain-Prébiski (2018-*Proceedings of the CIEAEM 69*)

Organisation de la session collaborative 2020:

Les enseignants

Dépôt des questions sur le blog de la classe sur la plateforme ResCo

Dépôt des réponses sur le blog des autres classes

Dépôt des recherches des élèves même partielles sur le blog de sa classe chaque semaine.

Découverte, lecture et analyse des travaux des autres classes sur la plateforme

Plus vous postez, plus les collaborations sont intéressantes !!!

Les différentes phases

1^{ère} semaine du 6 au 10/01/20

2^{ème} semaine du 13 au 17/01/20

3^{ème} semaine du 20 au 24/01/20

4^{ème} semaine du 27 au 31/01/20

5^{ème} semaine du 3 au 7/02/20

Recherche et rédaction des questions

Rédaction des réponses aux questions des autres classes.

Analyse des réponses reçues
Recherche du problème

Recherche de la fiction réaliste relancée

Synthèse des recherches

CLOTURE

Le groupe ResCo

Envoi de la fiction réaliste par le groupe ResCo

Envoi de la fiction réaliste relancée par le groupe ResCo

Envoi de la clôture par le groupe ResCo

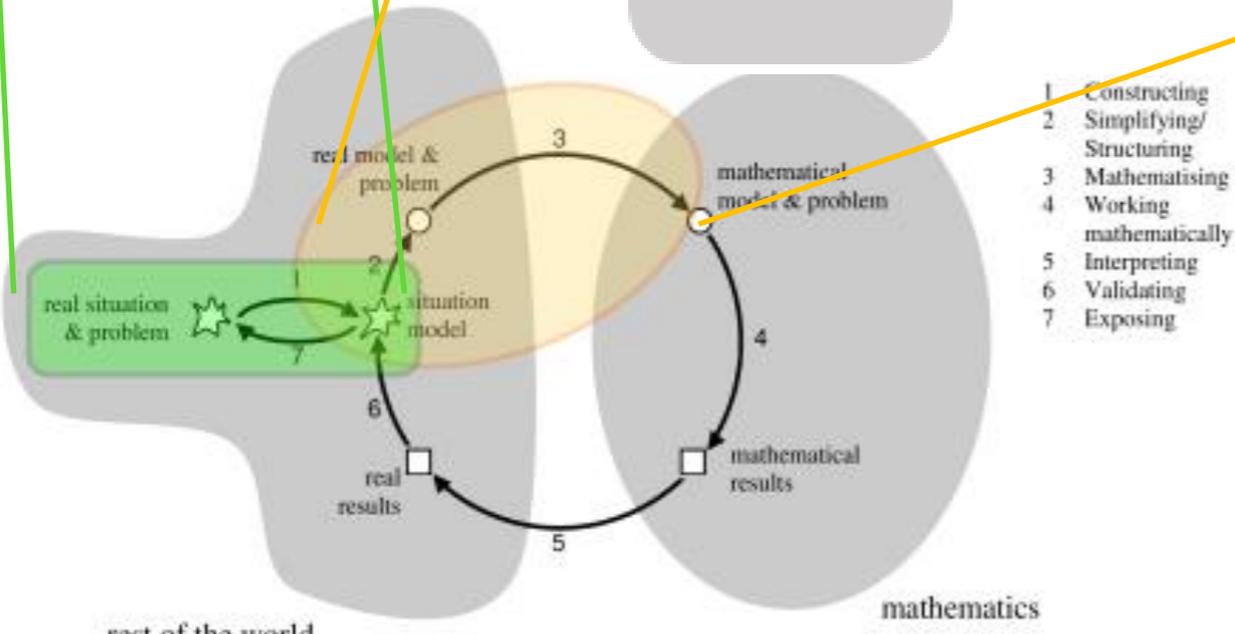
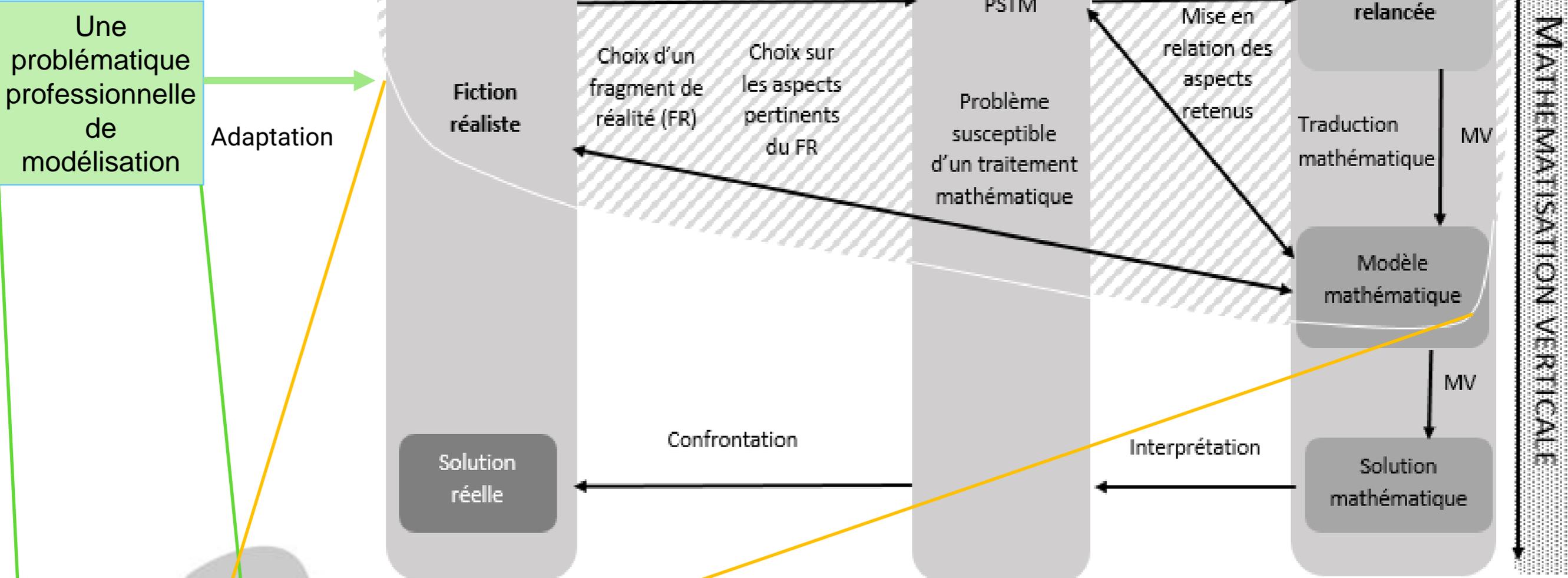
Éléments de solution(s), mathématiques travaillées, lien avec les programmes.
Retour réflexif sur l'ensemble du dispositif.
(Synthèse du groupe ResCo)

Contact : irem-resco@umontpellier.fr

Pour s'inscrire sur le forum : <http://forum.math.univ-montp2.fr>

PHASE DE QUESTIONS- REponses

MATHEMATISATION HORIZONTALE

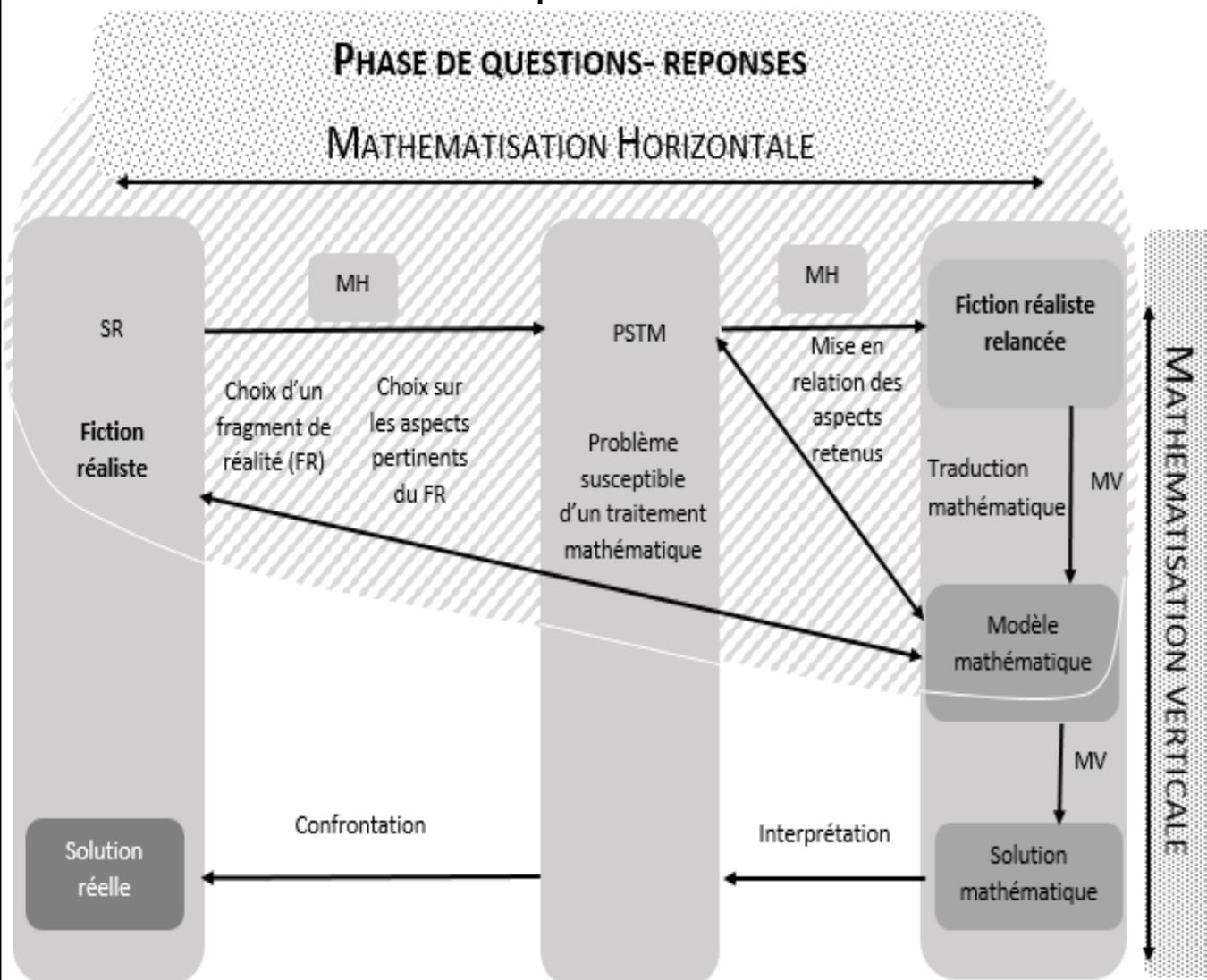


Cycle de modélisation adapté de Blum & Leiss (2007) (Yvain-Prébiski , à paraître)

Les enjeux de formation du dispositif ResCo

En présentiel

La résolution de problèmes
 Les enjeux de l'enseignement de la modélisation mathématique- La mathématisation
 La mise en œuvre du dispositif ResCo



Via la plateforme

L'enseignement et l'apprentissage de la modélisation mathématique : Dépôt de ressources pour les accompagner (en particulier pour la relance et pour la clôture)

[Index du forum » 2018-2019 Les vitres](#)

	Calendrier Organisation du dispositif ResCo 2018-2019
	Sujet 2019 Fiction réaliste 2019
	Zone d'échanges entre classes Zone d'échanges
	La relance 2019 Relance 2019
	La clôture 2019 Documents pour la clôture 2019
	Questionnaire enseignants 2019 Merci de répondre au questionnaire en cliquant sur le lien.
	Echanges stage ResCo Bonne résolution collaborative



Elle permet d'expliciter les choix faits parmi ceux envisagés par les élèves lors de la phase de questions-réponses. Avec la relance, les élèves sont amenés à chercher un même problème mathématique, issu des choix de mathématisation fixés par l'équipe ResCo.

Pourquoi une fiction réaliste relancée ?

Prenant en compte les échanges de questions-réponses des élèves (accessibles sur le forum) et l'analyse préalable des choix de mathématisation possibles, la relance élaborée par les membres du groupe fixe des choix en les motivant et vise à orienter la recherche, d'après les productions des participants, vers un problème mathématique commun à l'ensemble des classes engagées.

Elle permet d'expliciter les choix faits parmi ceux envisagés par les élèves lors de la phase de questions-réponses. Avec la relance, les élèves sont amenés à chercher un même problème mathématique, issu des choix de mathématisation fixés par l'équipe ResCo.

Cette relance est pensée pour être introduite après avoir pris le temps avec les élèves de prendre connaissance des réponses à leurs questions déposées sur le forum par les autres classes.

Ils prennent ainsi conscience qu'il est nécessaire de faire des choix de modélisation et que plusieurs choix sont possibles. La relance vient alors fixer des choix pour poursuivre la résolution collaborative. Certains choix faits par les autres groupes et/ou par ResCo peuvent déstabiliser vos élèves, il convient de les accompagner en prenant le temps d'en débattre : plusieurs choix sont possibles, il n'y a pas de bons ou de mauvais choix mais une nécessité de faire des choix communs pour poursuivre la collaboration.

Selon le temps passé à étudier les réponses, la relance peut être présentée lors de la 3ème ou de la 4ème séance. L'enseignant peut en profiter pour institutionnaliser cette nécessité de faire des choix dans une activité de modélisation.

Poursuite de la collaboration

Pour continuer à travailler collectivement sur cette fiction réaliste relancée, il est nécessaire de déposer régulièrement les avancées des travaux de vos élèves dans les zones d'échanges entre classes du forum (schéma, essais, calculs, idées...). Cela permet également à l'enseignant d'utiliser avec ses élèves les travaux déposés par les autres classes (comparaisons de stratégies et de solutions, débats...).

Quelques éléments relatifs à la fiction «Les vitres»

La fiction relancée doit rester un texte court pour que toutes les classes puissent se l'approprier. C'est pourquoi nous ajoutons quelques informations à destination des enseignants, issues de notre lecture des questions-réponses entre les classes.

Dans la relance, nous n'avons pas répondu à toutes les questions sur le contexte. Si les réponses des autres classes n'ont pas permis d'avancer, vous pouvez apporter des explications aux élèves sur l'interprétation du contexte ou sur la compréhension du texte (par exemple que signifie minimiser ? Qu'est-ce qu'une chute ? Quelle est l'épaisseur des vitres ? Questions sur le fonctionnement des machines de découpe, qui n'ont pas en compte dans le modèle choisi, etc.)

Lors de la phase de relance, il faudra aussi bien accompagner les choix proposés.

Par exemple :

- Nous avons fait le choix de fixer l'unité de temps à l'échelle de la semaine, pour faciliter le travail sur le problème. On peut insister sur le fait qu'un autre choix était possible mais ne changeait pas profondément le problème mathématique.
- Il a été choisi de se focaliser sur la minimisation des surface des chutes. On pourra expliquer aux élèves en quoi cela permet des économies financières pour l'entreprise.
- Nous avons choisi de ne pas contraindre le type des découpes. Dans les modèles usuels, il arrive de considérer qu'un morceau de vitrage ne peut être découpé que d'un bord à l'autre (une découpe ne peut « s'arrêter » au milieu du vitrage). Si la question apparaît chez certains élèves durant la résolution, vous pouvez leur proposer de fixer ce choix ou de le traiter à part.

Pour aider les élèves qui « bloqueraient », en particulier face au fait qu'on ne s'intéresse pas à une commande particulière, vous pouvez :

- Proposer d'étudier d'abord des commandes qui ne contiennent qu'un seul format de vitre, puis plusieurs.
- Faire imaginer des commandes qui produiraient très peu de pertes.
- Proposer des « maquettes » de grandes plaques et de vitres pour pouvoir manipuler et expérimenter.
- S'appuyer sur les productions d'autres classes trouvées sur le forum (dans votre groupe ou les autres).
- Donner des exemples et étudier leur optimalité (comme celui ci-joint).

Si les élèves veulent faire des choix supplémentaires à l'intérieur du modèle proposé afin de résoudre le problème, vous pouvez les accompagner en leur demandant d'explicitier ces choix.

Bonne poursuite !

Nous avons choisi de ne pas contraindre le type des découpes. Dans les modèles usuels, il arrive de considérer qu'un morceau de vitrage ne peut être découpé que d'un bord à l'autre (une découpe ne peut « s'arrêter » au milieu du vitrage). Si la question apparaît chez certains élèves durant la résolution, vous pouvez leur proposer de fixer ce choix ou de le traiter à part.

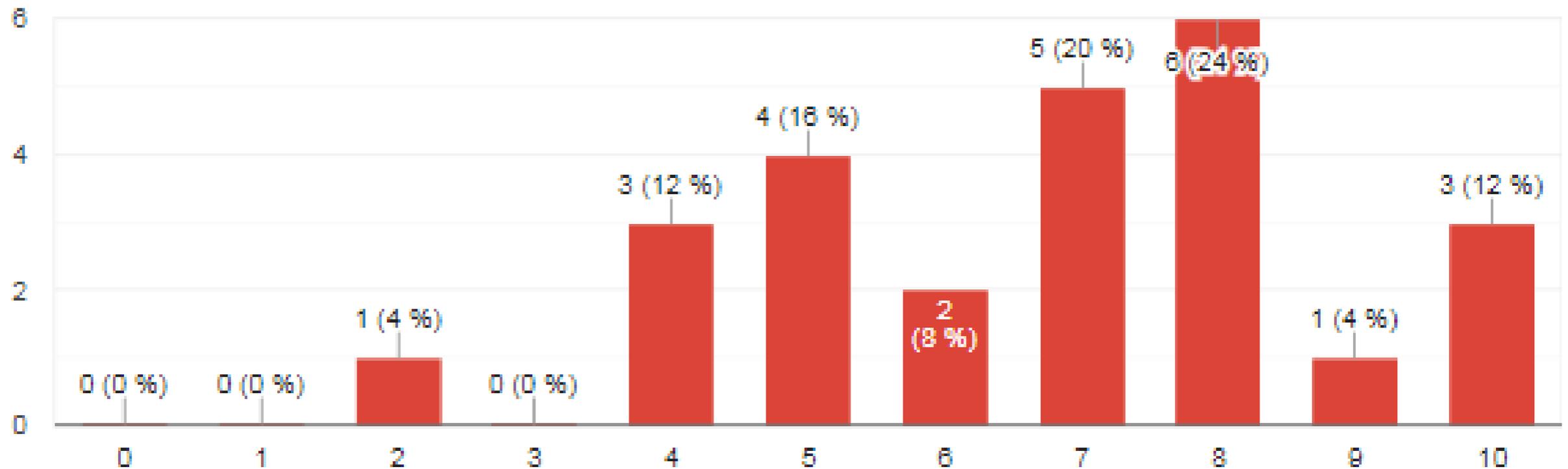
Pour aider les élèves qui « bloqueraient », en particulier face au fait qu'on ne s'intéresse pas à une commande particulière, vous pouvez :

Ils prennent ainsi conscience qu'il est nécessaire de faire des choix de modélisation et que plusieurs choix sont possibles. La relance vient alors fixer des choix pour poursuivre la résolution collaborative

La mathématisation horizontale : un potentiel levier dans la formation à l'enseignement de la modélisation mathématique

La phase de questions/réponses a-t-elle favorisé l'entrée dans un travail de modélisation pour vos élèves ?

25 réponses



Extrait du questionnaire à destination des participants 2018-2019 (Les vitres)

La mathématisation horizontale : un potentiel levier dans la formation à l'enseignement de la modélisation mathématique

En quoi la phase de questions/réponses a-t-elle favorisé l'entrée dans un travail de modélisation pour vos élèves ?

25 réponses

permet de se questionner sur les choix à faire en les comparant à ceux des autres classes.

Comprendre l'importance du questionnement et du choix pour pouvoir avancer dans le problème

Le fait de se poser des questions et de les écrire, aide à comprendre le problème.

Prise en compte du fait que des choix seront nécessaires.

Phase Difficile car beaucoup d'élèves préféraient se lancer directement dans la résolution sans comprendre que cette phase de questions était aussi une entrée possible

Oui, elle permet aux élèves de faire des choix mathématiques pour arriver à un modèle que les élèves peuvent résoudre avec leurs outils.

La phase de questions/réponses leur permet d'identifier tous les enjeux du problème et de mettre en évidence les mathématiques dont nous avons besoin à partir de la situation réelle. Les questions posées sont de plus en plus précises et concernent d'abord le contexte puis de plus en plus la situation mathématique.

Elle leur permet de faire le tri entre les informations utiles et les autres. Le travail avec d'autres classes leur permet de constater que tout le monde se pose les mêmes questions et que faire des mathématiques consiste à se poser des questions.

Extrait du questionnaire à destination des participants 2018-2019 (Les vitres)

Des obstacles qui demeurent

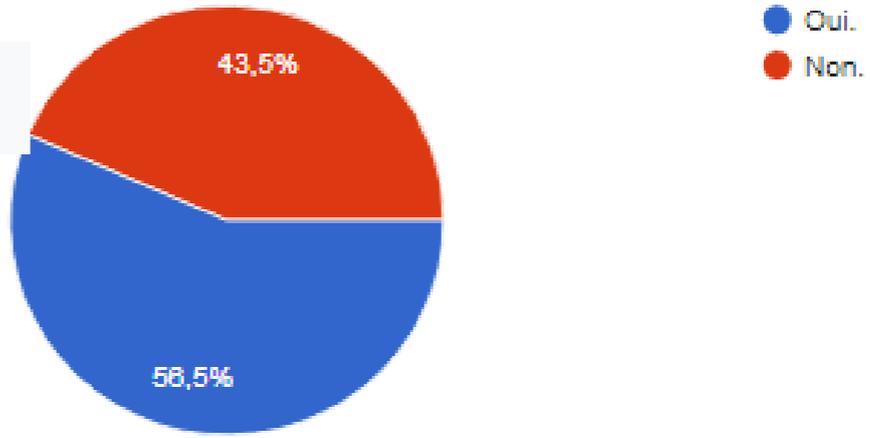
Selon vous, quels sont les points négatifs du travail collaboratif proposé?

21 réponses

- C'est un peu long, les échanges ne sont pas toujours faciles avec les autres classes
- 5 séances (soit l'équivalent 1 semaine 1/2 dans certains niveaux) : chronophage.
- Difficile de faire rentrer les élèves dans le problème.
- Chronophage.
- Peu de notions mathématiques du pgm engagées.
- Le temps. Cela m'a pris 6h, ce qui m'a mise en retard sur le programme.

Envisageriez-vous d'utiliser le site de résolution collaborative avec d'autres collègues pour mettre en place des problèmes de recherche avec vos élèves en toute autonomie (des espaces d'échanges seraient mis à votre disposition) ?

22 réponses



Extrait du questionnaire à destination des participants 2018-2019 (Les vitres)

Résultats d'une recherche sur l'impact du dispositif ResCo sur les pratiques effectives* des enseignants observés ? (Yvain-Prébiski 2018)

Surmonter certains obstacles liés à l'enseignement de la modélisation mathématique pointés dans la littérature internationale en éducation mathématique :

*** relatives à l'enseignement de la modélisation mathématique**

Résultats d'une recherche sur l'impact du dispositif ResCo sur les pratiques effectives* des enseignants observés ? (Yvain-Prébiski 2018)

Freins invariants pointés :

- pas suffisamment compétents eux-mêmes en modélisation,
- peu à l'aise dans le choix des situations à proposer, dans la gestion de la mise en œuvre , et dans la perspective d'identifier les difficultés des élèves et d'y remédier,
- manque de temps pour organiser un tel enseignement

Schmidt (2011), Blum et al. (2005), Kaiser et al. (2011), Maaß and Gurlitt (2011), Ramirez (2017), Barquero et al. (2018)

*** relatives à l'enseignement de la modélisation mathématique**

Résultats d'une recherche sur l'impact du dispositif ResCo sur les pratiques effectives* des enseignants observés ? (Yvain-Prébiski 2018)

Surmonter certains obstacles liés à l'enseignement de la modélisation mathématique pointés dans la littérature internationale en éducation mathématique :

- En proposant des situations pour la classe
- En atténuant les difficultés à gérer la mise en œuvre de situations d'enseignement de la modélisation
- Les enseignants sont suffisamment accompagnés pour faire vivre la MH dans les classes
- Des résistances atténuées par le fait que le dispositif ResCo représente un collectif institutionnel venant de l'IREM

Une certaine variabilité quant au fait d'assumer complètement ou en partie la responsabilité des tâches proposées aux élèves, ils s'assurent que les élèves respectent les tâches à réaliser et les encouragent dans la réalisation de ces tâches

Pas d'institutionnalisation relative à la mathématisation horizontale

*** relatives à l'enseignement de la modélisation mathématique**

- Quelles sont les conditions de l'évolution des pratiques enseignantes par rapport à l'enseignement de la modélisation ?

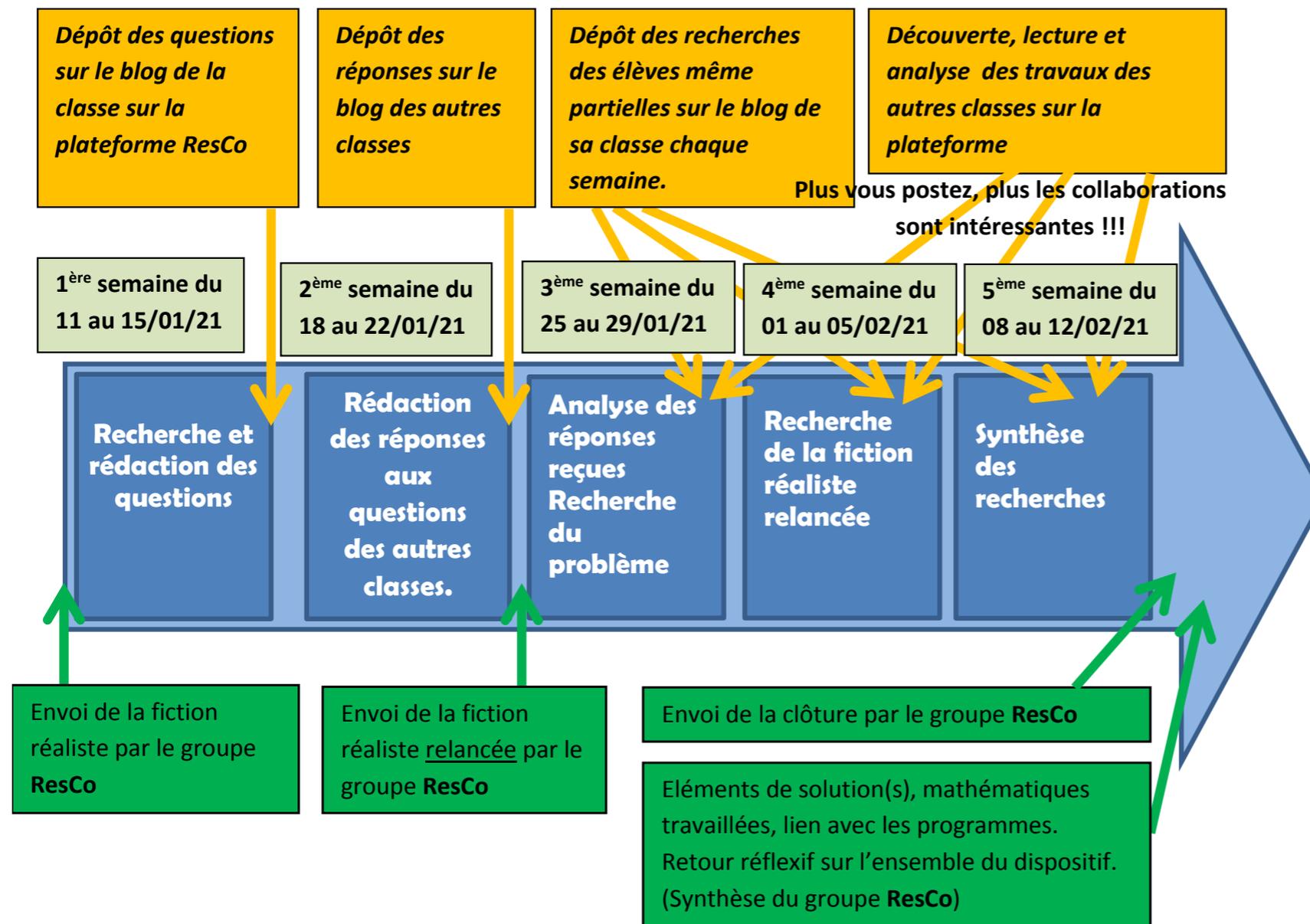
- Quelles sont les conditions pour que la MH devienne un enjeu d'enseignement et apprentissage dans les classes ?

Hypothèse : en formation, travailler explicitement la MH avec les enseignants est un levier potentiel (Yvain-Prébiski & Chesnais A. 2020)

- Le dispositif ResCo peut-il initier un développement des pratiques enseignantes relevant de la MH en dehors du dispositif lui-même ?

Enjeux de formation : questionner l'effet à plus long terme du dispositif ResCo sur l'évolution des pratiques relevant de la MH en dehors du dispositif.

La résolution collaborative 2021



ResCo



Une résolution collaborative de problème pour enseigner la modélisation mathématique :

A raison d'une séance par semaine (ou plus si vous le souhaitez !) sur une durée de 5 semaines, participez à la fiction réaliste du groupe ResCo de l'IREM de Montpellier du 11 janvier au 12 février 2021.

Contact : irem-resco@umontpellier.fr

Pour s'inscrire sur le forum : <http://forum.math.univ-montp2.fr>

MERCI DE VOTRE
ATTENTION

Bibliographie

- Blum, W., & Leiss, D. (2007). How the students and teacher deal with mathematical modelling problems? In C. Haines, G. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds), *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics* (pp. 222–231). Chichester: Horwood Publishing.
- Blum, W., & Leiss, D. (2005). How the students and teacher deal with mathematical modelling problems? The example “Filling up”. *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics (222-231)*. Chichester: Horwood Publishing.
- Barquero, B., Bosch, M., & Romo, A. (2018). Mathematical modelling in teacher education: dealing with institutional constraints. *ZDM, 50*(1-2), 31-43.
- Freudenthal, H. (1991) *Revisiting mathematics education*. Dordrecht, The Netherlands:Kluwer Academic
- Israël G. (1996) *La mathématisation du réel : essai sur la modélisation mathématique*. Paris, Seuil Eds.
- Kaiser, G., Blum, W., Ferri, R. B., & Stillman, G. (Eds.). (2011). *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA 14* (Vol. 1). Springer Science & Business Media.
- Lavolé J. & al (2020) ResCo : un dispositif et des situations pour travailler la modélisation mathématique en classe. L'exemple d'un problème industriel d'optimisation de découpes de vitres in *In Proceedings CIEAEM 71- Braga,Portugal* Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics) p.530
- Maaß, K., & Gurlitt, J. (2011). LEMA–Professional development of teachers in relation to mathematical modelling. In *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 629-639). Springer, Dordrecht.

Bibliographie

- Ramirez, P. (2017) Teachers' Beliefs about Mathematical Modelling: An Exploratory Study, In *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME10)*. European Society for Research in Mathematics Education.
- Ray, B. (2013). les fictions réalistes : un outil pour favoriser la dévolution du processus de modélisation mathématique ? Mémoire de master de l'université de Montpellier.
- Yvain-Prébiski S. (à paraître) Didactical adaptation of professional practice of modelling: a case study In *International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*, Kaiser & al, Springer Book Series
- Yvain-Prébiski S. & Chesnais A. (2019) Horizontal mathematization: a potential lever to overcome obstacles to the teaching of modelling. Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Utrecht University, Feb 2019, Utrecht, Netherlands. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02409063>
- Yvain-Prébiski S. (2018) *Étude de la transposition à la classe de pratiques de chercheurs en modélisation mathématique dans les sciences du vivant. Analyse des conditions de la dévolution de la mathématisation horizontale aux élèves* (Doctoral dissertation). University of Montpellier, Montpellier, France.
- Yvain, S. (2018) Favoriser la dévolution de la mathématisation horizontale aux élèves engagés dans une activité de modélisation in *Proceedings of the CIEAEM 69 "Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics)", n. 27, Suplemento n.2*, 2017 p.123-128
- Yvain-Prébiski, S. & Modeste S. (2017) Faire entrer les élèves dans la mathématisation horizontale. Des « fictions réalistes » et un dispositif de « résolution collaborative » . In *Proceedings CIEAEM 69* Berlin, Quaderni di Ricerca in Didattica (Mathematics) p.285-289