Comment ressent-on les mathématiques ?

YVES MEYER

L'ARTICLE de Solomon Garfunkel et de David Mumford, *« How to fix our math education »* concerne l'enseignement des mathématiques aux États-Unis.

Certaines des réactions qu'il a suscitées ici prouvent que le propos des auteurs n'a pas été compris.

Leur première observation est que chacun d'entre nous perçoit les mathématiques *en fonction de sa propre personnalité.* C'est choquant mais c'est vrai. Un exemple m'a été fourni par ma collaboration avec Jean Morlet (1931-2007), ingénieur de recherche chez Elf-Aquitaine et inventeur de l'analyse du signal par des algorithmes temps-échelle vulgairement appelés « analyse en ondelettes ». Quand Morlet utilisait un formalisme mathématique pour décrire ses résultats, cela me donnait le mal de mer ! Morlet n'a jamais compris ce qu'était un opérateur pour un mathématicien et c'est sans doute grâce à ce handicap qu'il a découvert l'analyse par ondelettes (ce sont des fonctions) à une époque où les mathématiciens utilisaient l'analyse de Littlewood-Paley (basée sur une suite d'opérateurs). Je suppliais souvent Morlet d'abandonner tout formalisme mathématique et d'expliquer plutôt avec ses mains. Son utilisation invraisemblable de la terminologie mathématique m'empêchait de comprendre ses idées.

Après traduction, ce que disait Morlet prenait un sens mathématique très précis. Simplement, sa perception des mathématiques différait profondément de la mienne. G. H. Hardy a éprouvé le même mal de mer et le même émerveillement dans sa collaboration avec Ramanujan. En parlant de la « loi de réciprocité quadratique (1) » redécouverte par Ramanujan, Hardy écrit : « Il est difficile de dire en quel sens il l'avait démontrée, puisque cela remonte à une période de sa vie où il avait à peine formé le concept précis de démonstration. »

Un autre exemple m'a été raconté par Laurent Schwartz. Son collègue physicien Leprince-Ringuet lui disait : « Mes espaces de Hilbert ne sont pas les mêmes que les vôtres. » Pour un mathématicien, tous les espaces de Hilbert (séparables, de dimension infinie) sont identiques. En me racontant cette anecdote, Laurent Schwartz riait de l'ignorance de Leprince-Ringuet. Mais la perception de Leprince-Ringuet ne pouvait que différer de celle de Schwartz. Les espaces de Hilbert vus par le physicien étaient « incarnés » en un sens. Ils étaient peuplés de particules élémentaires…

La seconde observation de Garfunkel et Mumford est que nous devons enseigner des *mathématiques différentes à des publics différents.* Là aussi mon accord est total. J'ai enseigné plus de cinquante ans, dont trois ans dans différentes classes de lycée. J'ai corrigé des dizaines de milliers de copies et je ne suis donc pas un idéologue des sciences de l'éducation. À ce titre je peux dire avec force combien j'approuve les thèses de Garfunkel et Mumford. Voici un exemple de mon expérience. Enseignant un cours de traitement du signal dans le cadre du master de l'École normale supérieure de Cachan, j'avais un public très varié, comprenant des polytechniciens mais aussi des ingénieurs de terrain. Il me fallait souvent répéter une phrase dans le langage savoureux de l'ingénieur de base après l'avoir énoncée dans le langage ascétique des mathématiciens.

Bien entendu, j'imagine la réaction de certains des lecteurs. Quelle horreur ! Enseigner un cours de traitement du signal ! Un « vrai » mathématicien ne se prostitue pas ! Le désaccord est profond. Tout le chemin qui mène du traitement de l'image aux sciences cognitives en passant par les problèmes posés par le codage neuronal m'est aujourd'hui familier. Ce chemin me semble l'une des plus belles avenues de la science.

(1) Il s'agit d'un théorème de la théorie des nombres qui lie les solutions de deux équations diophantiennes (en nombres entiers) du second degré. Le résultat, conjecturé par Euler et Legendre et démontré d'abord par Gauss (1777-1855), a de profondes ramifications dans la théorie moderne des nombres.