Educ recherche

Revue de la recherche en éducation éditée par l'INRE Algérie

2014
N° d' ISSN 2253-0282
Dépôt Légal 5179-2011

n° 7

Dossier

LES MATHÉMATIQUES

Version électronique accessible en ligne

www.inre-dz.org

Les Publications de l'INRE

Directeur de la publication :

- Mohamed IDER

Comité de lecture :

- DG.Mohamed IDER
- Dr.Baghdad LAKHDAR

Responsables de la revue :

- Aicha BELANTEUR
- Habiba BOUKERTOUTA

Equipe de rédaction :

- Aicha BELANTEUR
- Habiba BOUKERTOUTA

Appel à contribution

Notre revue est récente, son objectif est de valoriser la recherche en éducation. Les numéros précédents ont porté respectivement sur :

- Les rythmes scolaires

« La nouvelle organisation du temps scolaire dans le cycle primaire en Algérie, année 2011/2012 ».

- Les TIC au service de l'éducation .
- L'apport des travaux d'évaluation au développement du système éducatif (n°spécial);
- L'évaluation, processus de régulation du système éducatif.
- La formation des formateurs.
- le management pédagogique, le management éducatif, le management administratif
- Réflexions sur l'Ecole de demain, pour une éducation de qualité.
- L'enseignement des mathématiques.

Les prochains numéros porteront sur :

- Approcher un système éducatif pour l'analyser.
- Les classes multi-niveaux.

Experts, chercheurs, inspecteurs, enseignants, parents, élèves… la revue «EducRecherche » est un espace où vous pouvez nous soumettre, en arabe ou en français, vos :

- résultats de travaux de recherche ;
- articles (5 à 8 pages, police 12, caractères Times New Romans, échéance 01mois);
- suggestions…

Pour nous contacter :

Mail : inreeducrecherche@yahoo.fr

Adresse : BP. 193, Oued Romane –Alger-

Tél : 021.30.09.68 (LD), 021.30.02.91/92(standard)

Fax : 021.30.04.47

Site : www.inre-dz.org

Avec tous nos remerciements.

Habiba BOUKERTOUTA et Aicha BELANTEUR,

Responsables de la revue.

NB : Nous pouvons vous envoyer des exemplaires si vous nous communiquez une adresse postale.

EDITORIAL

On n'évaluera jamais assez la place qu'occupent les mathématiques dans l'histoire de l'humanité. Les mathématiques ont changé le monde, motorisé le développement et élevé les technologies au panthéon de l'inimaginable. Derrière tout ce qui se crée, du microscopique au macroscopique, se cache l'empreinte des mathématiques.

Les mathématiques sont incontournables. De la simple opération de compter ou mesurer, jusqu'à l'analyse prospective et les prévisions, tous ces travaux impliquent les mathématiques. Et ce n'est pas par hasard que les pays les plus développés sont ceux dont le pourcentage en compétences mathématiques est le plus élevé.

D'une civilisation à l'autre, les mathématiques continuent d'imprégner et de déterminer le niveau de développement. Cette matière est enseignée par tous les systèmes éducatifs de la planète. Arithmétique, algèbre, géométrie, trigonométrie, probabilités : toutes ces disciplines relèvent des mathématiques. Comparativement aux autres matières, les mathématiques sont qualifiées de « dures ». Les plus prestigieux savants sont parfois rebutés par ces mathématiques qui assurent leur bonheur ou découlent sur leurs échecs. Michael Faraday, physicien et chimiste britannique connu pour ses travaux fondamentaux dans le domaine de l'électromagnétisme et de l'électrochimie, éprouvait des difficultés pour comprendre les équations de James Clerk Maxwell, ce génie qui a unifié en un seul ensemble d'équations l'électricité, le magnétisme et l'induction en incluant une importante modification du théorème d'Ampère.

Faraday lui écrivit en ces termes :

« *Il y a une chose que j'aimerai vous demander. Quand un mathématicien qui fait des recherches sur des actions et des résultats physiques est arrivé à ses conclusions, ne peut-il pas exprimer celles-ci en langage courant aussi bien, aussi clairement et aussi nettement qu'en formules mathématiques, de les traduire de leurs hiéroglyphes pour nous permettre d'y travailler par l'expérience ? … Ne serait-ce pas une bonne chose si les mathématiciens qui travaillent sur ces sujets nous donnaient leurs résultats dans des termes courants, utiles, pratiques en même temps que dans leur propre langage particulier ?* »

Aujourd'hui, l'essentiel du problème de l'apprentissage scolaire des mathématiques se situe dans le degré de compréhension de cette matière et dans l'expertise de son application sur le terrain de l'invention et de la création. « *Comment pouvoir faire saisir aux élèves la relation entre la formule mathématique et son application concrète ? S'interrogeait Faraday.* Exact, tout l'art consiste à pouvoir expliquer clairement aux apprenants la liaison qui existe entre la réalité concrète d'un résultat et sa conception intellectuelle abstraite exprimée par une ou plusieurs formules.

Tel est le devoir de notre système éducatif : promouvoir qualitativement et quantitativement l'enseignement des mathématiques pour assurer le développement de la recherche, l'accès aux technologies de dernière génération et au rayonnement de notre pays.

Un bon enseignement/apprentissage consisterait donc, à proposer des situations concrètes permettant de développer des raisonnements aboutissant à la passion de l'invention. L'enseignant y trouvera la satisfaction d'avoir réussi à « prodiguer »aux élèves la compréhension des « hiéroglyphes » mathématiques, les éléments constitutifs de toute découverte.

Cette éducation mathématique est primordiale pour l'enseignement primaire et moyen. Notre mission sera accomplie le jour où nos professeurs concernés rendront les mathématiques plus attrayantes, plus demandés par les élèves.

Mais pour améliorer l'enseignement des mathématiques et pour valoriser l'option scientifique et technologique édictée par la Loi d'orientation n° 08-04 du 23 janvier 2008 sur l'éducation nationale, il serait nécessaire de rénover les approches, les méthodes, les techniques et les procédés d'enseignement pédagogique par la réalisation des recherches, études et évaluations. Car les mathématiques ne s'apprennent pas, elles s'acquièrent par la découverte et la redécouverte.

Pr.Abdellatif BABA AHMED

Ministre de l'Education Nationale

Nombreux sont les élèves qui fuient la filière « Mathématiques ». Des travaux d'évaluation sur l'examen du baccalauréat de la session du mois de juin 2011, qui ont été menées par l'Institut National de Recherche en Education, montrent que sur les neuf filières qui organisent cet examen, les cinq filières consacrées aux quatre génies ainsi que la filière mathématiques ne représentent que 8% des effectifs scolarisés au niveau de la dernière année d'études du cycle d'enseignement secondaire général et technologique.

Cet état de fait indique que si les effectifs affectés à ces filières, où les mathématiques sont fortement sollicitées, n'évoluent pas l'option scientifique et technologique édictée par la Loi d'orientation sur l'éducation nationale ne pourra pas être atteinte.

Ce constat de faiblesse des effectifs dans les filières technologiques et mathématiques découle du fait que les élèves admis en première année de l'enseignement secondaire ne possèdent pas un niveau satisfaisant en mathématiques pour être orientés vers ces filières. En effet, les études menées par l'INRE font ressortir que les résultats en mathématiques au brevet d'enseignement fondamental ainsi qu'au baccalauréat ne sont pas satisfaisants et qu'ils sont la principale cause de l'échec aux examens.

La principale recommandation, issue de ces travaux d'évaluation sur les examens, énonce que l'enseignement des mathématiques doit être revu. Cette révision ne doit pas concerner uniquement l'enseignement secondaire mais aussi l'enseignement primaire et l'enseignement moyen, à commencer par la première année primaire.

Ainsi, pour enrichir la réflexion sur l'enseignement des mathématiques dans les classes et dans le système éducatif et débattre de cet apprentissage à tous les niveaux, nous avons organisé, au sein de l'institut, un séminaire international qui a regroupé des spécialistes nationaux et internationaux, des inspecteurs, des enseignants et des cadres du ministère de l'éducation nationale. Nous avons également consacré le numéro 7 de la revue «Educrecherche » aux mathématiques. Ce numéro comporte le compte rendu de ce séminaire ainsi que des articles de chercheurs émérites. Ces contributions abordent les enjeux, les problèmes et les perspectives de l'enseignement des mathématiques, l'histoire de l'algèbre au Maghreb, le raisonnement à l'école fondamentale, l'usage des technologies en classe…

Nous espérons que les formateurs, les chercheurs, les enseignants ainsi que les décideurs y trouveront des éléments de réponses à leurs préoccupations.

Mohamed IDER,

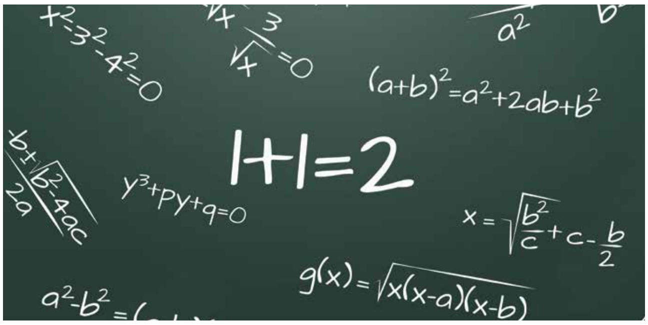
Directeur Général de l'INRE

Dossier

LES MATHEMATIQUES

« Les mathématiques ont ou n'ont pas de signification éthique, suivant qu'elles sont ou ne sont pas présentées comme un instrument de développement social… Dès que les études mathématiques sont dissociées de leur utilité sociale, elles deviennent indûment abstraites, même au point de vue intellectuel. Elles se présentent comme un amas de relations techniques et de formules indépendantes de tout but et de tout usage. »

John Dewey, *L'école et l'enfant.*



L'enseignement des mathématiques, d'après le référentiel général des programmes élaboré par la Commission Nationale des Programmes(CNP), « concourt à la formation générale de l'élève. Les mathématiques offrent un cadre privilégié pour le débat dans la mesure où la détermination du vrai et du faux y est plus facilement indépendante des préjugés et des idéologies. Ces situations d'argumentation offrent une première occasion de sensibiliser les élèves à la question du statut particulier de la preuve en mathématiques.

La résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens. Les Mathématiques constituent un outil de choix pour le développement de compétences cognitives de haut niveau. Dès les premiers apprentissages, les mathématiques doivent être perçues, et donc vécues comme fournissant des moyens, des outils pour anticiper, prévoir et décider. Faire des mathématiques, c'est élaborer de tels outils qui permettent de résoudre de véritables problèmes, puis chercher à mieux connaître les outils élaborés et s'entrainer à leur utilisation pour les rendre opératoires dans de nouveaux problèmes. »

Pour que l'apprentissage des mathématiques devienne plus concret pour les élèves depuis le primaire, le Ministère de l'Education Nationale a procédé à

une révision des programmes d'enseignement du primaire, du moyen et du secondaire en tenant compte de l'évolution rapide que connaît cette discipline. Ainsi, le volume horaire et les coefficients attribués à cette matière ainsi qu'aux autres matières scientifiques et technologiques ont été révisés à la hausse dans les programmes d'enseignement.

Préoccupé par la place qu'occupent les mathématiques dans le système éducatif et dans la société, pour réhabiliter et revaloriser la filière « mathématiques » et de là, améliorer cet enseignement, un lycée national des mathématiques a ouvert ses portes aux élèves ayant obtenu les meilleurs résultats à l'examen du Brevet d'Enseignement Moyen (BEM) et les meilleures notes en mathématiques. (cf. présentation du lycée)

Pour renforcer l'utilisation des Technologies de l'Information et de la Communication en éducation et développer les compétences professionnelles des enseignants dans ce lycée, l'Institut National de Recherche en Education (INRE), représenté par M. Mohamed IDER, Directeur Général, a signé une convention de mise en place d'une classe numérique pilote dite « Smart School » avec Samsung Golf Electrics, représenté par M.DP. JEON, Président Directeur Général.

Pour la réalisation de cette classe, un ensemble d'équipements a été mis à la disposition de cet établissement : écran tactile interactif 65'' (E Board), ATIV TAB 3 (Qty 16), Un ATIV, imprimantes couleur (Qty 2) en plus de l'aménagement de la salle. De plus, pour l'intégration de la solution, un planning de formation au profit des administrateurs de cette solution et des enseignants sera programmé et assurée gracieusement.

Par ailleurs, plusieurs autres projets ont été lancés pour améliorer l'enseignement des mathématiques dès l'école primaire entre autres, le projet « e-math ». Ce projet a été lancé en 2006 dans dix écoles primaires pilotes dans les wilayas d'Alger et de Ghardaia. Un logiciel a été conçu aux élèves de 3ème AP conformément aux programmes d'enseignement algérien.

e-math est un système d'enseignement informatique utilisant une variété de supports audio-visuels et vidéo destinés aux enseignants et aux apprenants. Ce système comporte un contenu pédagogique qui répond aux normes universelles. Il a pour objectif d'offrir aux enseignants la possibilité d'utiliser la technologie dans le but d'améliorer leurs compétences et développer leurs démarches pédagogiques et de faciliter aux apprenants l'apprentissage des mathématiques.

Ce logiciel propose aux apprenants deux types de résolution de problèmes pour construire de nouvelles connaissances, d'une part, et mieux les exploiter dans des situations complexes, d'autre part. Ainsi des activités y sont proposées pour :

- Relier un énoncé d'un problème à la solution correspondante parmi plusieurs solutions proposées,
- Élaborer un énoncé problème à partir de données (chiffres, schémas…),
- Reconstituer un énoncé à partir d'informations données dans le désordre,
- Résoudre des problèmes lacunaires ou des problèmes avec intrus,
- Résoudre des problèmes contenant des opérations d'addition et de multiplication…

A travers cette démarche, les élèves pourront choisir, parmi les solutions proposées, celle qui est la plus appropriée tout en justifiant son choix.

LES NOMBRES ET LA NUMÉRATION

Pour lire et écrire les nombres (en lettres et en chiffres) et savoir les décomposer, connaître la valeur d'un chiffre selon sa position dans le nombre et comprendre les relations entre les nombres, il est demandé à l'apprenant de :

- Relier le nombre décomposé à son écriture en lettres et en chiffres,
- Utiliser des illustrations pour comprendre l'énumération,
- Relier l'énumération des dizaines au dinar et au centime,
- Former ou compléter des suites d'énumération,
- Classer une suite de nombres (ascendant et descendant),

…

LES OPÉRATIONS ET LE CALCUL

Pour le calcul mental et le calcul écrit (techniques opératoires) ainsi que pour le calcul instrumenté (utilisation d'une calculatrice, d'un ordinateur..), il est demandé à l'apprenant de :

- Utiliser divers procédés en calcul,
- Manipuler les dizaines et les centaines en calcul,
- Organiser et réaliser un calcul.

L'ESPACE ET LA GÉOMÉTRIE

Pour reconnaître les relations et les propriétés géométriques, connaître les formes géométriques et spatiales et pour réaliser des figures géométriques, il est demandé à l'apprenant de :

- Dessiner des figures,
- Dessiner un angle droit,
- Reconnaître les différentes positions de deux droites,
- Tracer les centres de symétrie d'une figure.

LES MESURES ET LES GRANDEURS

Pour comparer les grandeurs, mesurer une grandeur avec l'outil et l'unité correspondants, il est demandé à l'apprenant de :

- Comparer des objets selon la longueur, le volume et le poids,
- Choisir des unités pour mesurer des valeurs données,
- Apprendre à lire l'heure.

Il est à noter que pour l'application effective du projet e-maths, plusieurs sessions de formation ont été réalisées au profit des enseignants notamment sur l'élaboration de situations d'intégration.

Pour évaluer la qualité des acquis en mathématiques, les élèves de la wilaya de Ghardaia ayant bénéficié du programme e-math ont subi un test. L'échantillon comporte 150 élèves scolarisés dans cinq écoles dont deux rurales et trois urbaines, soit 35% du total des bénéficiaires du projet. Ce test couvre toutes les compétences à développer en fin de la 3ème AP. Il comprend des situations d'intégration dans les domaines de compétences du programme de la 3ème AP pour mesurer la capacité de la résolution de problèmes.

L'analyse des résultats du test montrent que le taux d'assimilation du programme d'enseignement de la 3ème AP a atteint 70% alors qu'il ne dépassait pas 50% durant les années précédentes.

FEEDBACK DES APPRENANTS

- J'aime l'e-math parce que j'ai le sentiment de jouer pendant l'apprentissage ;
- Je sens un plaisir et une motivation énormes pendant l'apprentissage à travers l'e-math, ce qui me fait penser davantage à mes études ;
- e-math m'aide à apprendre les tables de multiplication et me distrait beaucoup par le jeu et la musique ;
- e-math m'aide à résoudre des problèmes difficiles ;
- e-math me désigne l'erreur pendant la résolution des problèmes ;
- e-math me permet de participer davantage ;
- Je préfère l'e-math au manuel.

FEEDBACK DES ENSEIGNANTS

- meilleure gestion du temps ;
- Plus de motivation pour l'apprentissage des mathématiques ;
- Plus de plaisir d'apprendre les mathématiques à travers l'ordinateur ;
- Plus de précisions dans les réponses des élèves ;
- meilleure compréhension et mémorisation ;
- auto correction.

Enfin, pour la réussite de ce projet, il est recommandé de :

- généraliser le projet à travers la wilaya pour faire bénéficier le plus grand nombre possible d'écoles primaires,
- consolider la formation des enseignants sur les technologies,
- équiper les écoles primaires en laboratoires informatiques permettant de travailler en réseau,
- relier les écoles primaires au serveur national grâce à l'intranet,
- assurer en permanence le suivi du programme e- math,
- réaliser une étude évaluative de la situation de cet apprentissage.

NB : Nous remercions infiniment le Directeur de l'Education de Tlemcen, Monsieur Nédjadi MESSEGUEM, Ex inspecteur de mathématiques des collèges qui a réalisé plusieurs projets sur l'évaluation des acquis pour le compte du ministère de l'éducation et qui a participé au projet « e-math».

Présentation du lycée national des mathématiques

Par Mme Aziza EL FOUL,
Directrice du Lycée

Le lycée national de mathématiques a ouvert ses portes le 26 septembre 2012 afin d'accueillir les élèves ayant obtenu les meilleures moyennes à l'examen du brevet et 20/20 en mathématiques et ce, à travers tout le territoire national à raison de deux ou trois élèves par wilaya (filles et garçons). Son objectif est d'encourager l'excellence en mathématiques et offrir un cadre d'études privilégié. Il a été créé dans un esprit de campus universitaire où les élèves se sentent « libres ». Tout a été pensé pour leur épanouissement total.

Cet établissement, qui se trouve dans le centre névralgique de Kouba, surprend agréablement par son architecture très aérée et ses espaces ouverts, clairs et verts. Le lycée s'étend sur une superficie d'environ trois hectares dont la moitié bâtie (infrastructures administratives, pédagogiques, sportives et médicales). Sa capacité d'accueil est de 1000 élèves.

Ainsi, les infrastructures administratives se composent d'une vingtaine de bureaux, de quatre salles de réunion et d'une dizaine d'autres salles permettant d'organiser des séminaires, conférences et ateliers de travail, et bien évidemment, d'accueillir l'encadrement nécessaire à la bonne marche du lycée. Les infrastructures pédagogiques regroupent:

- 52 classes,
- 6 laboratoires,
- 1 atelier (technologie),
- 2 médiathèques,
- 1 bibliothèque riche et variée,
- 2 amphithéâtres utilisés pour les devoirs écrits,
- 1 salle d'audio vision d'une capacité de 40 places,
- 1 imposante salle de conférence où nous avons reçu notre chef du gouvernement, notre ministre de l'éducation nationale et plusieurs honorables invités.

Pour le suivi médical des élèves, le lycée possède une Unité de Dépistage et de Suivi (UDS) composée de vestiaires, de salle de réception, de cabinets pour les médecins psychologues et infirmières.

Le régime de ce lycée est l'internat pour l'ensemble des élèves.

La restauration des élèves est assurée par un personnel qualifié. L'établissement possède une grande cuisine. Elle est équipée de réfrigérateurs, de trois chambres froides, de magasins de stockage d'aliments, de trois batteries de cuisine ainsi que de trois réfectoires où plusieurs équipes de cuisiniers, agents et serveurs se relayent afin d'assurer les trois repas quotidiens des élèves.

Le sport tient une place importante et ce, grâce à une grande salle omnisport et deux terrains extérieurs de sport ainsi qu'une piscine semi-olympique.

Sur le plan pédagogique, les élèves du lycée des mathématiques suivent le même programme d'enseignement que la filière « mathématiques » des autres lycées sur le territoire national. Cependant, les activités sont plus soutenues grâce aux professeurs qualifiés, à un encadrement efficace pendant et après les heures de cours, aux cours supplémentaires, aux encouragements, …

Le personnel administratif et pédagogique ne ménage aucun effort, à toute heure du jour, pour le soutien moral et affectif des élèves.

A titre d'exemple, une journée au lycée se déroule comme suit :

- 06 h30 — *Réveil*
- 07 h 00 — *Petit-déjeuner*
- 07 h 45 — *Salut du drapeau*
- 07 h 55 — *1er cours du matin*
- …
- 10 h 00 — *Récréation*
- …
- 12 h 00 — *Déjeuner*
- 13 h 00 — *1er cours de l'après-midi*
- …
- 15 h 00 — *Récréation*
- 17 h 00 — *Fin du dernier cours.*

De 17 h à18 h 00, les élèves se retrouvent dans la cour pour se détendre ou dans le foyer où ils peuvent consommer tout ce dont ils ont besoin. De 18 h à 19 h 30, ils étudient dans des salles prévues à cet effet. A 19 h 30, ils se dirigent vers les réfectoires pour leur repas du soir. A partir de 20 h 30, ils reprennent leurs études jusqu'à 22 h 00 ; heure à laquelle ils regagnent leurs dortoirs. Bien évidemment, toutes ces activités sont encadrées par des adjoints d'éducation et des surveillants généraux de jour comme de nuit.

Les élèves peuvent sortir avec leurs parents ou leurs correspondants tous les mardis après-midi, ou font leurs devoirs écrits... Ceux qui demeurent à l'internat, les vendredis, sont libres dans leurs activités dans l'enceinte du lycée. Ils peuvent effectuer des sorties culturelles, touristiques et de loisirs ou organiser des activités de clubs (jeux d'échecs, sports, environnement…) tous les samedis.

Afin d'atteindre les objectifs ambitieux assignés à cet établissement, de nombreuses équipes composées d'hommes et de femmes dévouées sont à pied d'œuvre nuit et jour, 7 jours sur 7. Ces équipes regroupent les personnels administratifs, enseignants, agents sans oublier le soutien de l'Académie d'Alger-Centre et celui du Ministre de l'Education Nationale.

Il est à noter que la rentrée de l'année scolaire en cours a été marquée par la présence du ministre de l'éducation nationale, le Pr Abdellatif BABA AHMED qui nous a fait l'honneur d'offrir à chaque élève un laptop et ce, en présence du directeur de l'Office National des Examens et Concours (ONEC), du directeur de l'Education d'Alger-Centre, d'un représentant de la direction de l'enseignant secondaire, de nombreux autres invités ainsi que des médias.

Afin d'immortaliser cette journée, Monsieur le Ministre a planté un olivier qui a donné déjà des fruits. Après une année de dur labeur, les résultats scolaires des élèves ont été très satisfaisants voire même excellents. Enfin, nous espérons une « moisson » de mentions à l'épreuve du baccalauréat de l'année 2014/2015.

Entretien

avec Luc TROUCHE, professeur des universités en didactique des mathématiques, Directeur de la recherche à l'Institut Français de l'Éducation (IFÉ) et Président de la Commission Française pour l'Enseignement des Mathématiques[1]

Réalisé par Habiba BOUKERTOUTA et Aicha BELANTEUR, à l'INRE

H.B et A.B : « Vous avez animé à l'INRE les 28 et 29 mai 2013 le séminaire sur l'enseignement des mathématiques dans les classes et dans le système éducatif. Dans votre première intervention, vous avez donné la définition suivante : « L'école est une, quel que soit le nombre de ses maîtres, et tout enseignement est une collaboration. » Quel commentaire en faites-vous ?

M. Luc TROUCHE: « Cette définition de l'école est donnée dans le dictionnaire de pédagogie écrit et coordonné par *Ferdinand BUISSON* (1ère édition fin du 19ème siècle, 2ème édition début du 20ème siècle)[2] . Ce que j'ai envie de transmettre à travers cette définition va à l'envers de ce que qu'on dit en général de l'école où l'enseignant en classe est comme un capitaine sur son navire, seul maître à bord.

Dans cette définition, on montre que l'éducation ne peut réussir que si elle se conçoit comme une collaboration totale. L'école est vue comme une entité, comme une collaboration entre les enseignants et dans l'école elle-même, comme une collaboration avec les élèves, entre les élèves et sans doute au-delà de l'école. Actuellement, avec ce qu'on appelle les métamorphoses du numérique, on apprend à l'intérieur et à l'extérieur de l'école. Ce qui engage une refonte complète de la forme scolaire. Ainsi, ce mot « collaboration » prend un sens élargi. »

H.B et A.B : « La tendance mondiale exige le développement des mathématiques alors que les élèves, de manière générale, fuient les filières Sciences, Technologie, Mathématiques (STM). D'après vous, comment résoudre cette équation ? »

M. Luc TROUCHE: « Je pense que la crise de l'enseignement des mathématiques est une crise ancienne. Mais elle était cachée par le fait que les mathématiques étaient une matière de sélection. Tout le monde disait : « *Il faut être bon pour faire des mathématiques.* » et « *Pour réussir dans la société, il faut faire des mathématiques.* » C'est une sorte de consensus qui a donné un prestige aux mathématiques. C'était la pression sociale qui poussait les élèves à s'orienter vers la filière mathématiques. Ce n'était pas forcément lié à l'amour que les lycéens pouvaient avoir pour cette filière. Comme cette pression sociale existe moins, l'enseignement des mathématiques est confronté à la nécessité de donner à voir son utilité profonde.

La question n'est pas posée aux enseignants de mathématiques seulement, ni même aux seules institutions éducatives : si on pense que les sciences et les mathématiques sont indispensables pour la vie du citoyen d'aujourd'hui, toute la société doit promouvoir une idée des mathématiques nécessaire à l'honnête homme du XXI^{e} siècle….

Il faut en particulier qu'on arrête de répandre cette idée: « *On peut très bien ne pas faire des mathématiques et bien réussir dans la vie.* ». On ne peut pas soutenir qu'on réussira pleinement sa vie si on ne sait pas lire, si on ne sait pas apprécier une œuvre d'art, et si on n'a pas pu entrer dans le monde des mathématiques … Cela relève donc d'une mobilisation politique, sociale, qui peut prendre des formes diverses. C'est ainsi qu'on a créé, en France, des « maisons de sciences » qui sont largement ouvertes sur la société. A Lyon, a aussi été créée une maison des mathématiques et de l'informatique [3] . Il faut aussi, sans doute, développer les mathématiques dans des endroits qui sont en difficulté socialement et culturellement.

Les mathématiques, après avoir été vues comme un moyen de sélection, pourraient devenir, maintenant, un moyen de développement éducatif, culturel et social.

H.B et A.B : « Vous êtes spécialiste de la didactique des mathématiques. De nos jours, le développement technologique a engendré des évolutions. Comment, d'après vous, l'enseignant doit-il s'y adapter ? Quelle formation – initiale, continue – préconisez-vous ?

M. Luc TROUCHE: « On considère souvent que ce n'est que récemment que les évolutions technologiques ont touché les mathématiques et leur enseignement, alors que les mathématiques et leur enseignement ont toujours été très dépendants des environnements technologiques. On peut se référer par exemple aux premiers enseignements écrits des mathématiques dans les écoles de scribes (-2000 avant notre ère, dans l'actuel Irak) : dès cette époque, l'enseignement des mathématiques était fortement instrumenté avec des tablettes mais aussi avec des instruments tributaires des doigts de la main. Les discussions longues qu'on a eues depuis, à propos du boulier [4] , des calculatrices ou des logiciels sont des manifestations un peu récurrentes de cette vielle idée que les mathématiques ne se font qu'avec la tête.

De gauche à droite : Aïcha Belanteur, Sakina Bakouk, Luc Trouche et Habiba Boukertouta

Actuellement, ces évolutions technologiques vont de plus en plus vite et on a besoin d'une formation des enseignants qui prenne en compte l'usage des instruments déjà présents dans la société (calculatrice, Internet, tableurs), ou dans les laboratoires de mathématiques (logiciels de calcul formel par exemple) pour les exploiter au bénéfice de mathématiques vivantes.

Alors quelle formation, cela suppose ? Il faut certainement accorder une grande importance à la formation continue intégrée. On n'apprend pas « *les instruments pour les instruments* », mais on apprend de nouvelles situations mathématiques ou de nouvelles façons de voir des situations qui tirent le meilleur parti possible des instruments. Pour ce faire, je pense qu'il faut de nouveaux dispositifs de formation. Cela rejoint un peu ma réponse à la question précédente, quand je parlais de collaboration élargie dans l'école et en dehors de l'école.

Ces nouveaux dispositifs de formation doivent s'appuyer sur les ressources disponibles, aujourd'hui, sur Internet ou sur des ressources qui tirent parti de la créativité même des enseignants à qui il faut donner les moyens pour faire évoluer leur système de ressources en comptant sur la collaboration de leurs pairs[5] , des formateurs ou des inspecteurs. Il est, donc, nécessaire de penser à un cadre élargi de formation avec des sessions en présence, des sessions à distance[6] …

H.B et A.B : « Introduire les TIC à l'école, c'est permettre à l'école de développer l'intelligence de l'élève en lui proposant plusieurs choix afin qu'il puisse prendre des décisions appropriées, ce n'est pas « apprendre le copier-coller ». Quel commentaire en faites-vous ? »

M. Luc TROUCHE: « En effet, ce n'est pas apprendre à l'élève du «copier-coller » ! Mais cela demande certainement une vraie éducation. Par exemple, imaginons que tous les élèves ont accès à Internet. C'est ce qui se passe dans certains pays. Je pense à la Norvège que j'ai visitée récemment où les élèves sont en devoir en classe avec accès à Internet. Ils ont, donc, accès à toutes les solutions possibles. Mais tirer partie de cette masse d'information suppose savoir utiliser un moteur de recherche avec les bons mots clés, savoir évaluer la pertinence d'une source, savoir comparer, croiser l'information, avoir un regard critique : cela s'apprend !

On est passé du paradigme de la flèche au paradigme du filet. Avant, quand on faisait des mathématiques ou de la science en général, on réfléchissait bien avant de lancer un calcul. Une fois qu'on avait une idée assez précise des actions à mener, on engageait le processus (paradigme de la flèche). Aujourd'hui, avec Internet, on peut lancer de nombreux calculs, engranger de nombreux résultats, tester différentes voies. On se retrouve alors avec une masse d'informations et de résultats. Il faut alors sélectionner les résultats (paradigme du filet). Il s'agit d'autres mécanismes intellectuels qui sont peut-être plus exigeants. Cela favorise, peut-être, les élèves qui ont une plus grande ouverture d'esprit, qui ont déjà un regard cultivé, qui ont l'habitude de comparer, d'évaluer la pertinence de leurs choix… C'est une responsabilité de l'école de donner ce regard aigu, ce regard critique à tous les élèves.

H.B et A.B : « Quelles sont vos propositions en vue d'améliorer l'enseignement des mathématiques ? Comment apprendre et faire apprendre les mathématiques ?

M. Luc TROUCHE: « C'est une question qui est assez complexe mais une des réponses rejoint ce que j'ai dit tout à l'heure, c'est-à-dire concevoir l'enseignement des mathématiques comme un enseignement qui prend parti des outils de la société. Ce n'est pas un enseignement à part ! C'est un enseignement qui permet de donner des moyens aux citoyens pour mieux comprendre. Par exemple, l'intégration des statistiques, aujourd'hui, considérées comme les mathématiques du citoyen, concourent à faire des mathématiques un enseignement utile.

On a souvent conçu les mathématiques comme la transmission de connaissances mortes. Il faut voir aujourd'hui les mathématiques comme la construction de connaissances qui sont en permanence actualisées car elles évoluent. Il faut les concevoir comme un système de connaissance qui permet de résoudre un système de problèmes. Et c'est là où réside la difficulté ! Parce qu'on a souvent parlé de situations-problèmes vues un peu de façon isolée mais toujours vécues comme des moments un peu particuliers où on allait résoudre une activité propre des élèves dans la classe. Il faut arriver à construire des champs de problèmes qui correspondent à des champs de connaissances. Et c'est certainement un vaste chantier ! C'est autour de ce chantier que s'organisent des recherches actives sur l'enseignement des mathématiques aujourd'hui. »

H.B et A.B : « Justement, comment apprendre et faire apprendre les mathématiques ?

M. Luc TROUCHE: « *Comment savoir que ce qu'on enseigne est efficace ?* Cela exige du temps. Une de nos expériences qui est pour nous un peu emblématique est celle menée à l'école Saint Charles de Marseille en mathématiques. Tous les enseignants de cette école se sont mobilisés autour d'un seul objectif : faire réussir la majorité des élèves pour les premiers apprentissages mathématiques. Notre institut travaille sur ce thème depuis 4 ans, sur la base d'une collaboration entre les chercheurs, les enseignants et la direction de l'école, en pensant les évolutions dans une continuité. En permanence, les situations mathématiques sont ré-ajustées en fonction des apprentissages constatés, des propositions des enseignants, etc. Je pense que c'est dans ce sens qu'il faut mener des recherches.

Il y a eu, l'année dernière en France[7] , une conférence nationale sur les premiers apprentissages des mathématiques au primaire et au collège pour faire un état des lieux. Je pense que c'est important de le faire ! Un état des lieux où tous les acteurs (inspecteurs, professeurs, chercheurs en mathématiques, en didactique des mathématiques, formateurs...) puissent donner un point de vue. De cet état des lieux, on a pu identifier un certain nombre de difficultés dans chaque niveau d'enseignement ou dans telle notion d'apprentissage et notamment des questions où personne n'avait de réponse vraiment certaines. Il ne suffit pas de dire ; « *J'ai fait telle chose dans ma classe et ça a marché.*» Il faut appuyer les affirmations et les prouver par des résultats attestés à l'aide de nombreuses expériences concordantes.

Lorsqu'il n'y a pas de réponses, c'est sur ces questions-là qu'il faut engager des recherches sérieuses permettant de donner des réponses assurées.»

H.B et A.B : « Pour terminer, quel conseil pourriez-vous donner, en tant que professeur de mathématiques, pour que les enseignants algériens puissent rendre cet enseignement attrayant et stimulant? »

M. Luc TROUCHE: « Je ne connais pas assez le système éducatif algérien. La pertinence des conseils dépend de la situation précise de l'enseignement des mathématiques et de la formation des enseignants. Mais le conseil général que je donnerai c'est celui d' « apprendre à sortir des certitudes pour aimer l'incertitude ».

Faire réellement des mathématiques, c'est apprendre à apprivoiser un peu l'incertitude. Et aimer l'incertitude, c'est donner aux mathématiques leur dimension d'aventure intellectuelle. Cela exige, bien entendu, que l'enseignant soit confiant, qu'il ait confiance dans le système éducatif, en son inspecteur, en son directeur de l'école… Les instituts, tels que l'INRE, ont un rôle important pour donner cette impulsion. »

H.B et A.B : « Merci pour toutes ces informations constructives. »

M. Luc TROUCHE: « Merci à vous. Pourrais-je ajouter un dernier mot?

J'espère que ce séminaire serait un point de départ pour une collaboration. Nous pourrions, ainsi, envisager des dispositifs de recherche conjoints entre les classes algériennes et les classes françaises[8] , entre les chercheurs algériens et les chercheurs français . C'est un travail qui nous intéresse vivement : identifier les problèmes de l'enseignement des mathématiques, communs à l'Algérie et à la France, ou spécifique à l'un des pays, et comparer les solutions qui ont été imaginées dans chaque contexte, s'inspirer mutuellement… »

H.B et A.B : « Merci encore Monsieur Luc TROUCHE pour le temps que vous nous avez consacré. »

1. *Voir le site de la CFEM :* http://www.cfem.asso.fr/
2. *En ligne :* http://www.inrp.fr/edition-electronique/lodel/dictionnaire-ferdinand-buisson/
3. http://math.univ-lyon1.fr/mmi/
4. *Voir par exemple l'article sur le boulier dans le dictionnaire pédagogique déjà cité :* http://www.inrp.fr/edition-electronique/lodel/dictionnaire-ferdinand-buisson/document.php?id=2204
5. *En s'appuyant sur le développement des associations d'enseignants, Sésamath par exemple en France dans le cas des mathématiques* http://www.sesamath.net/
6. *Voir par exemple, en France, le dispositif du Ministère de l'Éducation nationale « Paiform@nce »* http://national.pairformance.education.fr/
7. http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/manifestations/dossier-manifestations/conference-nationale
8. *Nous avons en particulier développé des « Lieux d'éducation associés à l'IFÉ »* (http://ife.ens-lyon.fr/ife/recherche/lea), *pourquoi ne pas envisager en Algérie des Lieux d'éducation associés à l'INRE, et des relations entre la France et l'Algérie à partir de jumelages entre ces établissements ?*

Entretien

avec

M. Gilles ALDON,

Agrégé, docteur en didactique des mathématiques(France)

Réalisé par
Habiba BOUKERTOUTA et Aicha BELANTEUR, à l'INRE

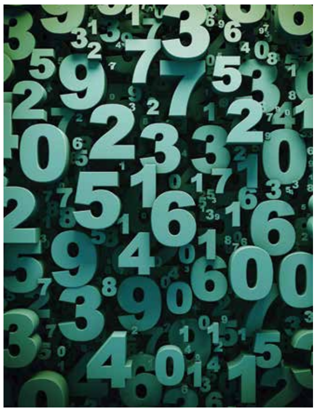
H.B et A.B : « Vous avez animé à l'INRE, avec L. Trouche et S. Soury-Lavergne, le séminaire sur la réussite de l'enseignement des mathématiques en classe et dans le système éducatif. Comment enseigner, aujourd'hui, les mathématiques à l'école primaire ? Quelles mathématiques enseigner ? »

Gilles ALDON : « Je ne sais pas si je sais répondre à cette question. Je peux parler du travail qui a été fait dans ce qui s'appelle le projet LéA Côte-d'Or. C'est un projet de développement de la culture scientifique et numérique en partenariat entre la direction des services départementaux de l'éducation nationale de la Côte-d'Or, l'Institut Français de l'Éducation de l'Ecole Normale Supérieure de Lyon (IFÉ) et la ville de Dijon. Ce projet concerne la maternelle, le primaire et le collège.

Notre équipe de recherche « Eductice » essaye d'analyser et d'identifier avec les enseignants, à partir de ce qu'ils font dans leurs classes, de leurs habitudes, de leurs connaissances et compétences, les éléments qui sont pertinents et qui permettent aux élèves d'apprendre les mathématiques.

Pour l'école maternelle, par exemple, nous avons travaillé sur le codage qui est au programme de la petite à la grande section. Nous avons vu avec les enseignants « comment pouvoir commencer à faire prendre conscience aux élèves des représentations des mathématiques ». C'est ce que j'ai développé, en atelier cet après-midi à l'INRE en montrant sur des exemples que l'on ne travaille jamais, en mathématiques, sur les objets eux-mêmes mais sur des représentations de ces objets, qui jouent donc un rôle important dans la compréhension des mathématiques. Dans cet exemple, l'enseignant a essayé, avec ses élèves en classe, de mettre en scène le codage autour du thème « *les bruits de l'eau, jeux d'orchestre avec des instruments* ».

Dans cette expérience, les enfants avaient, d'abord, à écouter les bruits que pouvait faire l'eau en coulant du robinet, quand ils y trempaient les mains …Donc, il y a un côté très physique. Les élèves réalisent, ainsi, ce que l'eau peut produire comme sensations et aussi comme bruit. Ensuite, ils essayent de reproduire les bruits de l'eau et arrivent à la phase d'abstraction de codage. Les élèves font correspondre chaque bruit perçu à un code particulier pour faire « un jeu d'orchestre » avec des instruments reproduisant des bruits d'eau. Autrement dit, ils arrivent à écrire le code et le faire reproduire. Ils associent aux codes un bruit et réciproquement ils associent un bruit au code. Ce sont les premiers pas dans la représentation des objets. C'est un exemple significatif de ce que nous pouvons faire en mathématiques avec les tout petits.



Notre rôle est d'accompagner les enseignants qui travaillent sur cette situation dans la classe en observant et en analysant les réactions des élèves, celles des enseignants ainsi que leurs interactions d'une part, et d'autre part essayer de dégager tout ce qui relève de l'apprentissage mathématique et de ce qui peut être plutôt de l'affectif. Ce sont ces aspects que nous avons développés dans le « plan sciences » dans les classes maternelles.

H.B et A.B : « Faut-il être très intelligent pour être fort en mathématiques ? »

Gilles ALDON : « Pas du tout ! Cela dépend de ce qu'on entend par « fort en mathématiques » et ce qu'on entend par « être intelligent » !

Au niveau scolaire, je pense que tous les enfants sont capables de comprendre et d'avoir des résultats qui sont corrects en mathématiques tout au long de leur scolarité. Après, c'est effectivement, le rôle de l'école, de l'éducateur, de l'enseignement de faire en sorte que les élèves ne soient pas abandonnés, perdus ou complètement laissés de côté dans cet enseignement un peu particulier car il est abstrait. Il est intéressant, souvent, de faire un pas de côté : les mathématiques semblent abstraites, la géographie, par exemple, semble concrète ; mais demander aux élèves, par exemple, de classer les pays c'est complètement abstrait au regard des enfants. Ce qui est concret pour eux, c'est leur territoire, leur maison, leur école… Ce qui est concret c'est la géographie entre la maison et l'école. Donc, « classer les pays » pour eux, c'est complètement une abstraction. Il me semble qu'il en est de même pour les mathématiques. Langevin disait : « *le concret, c'est de l'abstrait rendu familier par l'usage.* » Je pense que c'est très significatif ! Et bien, jouer avec des nombres leurs donneront rapidement la familiarité suffisante pour qu'ils deviennent des objets concrets. Ce n'est plus une abstraction donc, nous avons transformé cette entité, « les mathématiques abstraites » qui a été construite en une entité naturelle.

Pour revenir à la question, je ne pense pas qu'il y ait une relation directe entre l'intelligence et faire les mathématiques, peut-être, pour les médailles Fields, les grands mathématiciens,... Mais, si on veut s'intéresser aux mathématiques pour tous, pour tous les enfants, cela dépend de l'enseignement de cette discipline, de la façon dont les mathématiques sont enseignées et perçues …

Ce sont là, de vrais problèmes d'enseignement, sociétaux et d'orientation. Il faut souligner que socialement on ne parle pas de mathématiques comme on parle de littérature ou de poésie, de chanson…

Enfin, il y a un aspect un peu différent qui est à la fois, cette vision sociale sur cette discipline et la façon dont les enfants peuvent l'appréhender à travers des activités qui vont peut-être leur révéler toute la beauté et tout l'intérêt qu'il y a dans l'apprentissage des mathématiques.

H.B et A.B : « Merci Monsieur Gilles ALDON pour toutes ces précisions. »

Entretien

avec

Sophie SOURY-LAVERGNE

Maître de conférences en didactique des mathématiques et encadreur de formation des enseignants (France)

Réalisé par Habiba BOUKERTOUTA et Aicha BELANTEUR, à l'INRE

H.B et A.B : « Les enseignants et les élèves rencontrent des difficultés dans l'enseignement des mathématiques notamment en géométrie. Vous avez présenté, lors du séminaire, des exemples en géométrie dynamique. Quel est son impact sur la réussite des élèves ? »

Sophie SOURY-LAVERGNE : « je ne peux pas vous dire qu'au baccalauréat sur les épreuves de géométrie, il y a telle ou telle avancée de la part des élèves. Je n'ai pas de résultats de recherche sur la réussite des élèves pour vous les présenter. En revanche, je peux vous parler des résultats liés à l'utilisation de la géométrie dynamique mis en évidence par la recherche. Il s'agit du raisonnement mathématique pour comprendre les figures de géométrie dynamique et pour résoudre des problèmes de géométrie qui sont traités à l'aide de ces figures. En effet, les recherches montrent qu'avec la géométrie dynamique, il y a d'abord un véritable engagement des élèves. Ce qui les amène à mieux comprendre la géométrie.

Ensuite, si on reste dans le domaine des connaissances en géométrie, c'est la nature du raisonnement des élèves qui est différente avec l'environnement informatique. J'ai essayé d'expliquer cette différence, dans mon intervention au cours du séminaire en prenant l'exemple de la perpendicularité de deux droites. Ce ne sont plus des connaissances de l'ordre: l'élève a appris la définition, il est capable de la restituer en réponse à une question, il est capable de cocher la bonne réponse dans un questionnaire... mais il est aussi capable, petit à petit, d'utiliser ses connaissances mathématiques, telles que la perpendicularité, comme outils de résolution de problèmes. Et cela change la signification qu'il a attribuée à cette connaissance. Mais il est difficile de rendre compte de cette réussite à travers les examens!

Figure 1 : « *Explore la figure de gauche et reconstruis la à droite. Pour t'aider, le segment [BC] a déjà été construit. Attention, il faut que les deux figures soient pareilles y compris quand les points bougent* ». La solution consiste à créer un triangle ABC puis la perpendiculaire à [BC] passant par D. Elle coupe le segment [AB] en G. Créer un point F sur [AC] et un point E sur [BC], puis le quadrilatère DGFE.

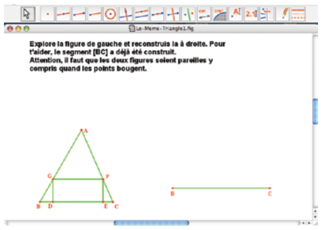


Figure 1

Il faut souligner qu'en France, malheureusement, la géométrie devient de plus en plus réduite dans les programmes d'enseignement, alors que c'est un domaine dont les mathématiciens des universités –lorsqu'ils interviennent auprès des enseignants, auprès des élèves, dans les écoles – tirent souvent les situations mathématiques qu'ils proposent.

Mais, je pense que la géométrie peut être enseignée à l'école primaire, avec la géométrie dynamique, parce qu'elle permet à l'élève de mettre à l'épreuve ses connaissances. Au début des apprentissages, le spatial et le géométrique sont confondus chez les élèves. J'ai montré, au cours de ce séminaire, un exemple connu en géométrie dynamique, qui permet de comprendre l'articulation entre les connaissances spatiales et les connaissances géométriques. Il s'agit d'une voiture à laquelle il manque une roue, roue que l'élève doit reconstruire. La situation est spatiale, le problème relève du contexte de la vie quotidienne.

Figure 2 : « *Comment reconstruire la roue manquante de la voiture ?* ». *La solution consiste à construire un cercle dont le centre est le milieu d'un diamètre donné par les extrémités de la carrosserie orange. La difficulté pour les élèves est de concevoir un point à la fois comme milieu d'un segment et centre d'un cercle.*

Pour reconstruire la roue, l'élève cherche à faire un rond ou un cercle avec les outils de son environnement de résolution, pour le positionner à la place de la roue manquante. Il fait alors rouler la voiture et la roue ne reste pas attachée à la voiture. Ainsi, l'élève sait que ce n'est pas la solution et peut en chercher une autre. Pour trouver la bonne solution, il faudra qu'il transforme la situation, qu'il l'analyse non plus d'un point de vue spatial mais en termes de géométrie et qu'il construise le centre de ce cercle comme le milieu du diamètre… Ainsi, c'est grâce à la géométrie dynamique que l'élève transforme sa vision spatiale en des arguments et en une suite d'opérations géométriques.

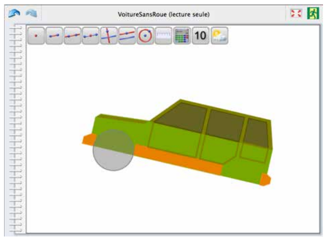
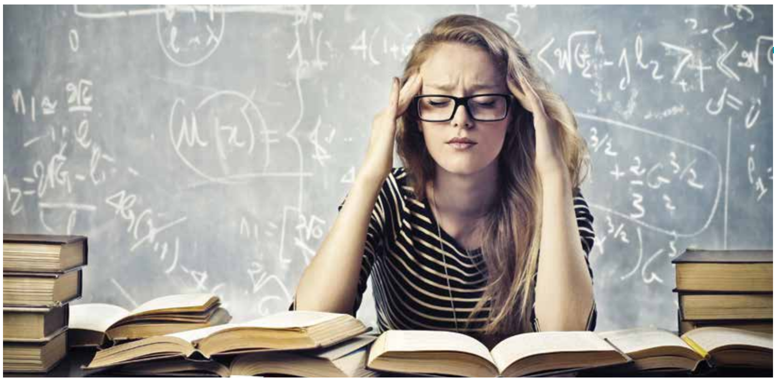


Figure 2

Donc, la géométrie dynamique, y compris à l'école primaire, permet de travailler cette articulation entre les connaissances spatiales qu'il faut renforcer, qu'il faut développer et le passage à la géométrie.

De plus, la géométrie dynamique permet de ne pas réduire l'enseignement de la géométrie à l'enseignement du vocabulaire géométrique. Utiliser le bon vocabulaire, ce n'est pas juste pour satisfaire l'enseignant, cela permet surtout d'interagir avec l'environnement informatique. Par exemple, lorsque l'élève veut faire un « rond », il parcourt les outils de la géométrie dynamique, il ne trouve pas l'outil « rond » mais il trouve la forme voulue, associée au mot « cercle ». Ainsi, il apprend qu'avec un outil nommé « cercle », il obtient la figure cherchée.

Faire des mathématiques, c'est apprendre les mathématiques! On n'apprend pas les mathématiques sans en faire. Donc, je dirai que la géométrie dynamique est un très bel outil qui permet de créer les conditions appropriées pour que les situations d'apprentissage soient véritablement engageantes pour les élèves. Bien que l'on puisse construire de telles situations sans la géométrie dynamique et



sans la technologie, la technologie apporte, pour l'instant, une vraie valeur ajoutée.

De ce point de vue-là, on fait mieux réussir les élèves. Et la réussite des élèves résulte de la qualité des apprentissages.

H.B et A.B : « Quelles sont vos propositions en vue d'améliorer l'enseignement des mathématiques? Pour conclure, comment apprendre et faire apprendre les mathématiques ? »

Sophie SOURY-LAVERGNE : « Je ne vais pas apporter des solutions aujourd'hui, mais c'est l'enjeu de tous les travaux menés en didactique, en particulier en France, depuis les années 70 et depuis la réforme des mathématiques modernes. L'enjeu est de comprendre à quelles contraintes -que ce soit des contraintes institutionnelles ou des contraintes sur la nature du savoir mathématique- répond la situation d'enseignement dans la classe à un moment donné.

Si on commence à cerner correctement ces contraintes, on peut proposer comme solution des situations qui soient simples à comprendre et dans lesquelles tous les élèves de la classe peuvent s'engager. C'est-à-dire qu'il faut éviter de proposer des situations complexes où il y a trop de vocabulaire, trop d'objets... car ils seraient bloqués au moment même où ils commencent à réfléchir pour résoudre le problème.

Gille ALDON a montré, dans son intervention, des situations très simples initialement, mais qui débouchent sur des problèmes mathématiques très intéressants et dont les solutions reposent sur différents domaines mathématiques, pas forcément celui évoqué par l'énoncé initial. L'enjeu est d'arriver à bien construire de telles situations d'apprentissage, que tous les élèves puissent appréhender et qui leur permettent de s'engager dans le raisonnement mathématique. C'est ainsi qu'ils apprennent. C'est la méthodologie de base.

D'ailleurs, notre travail, en particulier à l'IFÉ dans l'équipe « EducMath », c'est de chercher, d'abord, quelles sont les caractéristiques des situations d'apprentissage pour que les élèves puissent raisonner, notamment celles qui engagent les technologies. Puis, les proposer aux enseignants pour qu'ils puissent les mettre en œuvre en classe. Ensuite, de comprendre à quelles conditions ces situations sont productives du point de vue de l'apprentissage des élèves et sont utilisables par les enseignants de façon pertinente et adaptée. Voilà quelques pistes pour amener les élèves à apprendre, à apprécier de faire des mathématiques et à être plus forts dans cette matière.

Il faut, donc, trouver de bonnes situations que les enseignants puissent utiliser afin qu'aucun élève ne dise plus la phrase suivante : « je n'aime pas les mathématiques ! » phrase que nous avons entendue récemment, Gilles et moi, dans une classe de CP par une élève âgée d'à peine 6 ans.

H.B et A.B : « Nous vous remercions d'avoir répondu à nos questions. »

Entretien

avec

M. Ahmed BENSAADA

Ph.D. en physique de l'université de Montréal (Canada)

Réalisé par Habiba BOUKERTOUTA et Aicha BELANTEUR, à l'INRE

H.B et A.B : «Vous avez animé à l'INRE le 27 mai 2013 le séminaire sur l'enseignement des sciences et l'approche par compétences (APC). Quel est l'intérêt du passage de l'approche par objectifs à l'approche par compétences? Autrement dit, quel est l'intérêt d'utiliser cette approche dans les programmes d'enseignement de la réforme de notre système éducatif ?

M. Ahmed BENSAADA : « Comme je l'ai expliqué lors de cette journée d'étude, l'APC permet, en fait, d'atteindre des apprentissages extrêmement intéressants et efficaces, notamment dans le domaine des sciences. L'adoption de cette approche dans les programmes d'enseignement a engendré un changement fondamental dans toutes les matières particulièrement en sciences où l'apprentissage est basé sur le travail de l'élève. L'élève est, d'une part, actif pendant son apprentissage et d'autre part, il y a un décloisonnement des matières. C'est-à-dire que les matières ne sont plus enseignées chacune à part. Ces deux changements majeurs permettent à l'élève non seulement de faire un apprentissage efficace et adéquat mais aussi d'avoir une idée de la science qui est globale et non « compartimentée » !

L'APC est une approche qui permet à l'apprenant d'acquérir des connaissances - comme son nom l'indique - et de développer des compétences. Dans l'enseignement par l'APC, l'accent est mis beaucoup plus sur les compétences que sur les contenus. Je ne peux vous dire en deux mots l'intérêt de l'utilisation de cette approche dans l'enseignement mais ce dont je suis sûr, c'est que l'élève du 21ème siècle est plus apte à suivre des cours par l'APC que des cours qu'on faisait avant, c'est-à-dire des cours magistraux où le taux de rétention est très faible. »

H.B et A.B : « Les enseignants éprouvent des difficultés pour concevoir et évaluer des situations d'apprentissage. Pourriez-vous leur proposer une démarche ? ».

M. Ahmed BENSAADA : « Durant la journée d'étude que j'ai animée à l'INRE, j'ai démontré que toute réforme d'un système éducatif est très compliquée à mettre en œuvre. Par conséquent, les changements dans la méthodologie d'enseignement est très complexe car l'enseignant est tenu, non seulement, d'enseigner mais aussi de changer ses pratiques. Ce qui représente une charge très lourde.

Il serait souhaitable, avant la mise en œuvre de cette approche en classe ou dans un système, d'aider l'enseignant, au moins, au début, à se familiariser avec cette nouvelle approche et donc à maîtriser toutes ses étapes d'application. Au Québec, par exemple, ce sont les maisons d'édition qui se sont chargées d'élaborer des situations d'apprentissage, dans un premier temps. Mais ce n'est pas toujours ces maisons qui le font, c'est juste pour initier les enseignants à l'APC. En effet, l'objectif de cette procédure est de préparer les enseignants à pouvoir maîtriser la technique pour élaborer des situations d'apprentissage et d'évaluation (S.A.É) signifiantes pour l'élève en tenant compte des milieux des élèves. En d'autres termes, élaborer des situations qui soient conformes à leur milieu, à leurs repères culturels…. L'idéal est, donc, de montrer aux enseignants comment concevoir des situations d'apprentissage et d'évaluation pour qu'ils puissent en créer, par la suite, eux-mêmes. »

H.B et A.B : « Quel est l'impact des TIC sur la réussite des élèves, notamment en sciences ? »

M.Ahmed BENSAADA : « Avant l'avènement de cette réforme concernant l'APC, les TIC ont fait leur apparition dans l'enseignement. On s'est toujours posé la question suivante : « *Est-ce que l'introduction des nouvelles techniques peut changer l'enseignement ou la façon d'enseigner?* »

Il y a très longtemps, les enseignants ont essayé d'introduire la télévision dans leur pratique de classe. On a constaté que son introduction n'a pas eu un véritable impact sur les apprentissages. Pour l'ordinateur, c'est totalement différent ! Ce n'est pas l'ordinateur en lui-même qui est important. C'est-à-dire que ce n'est pas l'outil qui est intéressant en soi mais c'est son utilisation car il fait partie de notre environnement. C'est un moyen technologique qui n'est pas près de disparaître. Par conséquent, l'école doit former les élèves à l'exploitation efficace de l'ordinateur.

L'usage des TIC en classe n'est pas une mode. Les enseignants peuvent utiliser l'ordinateur pour enseigner tout en identifiant, au préalable, les compétences à développer. En effet, c'est un outil intéressant dans la pédagogie de projet qui est à la base de l'approche par compétences. Il est très facile d'élaborer des situations où on introduit les TIC. Moi-même, je suis un fanatique des TIC, je les ai utilisées avec mes élèves du temps où on les appelait « NTIC ». J'ai constaté qu'ils me dépassaient et que j'avais des difficultés à les arrêter. Bien qu'ils soient au centre de leur propre apprentissage, il faut leur apprendre à cibler ce qu'ils veulent apprendre : développer de nouvelles compétences. Je rappelle que l'exploitation des TIC en classe est une compétence transversale dans les programmes d'enseignement québécois. Actuellement, l'une des missions de l'école au Québec est de donner aux élèves la possibilité d'utiliser les TIC dans un cadre scolaire.

H.B et A.B : « Vous êtes un pur produit de l'école algérienne et titulaire d'un Doctorat en physique. Actuellement, vous êtes un pédagogue dont la carrière a été soulignée par de nombreux prix. Quels sont vos recommandations à l'égard de nos enseignants ?

M. Ahmed BENSAADA : « Un pur produit algérien, comme vous le dites, est parti au Canada et a pu étudier le système pédagogique québécois en essayant d'innover. Le petit algérien que je suis a pu réussir à marquer de son empreinte le système occidental. Il a reçu des prix. Il n'est pas un génie mais il travaille fort. C'est, donc, le fruit d'un travail créatif. C'est l'un des messages que je voulais faire passer, au cours de cette journée d'étude à l'INRE.

Je dis, alors, à nos enseignants algériens : « *si je suis capable d'écrire des livres qui sont utilisés par les élèves du Québec, vous l'êtes aussi, à condition qu'on mette à votre disposition les moyens nécessaires, que vous ayez, bien sûr, la volonté, la persévérance et que vous soyez récompensés pour vos initiatives.*»

Je pense que pour améliorer tout système éducatif, il faut faire confiance aux enseignants. Ce sont eux, le moteur de l'Ecole.

H.B et A.B : « Avez-vous autre chose à ajouter ? »

M. Ahmed BENSAADA : « Je remercie M. Mohamed IDER ainsi que Melle Sakina BAKOUK, respectivement directeur général et chef de département de la recherche, qui m'ont donné l'opportunité de venir et de rencontrer des collègues pour animer une journée sur l'enseignement des sciences et l'approche par compétences. Je suis très fier d'être parmi les miens à l'INRE où je me considère comme chez moi. C'est un honneur pour moi de partager le peu de choses que je connais avec eux, d'aider mes compatriotes maintenant et dans l'avenir ! Si l'occasion se représente, je serai encore plus présent, non seulement pour animer des journées d'études mais pour des projets créatifs et plus concrets.

H.B et A.B : « Merci Monsieur Ahmed BENSAADA pour cet entretien. »

Titulaire d'un doctorat en physique de l'université de Montréal (Canada), Ahmed Bensaada a une vie professionnelle et intellectuelle très diversifiée.

Durant sa carrière, il a été, tour à tour, enseignant à l'université d'Oran (Algérie), chercheur à l'École polytechnique de Montréal, enseignant à la commission scolaire de Montréal, conseiller pédagogique pour la formation des enseignants à la Faculté des sciences de l'éducation (Université de Montréal), conseiller pédagogique pour l'enseignement de la physique à l'AUF (Agence universitaire de la francophonie) en poste à Hanoï (Vietnam), essayiste, auteur et consultant scientifique pour des maisons d'édition québécoises.

Dans le domaine pédagogique, le Dr Bensaada est auteur et coauteur de nombreux manuels scolaires et de matériel didactique conformes à la réforme de l'éducation du Québec (Canada). Concepteur de multiples projets pédagogiques d'envergure et de sites web pédagogiques, il est aussi auteur de plusieurs publications et communications en pédagogie.

Sa carrière a été soulignée par de nombreux prix dont les principaux sont : le prix du Premier ministre du Canada pour l'excellence dans l'enseignement (2006), le prix « Raymond Gervais» 2010 pour l'excellence en pédagogie décerné par l'APSQ (Association pour l'enseignement de la science et de la technologie au Québec), le prix « CHAPO » 2008 de l'AQUOPS (Association québécoise des utilisateurs de l'ordinateur en pédagogie), deux prix « BRAVO » en 1999 et 2008 décernés par la Commission scolaire de Montréal et le prix du Club Avenir 2008 décerné par la communauté algérienne du Canada pour « une réussite professionnelle hors du commun ». En mai 2009, son nom a été cité dans le Journal de Montréal parmi les « meilleurs profs du Québec » à la suite d'un sondage à travers le Québec.

Pour plus d'informations, consulter son site web : http://www.ahmedbensaada.com/

Manifestations scientifiques

Séminaires /journées d'études/Colloques

Séminaire international : « Réussir l'enseignement des mathématiques dans les classes et dans le système éducatif »

L'Institut National de Recherche en Education (INRE) a organisé les 28 et 29 mai 2013 un séminaire international pour enrichir la réflexion sur « ***Comment réussir l'enseignement des mathématiques dans les classes et dans le système éducatif*** ». Les axes qui y ont été développés ont porté notamment sur l'apprentissage du calcul, la résolution de problèmes, l'utilisation des TIC ainsi que sur la formation des enseignants.

Ce séminaire a été animé par des conférenciers de l'Institut Français de l'Education et de l'Ecole Normale Supérieure de Lyon en présentant les communications suivantes :

« ***L'enseignement des mathématiques aujourd'hui, problèmes et perspectives*** » et « ***La formation des enseignants de mathématiques, permanences et métamorphoses*** » par Luc TROUCHE, Institut Français de l'Éducation, ENS Lyon, France. Luc.Trouche@ens-lyon.fr

« ***Les programmes et les professeurs ; un focus sur les TICE dans les programmes*** » par Gilles ALDON, Institut Français de l'Education, S2HEP, ENS de Lyon, France.

« ***Faire faire des mathématiques avec la géométrie dynamique*** » par Sophie.Soury-Lavergne, Institut Français de l'Education, Équipe EducTice, S2HEP. Sophie. Soury-Lavergne@ens-lyon.fr,

Par ailleurs, pour donner un aperçu sur l'impact de l'enseignement des mathématiques en Algérie, monsieur Baghdad LAKHDAR, consultant en sciences de l'éducation, a présenté une communication intitulée « ***Analyse des résultats de mathématiques à l'examen du brevet d'enseignement moyen**** », en guise d'introduction au séminaire.

Quant à monsieur Slimane HAMMOUDI, Inspecteur de l'Education Nationale (IEN) de mathématiques, il a présenté une communication dont le titre est: « ***Éléments de réflexion sur l'enseignement des mathématiques*** ».

Ainsi, cette manifestation scientifique a réuni les praticiens de l'éducation nationale en charge de l'élaboration et de la mise en œuvre des programmes de mathématiques des trois cycles d'enseignement (primaire, moyen, secondaire). Elle a été une occasion d'échanges d'expériences dans l'enseignement des mathématiques avec des experts internationaux, spécialistes en la matière.

Au cours du débat qui a suivi les communications, les participants ont mis l'accent sur les dispositifs de formation des enseignants ainsi que sur les pistes permettant de développer une nouvelle vision de la formation des enseignants. Une formation qui sera en mesure de rompre avec les pratiques anciennes devant mené les enseignants ainsi que les élèves au niveau des aspirations des programmes.

L'accent a été mis, également, sur l'intégration des TIC dans l'enseignement des mathématiques notamment en géométrie dynamique.

Analyse des résultats de mathématiques à l'examen du brevet d'enseignement moyen*

Baghdad LAKHDAR
Consultant en sciences de l'éducation- Algérie

Cette communication présente les résultats obtenus aux épreuves de mathématiques aux sessions du brevet d'enseignement fondamental (BEF) et du brevet d'enseignement moyen (BEM) de juin 2004, 2005, 2006, 2007 et 2011, 2012. Cette communication a été établie en guise d'introduction au séminaire portant sur « ***l'enseignement des mathématiques*** » afin de donner un aperçu sur l'impact de l'enseignement des mathématiques en Algérie. Les résultats présentés ont porté sur les populations d'élèves scolarisés. Il s'agit donc d'une évaluation exhaustive. Le traitement des notes obtenues aux épreuves de mathématiques a concerné:

- La population des candidats présents à l'examen (les candidats admis et ajournés),
- La population des candidats admis,
- La population des candidats ajournés.

Les résultats présentés ci-après ne concernent que i) la population des élèves présents à l'examen comprenant les admis et les ajournés aux examens, ii) la population des élèves admis à l'examen.

1. résultats obtenus par les candidats présents à l'examen

Les résultats obtenus par les candidats présents à l'examen du BEF ou du BEM, au cours des différentes sessions entre 2004 et 2007 et 2011 et 2012 se présentent comme suit :

Pourcentage d'élèves ayant obtenu moins de 5/20

TOTAL	2004	2005	2006	2007	2011	2012
% des candidats ayant obtenu des notes <5	59,30%	47,80%	32,90%	32,10%	17,40%	24,00%

En 2004, près de 60% des candidats présents à l'examen ont obtenu des notes inférieures à 5/20.

En 2012, c'est environ le quart des candidats qui obtiennent des notes en mathématiques inférieures à 5/20.

Il est possible de dire qu'en 2012, les élèves obtiennent des performances moins médiocres en mathématiques qu'en 2004.

Pourcentage d'élèves ayant obtenu moins de 10/20

TOTAL	2004	2005	2006	2007	2011	2012
% des candidats ayant obtenu des notes <10	85,00%	80,80%	66,40%	64,20%	51,30%	55,10%

En 2004, ce sont 85% des candidats présents à l'examen qui n'atteignent pas le score de 10/20.

En 2015, ce sont plus de 55% des candidats qui obtiennent des notes inférieures à 10/20.

Pourcentage d'élèves ayant obtenu moins de 15/20

TOTAL	2004	2005	2006	2007	2011	2012
% des candidats ayant obtenu des notes <15	96,90%	96,30%	92,70%	86,40%	80,90%	81,90%

En 2004, seulement 3,10% des candidats obtiennent des notes égales ou supérieures à 15/20.

En 2012, ce sont à peine 18% des élèves qui obtiennent des scores égaux ou supérieurs à 15/20.

Distributions des résultats en quartiles

MATH	2004	2005	2006	2007	2011	2012
Q1	2,11	2,61	3,8	3,9	6,2	5,15
Q2	4,21	5,33	7,56	7,79	9,81	9,04
Q3	6,32	7,84	11,64	12,44	13,81	13,49

En 2004, 25% des candidats ne dépassaient pas la note de 2,11/20, en 2012 la note de 5,15.

En 2004, 50% des candidats n'atteignaient pas la note de 4,21/20, en 2012 la note de 9,04.

En 2004, 25% seulement des candidats établissaient une performance, en termes de notes, supérieure à 6,32, en 2012 25% des candidats dépassaient la note de 13,49.

Candidats ayant obtenu une note	2004	2005	2006	2007	2011	2012
de moins de 5/20	59,33%	47,81%	32,91%	32,05%	17,44%	23,95%
comprise entre 5 et 10/20	25,62%	32,96%	33,44%	32,13%	33,90%	31,65%
Inférieure à 10/20	84,95%	80,77%	66,35%	64,18%	51,34%	55,61%
comprise entre 10 et 15/20	11,91%	15,47%	26,35%	22,19%	29,80%	26,83%
supérieure à 15/20	3,14%	3,76%	7,30%	13,63%	18,86%	17,56%

En 2004 ce sont près de 85% des candidats qui n'obtiennent pas la note de 10/20.

En 2012, ce sont encore plus de 55% des candidats qui n'obtiennent pas une note égale à 10/20.

Analyse des moyennes inter-wilayas en mathématiques des candidats admis et ajournés

math BEF BEM candidats admis + ajournes	la wilaya la plus performante a obtenu une moyenne de	la wilaya la moins performante a obtenu une moyenne de
2004	6,82	3,61
2005	8,13	3,15
2006	9,96	5,52
2007	9,72	5,22
2011	11,51	7,33
2012	11,00	6,23

En 2004, la moyenne de wilaya la plus élevée atteignait 6,82/20, la moyenne de wilaya la plus faible ne dépassait pas 3,61/20.

En 2012, la moyenne de wilaya la plus élevée atteignait 11,00/20, la moyenne de wilaya la plus faible ne dépassait pas 6,23/20.

Au vu de ces résultats, il est possible de dire :

- qu'il existe une importante disparité inter wilaya en termes de performance en mathématiques.
- qu'il paraît aberrant que certaines wilayas obtiennent des résultats très médiocres;
- que les performances en mathématiques des élèves demeurent encore insuffisants ; surtout si l'on considère l'option scientifique et technique assignée au système scolaire.

Distributions des résultats en quartiles

nombre de wilayas ayant obtenu une moyenne en mathématiques	2004	2005	2006	2007	2011	2012
inférieure à 10	48	48	48	48	21	33
égale ou supérieure à10	48	48	48	48	21	33

Entre 2004 et 2007, aucune moyenne de wilaya n'atteignait la performance conventionnelle de 10/20 ; ce n'est qu'à partir de 2011 que l'on constate que quelques wilayas dépassent la performance de 10/20. en 2012, 33 wilayas n'atteignent pas une moyenne de 10/20 ; une wilaya ne dépasse pas une moyenne de 07/20.

Conclusions :

La vraie mesure des résultats en mathématiques est de considérer les résultats obtenus en mathématiques pour l'ensemble des candidats aux examens. Des progrès certes ont été constatés entre 2004 et 2012, cependant ces résultats demeurent encore très insatisfaisants.

2. Résultats obtenus en mathématiques par les candidats admis

Pourcentage d'élèves ayant obtenu moins de 5/20 et ayant été admis au BEF ou BEM

TOTAL	2004	2005	2006	2007	2011	2012
% des candidats ayant obtenu des notes <5	20,01%	12,21%	11,09%	4,20%	4,68%	9,03%

En 2004, 1/5 des candidats ayant obtenu le BEF et admis en 1ère AS ont obtenu une note en mathématiques inférieure à 5/20, en 2012, on dénombre environ 10%.

Pourcentage d'élèves ayant obtenu moins de 10/20 et ayant été admis au BEF ou BEM

TOTAL	2004	2005	2006	2007	2011	2012
% des candidats ayant obtenu des notes <10	61,01%	56,91%	47,32%	29,48%	33,86%	40,12%

En 2004, plus de 60% des candidats ayant obtenu le BEF et admis en 1ère AS ont obtenu une note en mathématiques inférieure à 10/20, en 2012, on en dénombre plus de 40%.

Pourcentage d'élèves ayant obtenu moins de 15/20

TOTAL	2004	2005	2006	2007	2011	2012
% des candidats ayant obtenu des notes <15	91,24%	91,07%	88,01%	69,62%	73,25%	75,79%

En 2004, moins de 9% des candidats ayant obtenu le BEF et admis en 1ère AS ont obtenu une note égale ou supérieure à 15/20, en 2012, on en dénombre un peu plus de 24%. Ces performances sont insuffisantes pour réaliser l'option scientifique et technique assignée au système scolaire algérien et de développer les filières scientifiques et techniques dans l'enseignement secondaire.

Distributions des résultats en quartiles

MATH	2004	2005	2006	2007	2011	2012
Q1	5,61	6,43	6,92	9,11	8,88	7,79
Q2	8,66	9,23	10,33	14,05	11,96	11,34
Q3	12,31	12,65	13,4	15,67	15,3	14,88

En 2004, 25% des candidats admis au BEF ont obtenu une note inférieure à 5,61.
En 2012, 25% des candidats admis au BEM ont obtenu une note inférieure à 7,79.
En 2004, 50% des candidats admis au BEF ont obtenu une note inférieure à 8,66.
En 2012, 50% des candidats admis au BEM ont obtenu une note inférieure à 11,34.
En 2004, 25% des candidats admis au BEF ont obtenu une note égale ou supérieure à 12,31.
En 2012, 25% des candidats admis au BEM ont obtenu une note égale ou supérieure à 14,88.

Candidats admis au BEF/BEM ayant obtenu une note	2004	2005	2006	2007	2011	2012
de moins de 5/20	20,01%	12,21%	11,09%	4,20%	4,68%	9,03%
comprise entre 5 et 10/20	41,00%	44,70%	36,23%	25,28%	29,18%	31,09%
Inférieure à 10/20	61,01%	56,91%	47,32%	29,48%	33,86%	40,12%
comprise entre 10 et 15/20	38,45%	44,57%	49,25%	47,10%	47,36%	42,72%
supérieure à 15/20	8,75%	8,92%	11,98%	30,38%	26,75%	24,21%

Analyse des moyennes inter wilayas en mathématiques des candidats admis

math BEF BEM candidats admis + ajournés	la wilaya la plus performante a obtenu une moyenne de	la wilaya la moins performante a obtenu une moyenne de
2004	10,18	6,46
2005	10,77	7,34
2006	11,5	8,61
2007	13,27	8,69
2011	13,11	10,54
2012	12,33	9,85

	sessions de juin	2004	2005	2006	2007	2011	2012
candidats ajournés	ayant obtenu plus de 10	7 645	9 521	4 448	22 728	11 364	10 334
	ayant obtenu plus de 15	140	178	119	1 342	309	215
	total des ajournés	433 286	443 579	99 065	263 049	155 562	283 951
candidats ajournés	2004 ayant obtenu moins de 10	146 676	180 791	71 866	60 781	124 524	299 785
	ayant obtenu moins de 5	48 117	38 782	16 842	8 659	17 213	67 497
	total des admis	240 398	317 681	151 859	206 178	367 810	747 200
% des ajournés à l'examen		64,32%	58,27%	39,48%	56,06%	29,72%	27,54%
% des admis à l'examen		35,68%	41,73%	60,52%	43,94%	70,28%	72,46%

3. Propositions et recommandations

Rattrapage

Compte tenu du nombre non négligeable de candidats ajournés qui obtiennent plus de 10/20 voire 15/20 en mathématiques, il serait judicieux de se pencher sur leurs cas en proposant une session de rattrapage pour les candidats qui obtiennent plus de 12/20 en mathématiques à l'épreuve du BEM, ils pourront ainsi renforcer les filières scientifiques au niveau du secondaire.

Formation continue

- organiser des débats et discussions sur les programmes de mathématiques par année d'études pour analyser leur concordance et leur harmonie, (depuis la première année primaire jusqu'à la 4e année moyenne) ;

- disséquer et analyser les programmes du primaire et du moyen pour ordonner les principales notions à faire acquérir aux élèves. Cet ordonnancement doit permettre de déterminer les prérequis que l'élève doit maitriser avant d'aborder une nouvelle notion de mathématiques (réaliser un ordinogramme) ;

- Développer des leçons modèles organisées sous forme de journées pédagogiques. Ces leçons modèles doivent montrer comment agir concrètement pour pouvoir faire acquérir aux élèves les concepts et notions de mathématiques.

Production

- organiser des ateliers d'élaboration de fiches pédagogiques techniques indiquant à l'enseignant comment organiser concrètement son cours afin que les élèves acquièrent les principales notions de mathématiques au niveau du primaire et du moyen ;

- établir un concours intra et inter wilayas des meilleures fiches pédagogiques (par année d'études) concernant la procédure d'enseignement d'une notion de mathématiques. Les meilleures fiches seront publiées au niveau du site WEB de l'INRE.

Ces étapes concerneront aussi bien les enseignants du primaire et du moyen que les inspecteurs de ces deux niveaux d'études.

Evaluation

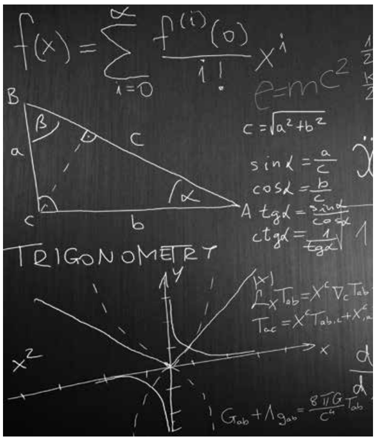
Mettre en place un dispositif d'évaluation des acquis des élèves en mathématiques au niveau de la 4e année primaire et de la 3e année moyenne.

Emulation

- Organiser un concours trimestriel inter établissement en mathématiques au niveau de chaque circonscription pédagogique pour le primaire et pour le moyen,

- Organiser un concours annuel inter circonscription pédagogique en mathématiques,

- Instituer un prix de mathématiques pour les établissements qui auront obtenu les meilleures moyennes en mathématiques à l'examen de fin de cycle primaire et au BEM. Ces moyennes seront établies sur la base des résultats obtenus par les candidats présents à l'examen (admis + ajournés) et non pas sur la base des moyennes obtenues par les admis.



Biographie sommaire

Docteur en sciences de l'éducation, ancien collaborateur scientifique au laboratoire de didactique expérimentale (Université Libre de Bruxelles - ULB), **Baghdad LAKHDAR**, véritable mémoire vivante du système scolaire a commencé sa carrière en tant qu'instituteur en 1962 et l'a terminée en tant que chargé d'études et de synthèse auprès du cabinet du ministre de l'éducation nationale. Il a dirigé pendant 3 années consécutives l'Institut National de Recherche en Education (INRE). Il a animé, en tant qu'expert national et international plusieurs études et évaluations contractées auprès de l'UNESCO, du PNUD et de l'UNICEF. Il a assuré des enseignements en statistiques et probabilités à l'ULB, à la Fondation Universitaire Luxembourgeoise et dans des instituts et écoles d'enseignement supérieur à Alger en tant que professeur associé. Il a animé de nombreux séminaires de formation d'inspecteurs, enseignants et administratifs sur des sujets liés à l'évaluation des connaissances et au rendement interne du système éducatif. Il a réalisé pour le compte du ministère de l'éducation nationale de nombreuses études et évaluations sur divers aspects du système scolaire, il a assuré la mission de coordonnateur national de l'Education Pour Tous (EPT) et désigné comme membre des commissions nationales de réforme du système éducatif 1988/1989 et 200/2001. Actuellement en retraite après 47 années de service actif, il milite encore pour l'éducation, l'enseignement et la formation en tant que consultant en sciences de l'éducation.

Journée d'étude

« l'enseignement des sciences et l'approche par compétences. De la théorie à la pratique ».

Cette journée d'étude ayant lieu à l'INRE le 27 mai 2013 a été animée par M. Ahmed BENSAADA, Ph.D. en physique de l'université de Montréal (Canada). Il a présenté trois communications :

Ainsi, la première communication a traité du changement de paradigme en éducation qui est celui de passer de l'approche par objectifs à l'approche par compétences tout en mettant en exergue ses différents types, les domaines généraux de formation et ceux des apprentissages. Par ailleurs, ont été évoquées les motivations qui sous-tendent la réforme de l'éducation.

Partant des notions théoriques présentées dans la première intervention, la deuxième a été consacrée à l'étude d'une situation d'apprentissage et d'évaluation en sciences en analysant ses caractéristiques notamment ses différentes phases, son caractère intégrateur ainsi que les compétences disciplinaires et transversales qu'elle peut développer.

Dans la troisième et dernière communication, différentes grilles d'évaluation et de coévaluation concernant les compétences visées par la situation d'apprentissage et d'évaluation (SAE) ont été exposées.

Chaque communication a été suivie d'un débat fructueux notamment sur l'élaboration et l'évaluation de situations dans l'approche par compétences.

Contributions

Les Mathématiques : Enjeu stratégique ou droit humain fondamental ?

Dr Tarik BOUREZGUE

Directeur, Office National des Statistiques, Email : bourezgue@ons.dz
Enseignant-Chercheur, Mathématiques, Ecole Nationale Polytechnique

"When you can measure what you are speaking about, and express it in numbers, you know something about it; but when you cannot measure it, when you cannot express it in numbers, your knowledge is of a meager and unsatisfactory kind; it may be the beginning of knowledge, but you have scarcely, in your thoughts, advanced to the stage of science."
William Thompson, Lord Kelvin (1821-1907) - Popular Lectures and Addresses [1891-1894]

Traduction « *Quand vous pouvez mesurer ce dont vous parlez, et l'exprimer en nombres, vous savez quelque chose à son sujet ; mais quand vous ne pouvez pas le mesurer, quand vous ne pouvez pas l'exprimer en nombres, votre connaissance est d'une qualité maigre et insuffisante ; cela peut être le commencement de la connaissance, mais vous avez à peine avancé, dans vos pensées, à l'étape de la science.* »

Il y a lieu de souligner tout d'abord deux remarques: une de fond et l'autre de forme.

Au plan du fond :

- Il est désormais admis qu'il n'est plus possible de séparer les sciences appliquées des sciences fondamentales.
- Les mathématiques sont plus que jamais déterminantes de la souveraineté, le 21e siècle étant considéré comme l'ère où le pouvoir d'un pays sera décidé par le taux d'alphabétisation scientifique de ses citoyens.

Au plan de la forme :

- Il conviendrait de souligner que la présence des mathématiques dans toutes les filières répond aux nouvelles exigences en compétences imposées par les mutations de l'environnement économique mondial.
- Il y va, sans exagérer, qu'exiger un socle minimal de connaissances en mathématiques, constitue un acte de citoyenneté.

Introduction

Dans cet article, on esquissera seulement quelques idées directrices qui nécessiteront un travail complémentaire opiniâtre de la part de groupes d'études et de réflexion capables d'apporter les innovations nécessaires au niveau des méthodologies d'enseignement, **afin d'opérer des changements de mentalité chez tous les acteurs de l'enseignement des mathématiques en Algérie.**

Comme l'enseignement a d'autres buts, en plus de la formation professionnelle et la participation de la culture de la société et de son époque, la place des mathématiques est appréciée par rapport à une double signification : interne d'une part (celle de leur signification propre qui précise leurs objets, leurs méthodes et leur diversité) et en liaison avec les autres domaines du savoir, d'autre part. **Cette relation entre les mathématiques et les autres connaissances nécessite d'être multilatérale.** L'enseignement des mathématiques, dès le secondaire, gagnerait à **montrer la pertinence des mathématiques et comment celles-ci participent à la résolution de problèmes réels.** Dans ce cadre, il serait judicieux d'apprendre à l'élève que la mathématisation d'un phénomène doit être accompagnée de la reconnaissance de son domaine de validité et de ses limites (l'apprentissage de la pertinence devient alors important).

Nous savons tous qu'acquérir plus de formation est une bonne chose, particulièrement pour notre avenir économique. C'est pourquoi de nombreux pays, notamment en Europe, se sont fixés des objectifs chiffrés pour faire avancer leur politique en matière d'éducation : **50 % de participation au niveau universitaire pour la Grande-Bretagne ou la Suède,** par exemple, ou encore **80 % de réussite au baccalauréat en France**. La grande idée du Chancelier Schröeder pour résoudre les problèmes économiques en **Allemagne** reste, bien sûr, l'éducation : **intégrer encore plus d'étudiants dans le premier cycle universitaire.**

Les gouvernements voient leur tâche principale en termes de prospérité économique et l'éducation -les mathématiques en particulier- leur semblent être l'outil nécessaire et efficace pour parvenir à leurs fins. « *Mais est-ce bien le cas ?* » est une question qui est posée par Alison Wolf, de l'Université de Londres, qui est réfutée par les économistes de Berkeley, notamment David Card.

Alison Wolf avance que « *un pays a besoin de toujours plus de diplômés et de formations institutionnalisées pour rester compétitif. Mais l'éducation ne peut tout simplement pas assurer la croissance économique : plus d'éducation ne signifie pas systématiquement plus de croissance. Pire encore, les politiques d'éducation qui découlent de ces croyances actuelles ont des conséquences négatives sérieuses sur les possibilités offertes aux jeunes et sur la qualité de l'éducation elle-même.* ».

David Card argumente que « *L'argument selon lequel l'éducation est importante pour l'économie est plausible du fait qu'à un certain niveau, cet adage vise juste. Une société moderne a en effet besoin d'une population éduquée : pas seulement des ingénieurs, des pharmaciens et des docteurs mais des millions de personnes sachant écrire des courriers cohérents, remplir des formulaires élaborés, expliquer des polices d'assurance et interpréter les données statistiques recrachées par les machines dans les ateliers d'usine. Certaines de ces qualifications peuvent uniquement s'acquérir à l'université, mais d'autres se maîtrisent (ou devraient l'être) dès l'école primaire ou secondaire. Les employeurs ont tendance à engager les personnels les plus éduqués disponibles sur le marché, et de ce fait, le nombre de diplômés augmente, tout comme le nombre d'emplois pour « diplômés* ».

Alison Wolf affirme que « *Cependant, toutes les études que je connais, qu'elles soient britanniques, scandinaves ou américaines, montrent qu'un grand nombre de ces emplois « diplômés » ne requièrent guère plus de connaissances que lorsqu'ils étaient occupés par des non diplômés qui s'en acquittaient très bien. En ce sens, de nombreuses sociétés sont déjà « surqualifiées* ».

Quelques pays industrialisés ont suivi dernièrement avec succès des politiques gouvernementales en matière d'éducation qui ont relancé le développement économique. Mais pour chacun de ces cas, dont la Corée du Sud est l'exemple par excellence, il existe un contre-exemple, comme Hong Kong, où la croissance économique météorique n'a rien à voir avec des politiques éducatives gouvernementales centralisées.

De plus, pour chaque Corée du Sud, et chaque Hong Kong, on peut également trouver des pays en voie de développement où l'éducation en voie d'expansion a simplement alimenté la concurrence pour les emplois de bureau. Ce sont ces pays qui expliquent pourquoi les études internationales dégagent toujours une corrélation négative entre la croissance et le niveau d'éducation.

L'Égypte en est l'exemple classique. Entre 1970 et 1998, le taux d'inscriptions dans le primaire a dépassé les 90 % et le secondaire est passé de 32 % à 75 %, alors que les formations universitaires doublaient. Au début de cette époque, l'Égypte occupait, en termes de pauvreté, le 47ème rang mondial et occupait à la fin de cette période le 48ème rang mondial.

Cependant, il n'y a pas que dans les pays en voie de développement que l'on voit l'évanescence de la corrélation entre la croissance et l'éducation. La Suisse est l'un des pays les plus riches du monde depuis cent ans, et ce, sans ressources naturelles particulières. Pourtant, c'est le pays d'Europe où le taux d'entrée à l'université est le plus bas d'Europe occidentale.

Demandons-nous donc pourquoi, assez souvent et dans de nombreux pays, les mathématiques sont en première ligne chaque fois que se manifeste une volonté de réforme pédagogique ou une rénovation de l'enseignement ? La réponse est simple : un peu partout, les mathématiques sont considérées comme la base de toute formation tournée vers la science et la technique.

À la suggestion de l'Union mathématique internationale, soutenue par l'UNESCO, l'année 2000, dernière année du 20ème siècle, a été déclarée l'année des mathématiques. La communauté internationale reconnaît ainsi l'importance croissante de l'enseignement des mathématiques et des mathématiques dans le développement de la civilisation de l'humanité dans le deuxième millénaire.

Il est nécessaire de souligner que le Maghreb, en particulier l'Algérie, a été historiquement un gisement incontestable de mathématiciens pour l'Europe :

- L'influence de l'école mathématique maghrébine a été stratégique pour l'INRIA (Institut National de Recherche en Informatique et Automatique) en France.
- Les mathématiciens algériens de renom sont présents aux plus hauts niveaux des institutions scientifiques européennes et commencent à pénétrer les écoles anglo-saxonnes.
- Le Professeur L. Schwartz entretenait des relations très proches avec les mathématiciens algériens et a institué le prix de mathématiques « Maurice Audin » dont les lauréats sont des jeunes mathématiciens algériens et français.
- Le mathématicien Fibonacci (1170-1250) a séjourné dans la ville de « Béjaia » qui était à l'époque au cœur de l'activité mathématique.

Le consensus international est qu'en 2035 on deviendra un monde numérique. Dr Craig Venter dans son « Oxford lecture 2007 » a dit que le *21e siècle sera l'ère numérique où le pouvoir d'un pays sera décidé par le taux d'alphabétisation scientifique de ses citoyens et non pas par ses capacités nucléaires à l'instar du 20e siècle- l'ère nucléaire*. **Ainsi, un renouveau mathématique s'impose comme une des solutions d'intérêt stratégique pour l'Algérie.**

L'importance des mathématiques et de l'enseignement des mathématiques dans le monde moderne est difficile à surestimer. La souveraineté de l'Etat, son système de sécurité, l'économie, la science et la technologie dépendent d'une connaissance des mathématiques par ses citoyens. Il est nécessaire de souligner **l'importance de la culture mathématique de masse plutôt que d'une approche élitiste étroite.** Les mathématiques fondamentales sont la pierre angulaire de la science moderne et de l'ingénierie. Les méthodes mathématiques de recherche constituent une partie essentielle et contribuent à, pratiquement, toutes les sciences de nos jours.

L'histoire de l'humanité est reflétée dans l'histoire des mathématiques. Les mathématiques sont un phénomène de la culture mondiale et sont la clé de la culture moderne. La destruction de l'enseignement des mathématiques pourrait causer des dommages à l'histoire et à la culture de chaque race humaine.

Un enseignement médiocre des mathématiques viole les droits humains fondamentaux, en particulier la liberté de choisir sa profession. Ceux qui ne sont pas familiers avec le raisonnement mathématique rigoureux et les démonstrations mathématiques peuvent être facilement manipulés.

À la fin du 20ème siècle, le monde a changé. En raison des technologies de l'information, la Terre

est devenue un uniforme cyberespace mondial homogène et l'information est devenue une arme de destruction massive de la conscience sociale. De nos jours, les activités les plus rentables sont celles qui ne sont pas d'une grande utilité pour l'homme et parfois même néfastes. La science, basée sur des technologies qui caractérisent le développement d'après-guerre, a transcendé les frontières traditionnelles entre les nations ainsi que le cloisonnement traditionnel des connaissances scientifiques. En plus de cela, il y a une interdépendance économique contradictoire, un débit accéléré de découvertes scientifiques et techniques, qui changent la vie publique et privée avec des vitesses élevées.

L'informatisation mondiale ne diminue pas le rôle de l'enseignement des mathématiques, mais bien au contraire, elle a donné au système éducatif scientifique de nouveaux objectifs.

L'enseignement des mathématiques, en particulier, doit aider la survie de notre société face au flux énorme de l'information.

Il semble plausible que l'objectif premier des mathématiques dans le 21ème siècle soit la préservation et le renforcement de la santé mentale et physique des générations futures.

Les Mathématiques doivent être pleinement reconnues, par toute notre société, pour ce qu'elles sont - un des produits les plus beaux de l'esprit humain, l'une des forces les plus dynamiques dans la culture mondiale.

Bien que le Maghreb suive les tendances occidentales dans l'indifférence des étudiants envers les mathématiques (et la technologie), il est peut être pertinent de se poser deux questions :

- Peut-on stratégiquement se permettre de ne pas renverser ces tendances ?
- Pourquoi la Russie reste un pourvoyeur de grands mathématiciens ?

N'oublions pas non plus un élément essentiel: rendre aux étudiants le plaisir d'apprendre, **rendre aux enseignants le plaisir de « favoriser l'apprentissage», une autre manière de dire « le plaisir d'enseigner » !**

Conclusion

Les questions qui se posent sont donc les suivantes: *Comment partager le savoir et les connaissances? Comment arriver à instaurer un dialogue et un partenariat scientifique équilibré entre les pays développés puissants scientifiquement, et le nôtre?*

Il est clair que ceci se fera par un renforcement des capacités scientifiques dans le pays. *Comment y arriver ? Quel équilibre trouver entre sciences fondamentales et sciences technologiques, quand l'urgence du développement peut amener à privilégier les aspects plus appliqués, au détriment des sciences plus fondamentales?*

Comment transgresser le cloisonnement disciplinaire des approches académiques, et le cloisonnement entre scientifiques et société civile pour mieux répondre à la demande sociale ? Quelles places respectives accorder au secteur public et privé dans le développement scientifique ? Comment favoriser l'émergence d'un tiers secteur (non lucratif), et une structuration de la société civile, au sein de laquelle diverses institutions (sociétés savantes, académies, fondations, associations, etc.) offriront à la communauté scientifique une chance d'acquérir une portion minimale d'autonomie?

Pareilles questions méritent une réflexion commune, attentive, vigilante et poursuivie car nous croyons en un avenir heureux de l'Algérie et la culture mathématique qualitative de ses citoyens est une condition nécessaire pour y parvenir.

On peut mentionner deux aspects essentiels : « apprendre à savoir » (c.-à-d. acquérir des aptitudes en lecture et en mathématiques et développer une pensée critique) et « apprendre à faire », à savoir acquérir des compétences pratiques étroitement liées à la réussite professionnelle comme une formation en milieu de travail. L'urgence serait donc d'investir dans les personnes qui ont besoin d'acquérir ces aptitudes.

Ainsi, on pourrait ressortir trois objectifs:

❶ Déterminer les grands défis du 21ème siècle ;

❷ Promouvoir les mathématiques comme facteur de développement. Ceci sous-entend des efforts énormes pour l'éducation, la formation et l'accessibilité à l'Information Scientifique tout en exigeant un socle minimum en connaissances mathématiques dans toutes les filières et spécialités ;

❸ Renforcer l'image des mathématiques dans la société grâce à des exemples et des applications scientifiquement exactes et accessibles au plus grand nombre, ainsi que l'aspect culturel des mathématiques grâce, entre autres, à l'Histoire des Sciences.

“ Celui qui n'a pas vécu les mathématiques, n'a pas connu une certaine douceur de l'intelligence. ”

T. Bourezgue

Sources

1. David Card and Alan B. Krueger, "Myth and Measurement: the new economics of the minimum wage", Princeton University Press, 1995.

2. Craig J. Venter, "A Life Decoded: My Genome: My Life", New York, Viking, 2007.

3. ALISON Wolf, "Does Education Matter?: Myths About Education and Economic Growth", Penguin, 2002.

4. Hacene Belbachir, Nadjia El Saadi et Abdelghani Zeghib, "États des lieux du LMD en Maths-Informatique", 2009. (http://www.youscribe.com/catalogue/tous/education/cours/etats-des-lieux-du-lmd-en-maths-informatique-375321)

5. The Final Report of the National Mathematics Advisory Panel,U.S. Department of Education, 2008. (http://www2.ed.gov/about/bdscomm/list/mathpanel/index.html)

L'enseignement des mathématiques aujourd'hui Problèmes et perspectives

Luc TROUCHE
Institut français de l'Éducation, Ens de Lyon
Luc.Trouche@ens-lyon.fr

Conférence à l'Institut National de Recherche en Éducation, Alger 28 mai 2013[1] , à l'occasion d'un séminaire national sur l'enseignement des mathématiques.

Les sciences mathématiques apparaissent aujourd'hui au cœur du développement scientifique, et leur importance dans l'enseignement, pour la formation de l'esprit scientifique – et du citoyen – non contestée. Cette reconnaissance ne se traduit pas automatiquement par une augmentation des flux d'élèves vers les études scientifiques : la situation est fortement contrastée suivant les pays, les niveaux d'enseignement et les filières d'études. Ces contrastes attirent l'attention vers les politiques suivies en matière d'enseignement des sciences en général, des mathématiques en particulier. Nous voudrions ici, en nous appuyant sur des synthèses françaises ou internationales, proposer quelques éclairages et pointer quelques questions, espérant développer ainsi un espace de discussion pouvant donner matière à collaboration, en particulier entre l'INRE et l'IFÉ.

1. L'Institut Français de l'Éducation, une vieille expérience, un nouvel élan

L'IFÉ est un institut intégré depuis deux ans dans l'École normale supérieure de Lyon. Il prend, sur le plan de ses missions, la suite de l'Institut National de Recherche Pédagogique, qui avait ses racines dans la naissance même de l'école publique, laïque et obligatoire française. L'IFÉ a d'ailleurs célébré, en 2011, le centenaire du Nouveau Dictionnaire Pédagogique de Ferdinand Buisson,[2] dont la lecture peut encore éclairer les questions éducatives d'aujourd'hui. On peut relever en particulier l'importance donnée au collectif (par exemple, dans l'article Le conseil des maîtres : « L'école est une, quel que soit le nombre de ses maîtres, et tout enseignement est une collaboration »), ou encore les controverses liées à l'introduction d'outils de calcul dans l'enseignement des mathématiques (à la lecture de l'article sur le boulier, on réalise que les arguments échangés aujourd'hui pour ou contre l'introduction des calculatrices dans la classe ne sont pas nouveaux!).

L'IFÉ a une mission nationale, en relation avec le Ministère de l'éducation nationale et le Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche, d'éclairage et d'accompagnement des évolutions du dispositif éducatif, sur quelques questions clés, en particulier les premiers apprentissages, le décrochage scolaire, la formation des enseignants, les politiques éducatives et le numérique. Il réalise cette mission en associant à son activité scientifique un large réseau d'enseignants associés, dans les écoles, les collèges et les lycées. Depuis deux ans, considérant l'éducation comme un fait social total, elle associe aussi à son action des « lieux d'éducation », c'est-à-dire des lieux où il y a un enjeu fort d'apprentissage (majoritairement des établissements scolaires), mobilisant l'ensemble des acteurs autour d'une question sensible (il existe ainsi une école associée, l'école St Charles à Marseille, qui est mobilisée autour de l'enjeu des premiers apprentissages mathématiques). L'IFÉ a aussi une vocation internationale, comme en témoigne la création, au sein de l'ENS de Lyon, d'une chaire Unesco sur la formation des enseignants au XXI^e siècle[3] .

L'IFÉ a une relation forte avec l'enseignement des mathématiques, qui se manifeste par l'existence d'un site dédié (http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath) qui fédère un grand nombre de projets de recherche, par un partenariat avec le réseau des IREM, concrétisé par l'organisation de journées mathématiques annuelles[4] . C'est l'IFÉ, avec l'Inspection Générale de l'Éducation nationale, qui a coordonné en 2012 la conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques à l'école et au collège[5] . L'IFÉ est aussi impliqué dans le comité de pilotage de la Maison des Mathématiques et de l'Informatique de Lyon[6], expérience unique en France de mobilisation de la communauté universitaire pour penser la diffusion des mathématiques[7] et de l'informatique dans la société. Enfin l'IFÉ héberge le site de la Commission Française pour l'Enseignement des mathématiques , que j'ai l'honneur de présider, et qui fédère l'ensemble des composantes (enseignement, formation, recherche) qui s'intéressent à l'enseignement de cette discipline. L'IFÉ dispose donc d'un ensemble de « ressources vives », sur lesquelles je vais m'appuyer pour proposer quelques éclairages sur les questions en jeu.

2. L'enseignement des mathématiques, un enseignement en crise ?

Je voudrais introduire ce questionnement à partir des éléments de réflexion que nous a transmis S. Hammoudi, inspecteur de mathématiques à Tizi Ouzou. Il décrit un paysage de l'enseignement des mathématiques en Algérie contrasté. Sur fond de diminution forte de l'orientation vers les filières mathématiques, il met en évidence des évolutions des programmes d'enseignement en Algérie, donnant une large place à la résolution des problèmes, prescrivant une intégration progressive des TICE et introduisant au lycée une dimension probabilité-statistique. Il pointe également des difficultés des enseignants à rompre avec les pratiques anciennes, l'existence d'un manuel unique, auquel les enseignants sont très attachés (plus qu'aux programmes eux-mêmes), un enseignement guidé essentiellement par les examens et par le souci de finir les programmes à temps. Partant de ces constats, S. Hammoudi pose des questions essentielles :

- **Comment réussir l'enseignement des mathématiques dans un système éducatif?**
- **Comment penser le recrutement et la formation initiale des enseignants ?**
- **Quels dispositifs pour la formation continue?**
- **Comment accompagner l'orientation des élèves ?**
- **Quel rôle de l'inspection ?**
- **Comment développer les relations entre l'enseignement et la recherche, quelle implication de l'université ?**

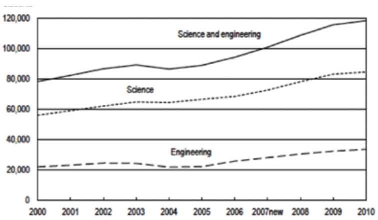


Figure 1. First-time, full-time graduate students in science and engineering fields : 2000-10

Comment penser de nouveaux espaces de création et de mutualisation de ressources ?

Notons d'abord que le flux des élèves vers les études scientifiques et mathématiques varie selon les pays et les niveaux d'enseignement. La figure 1 ci-contre montre ainsi que le nombre d'étudiants des cycles supérieurs en sciences (incluant psychologie et sciences sociales) a fortement augmenté durant la dernière décennie en USA[8] (on constate la même évolution pour le nombre de diplômés de l'enseignement supérieur en mathématiques).

Pour ce qui concerne la France, je me référerai à une synthèse et à une étude réalisées par Pierre Arnoux[9] .

Les figures 2 et 3 montrent une forte augmentation du

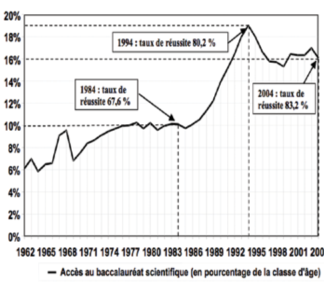


Figure 2. Évolution du pourcentage d'accés au baccalauréat scientifique.

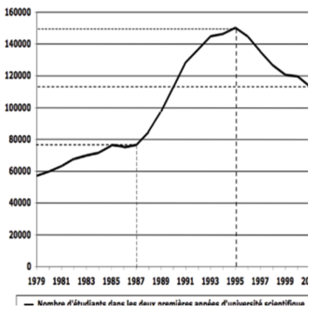


Figure 2. Évolution du nombre d'étudiants dans les filières scientifiques universitaires.

flux des élèves vers les études scientifiques pendant la décennie 85-95, tant au lycée qu'à l'université. L'inversion brutale de la tendance générale en 1995 attire l'attention, et souligne la nécessité de regarder de plus près, au-delà de discours généraux sur la désaffection des sciences, vers la réalité des politiques éducatives (les changements de curriculum pour l'enseignement des sciences en 1992 en France).

De plus, les disciplines sont été traitées différemment par les réformes successives, comme le montre la figure 4. Pour Pierre Arnoux (2006), la désaffection pour les sciences est un mauvais concept : il serait beaucoup plus juste de parler de crise des filières universitaires générales : la médecine et l'informatique semblent peu affectées, et ce sont sans conteste des filières scientifiques. Le nombre de diplômes d'ingénieurs délivrés chaque année (université et hors université) a ainsi triplé depuis 10 ans en France.

S'il existe un questionnement largement partagé au niveau international, c'est celui de l'enseignement des sciences, des mathématiques en particulier, dans la scolarité obligatoire. Je voudrais évoquer deux études récentes qui ont proposé des éclairages sur cette question, une étude de l'Unesco, et une conférence nationale en France.

Michèle Artigue a coordonné le rapport de l'Unesco[10] sur l'enseignement des mathématiques dans l'éducation de base. Ce rapport met en évidence que, si l'enseignement des mathématiques dans la scolarité fait l'objet d'un consensus, il n'en est pas de même de la façon de les enseigner, largement discutée. Les évaluations institutionnelles montrent qu'à la fin de la scolarité obligatoire, les connaissances de beaucoup d'élèves ne sont pas celles attendues. S'il y a désaffection des élèves pour les mathématiques, elle est le résultat d'un faisceau de raisons : les mathématiques sont omniprésentes dans le monde actuel, mais de façon invisible, ce qui rend problématique leur intérêt ; l'activité du mathématicien est perçue comme étant solitaire, détachée du monde réel et indépendante de la technologie, comme une activité purement déductive se traduisant par la production de théorèmes au moyen de preuves formelles ; il est

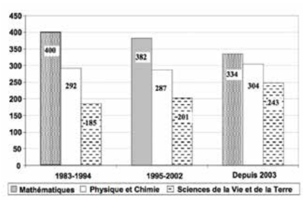


Figure 4. Volume d'enseignement d'un élève dans une section scientifique en première et terminale

souvent considéré que les mathématiques ne sont pas une science accessible à tous (en particulier pas aux filles). De cette analyse, découlent des perspectives pour revitaliser l'enseignement des mathématiques : présenter les mathématiques comme une science vivante en pleine expansion, dont l'évolution se nourrit de celle des autres champs scientifiques et les nourrit en retour ; permettre aux élèves de comprendre à quels besoins répondent les mathématiques qui leur sont enseignées, et aussi que celles-ci s'inscrivent dans la longue histoire de l'humanité ; vivre l'expérience mathématique à la fois comme une expérience individuelle et comme une expérience collective ; être en phase avec les pratiques mathématiques hors de l'école, et savoir notamment s'appuyer de façon pertinente sur les moyens technologiques qui instrumentent ces pratiques. La conclusion de ce rapport est sans doute importante, tant elle tranche avec les ruptures fortes et fréquentes en matière d'organisation institutionnelle de l'enseignement des mathématiques : l'obtention d'améliorations positives nécessite une continuité de l'action politique dans la durée, s'appuyant sur la collaboration organisée de tous les acteurs.

La conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques à l'école et au collège, coorganisée par l'IFÉ et le Ministère de l'éducation nationale, en particulier l'Inspection générale, le 13 mars 2012, à destination des responsables institutionnels et des formateurs, répondait à cet objectif : réaliser un état des lieux de l'enseignement des mathématiques en France dans le cadre du socle commun ; identifier les principaux problèmes, leur nature, la connaissance qu'on en a ou la connaissance qu'on devrait en avoir; proposer des éléments d'amélioration réalistes pouvant obtenir l'accord de tous, et en particulier aider les professeurs dans l'exercice de leur métier; définir des lignes de travail à plus long terme et proposer les recherches nécessaires. De cette conférence qui s'est intéressée plus particulièrement à l'enseignement du calcul (ressources disponibles en ligne[11]), ressortent quelques grandes lignes : la conscience que les mathématiques dites élémentaires, rencontrées par les élèves au début de leur scolarité, sont des mathématiques profondes, essentielles pour le développement des mathématiques plus avancées ; la nécessité de réaliser des équilibres entre automatisation et flexibilité ; l'importance du calcul d'estimation et des ordres de grandeur ; la nécessité de développer l'intuition des grandeurs fondamentales que sont l'espace, le nombre et le temps qui doit être travaillée tout au long de la scolarité et fonde ce qu'on peut appeler l'« intelligence du calcul » ; la nécessité de construire une familiarité des élèves avec les nombres qui doivent occuper une place centrale dans l'enseignement des mathématiques, vers une maîtrise pratique théorique et technique ; la nécessité d'un travail de constitution de classes de problèmes socialement vifs dans les pratiques d'une époque pour motiver un réel engagement des élèves ; la nécessité de repenser les rapports entre arithmétique et algèbre[12], la nécessité, pour les professeurs, de connaissances mathématiques, épistémologiques et didactiques intriquées.

Un vaste programme pour penser/repenser l'enseignement des mathématiques, et la formation des enseignants pour le mettre en œuvre… et une modalité efficace de rencontre entre les chercheurs et l'institution scolaire, répondant peut-être à la demande de S. Hammoudi ?

3. L'enseignement des mathématiques aujourd'hui en France

On m'a demandé de dire aussi ce qu'il en était de l'enseignement des mathématiques aujourd'hui en France. Je ne peux pas dans le cadre de ce court article en donner un vaste panorama, d'autant que celui-

ci, en plus d'être incomplet, serait très provisoire: les programmes de collège sont actuellement remis en chantier. Je voudrais donc simplement pointer quelques grandes tendances, au niveau de l'enseignement du collège, et des lignes de recherche.

Une première tendance me semble être de penser l'enseignement des mathématiques dans ses interactions avec les autres sciences, faisant écho ainsi au rapport de l'Unesco. Orientation déjà présente dans les travaux de la Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques , il y a plus de 10 ans, cette tendance se concrétise aujourd'hui, au collège, par une *Introduction commune à l'ensemble des disciplines scientifiques*[14] . Cette introduction commune situe les enjeux de l'enseignement des sciences, vers une représentation globale et cohérente du monde qui passe par la mise en convergence des savoirs disciplinaires autour de thèmes tels que l'énergie, l'environnement. Cette convergence se prolonge au niveau des démarches, privilégiant pour les disciplines scientifiques, dans la continuité de l'école primaire, une démarche d'investigation. Enfin, les sciences sont supposées participer à la culture numérique des collégiens : construction des savoirs et savoir-faire, connaissance du fonctionnement des matériels et des logiciels, utilisation de l'informatique dans un esprit citoyen. Les mathématiques sont présentées comme contribuant à la structuration de la pensée, et fournissant modèles et outils aux autres

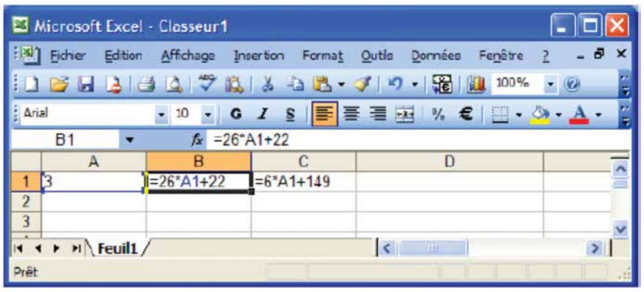


Figure 5. La résolution de l'équation 26x + 22 = 6x + 149, appuyée sur l'utilisation d'un tableur

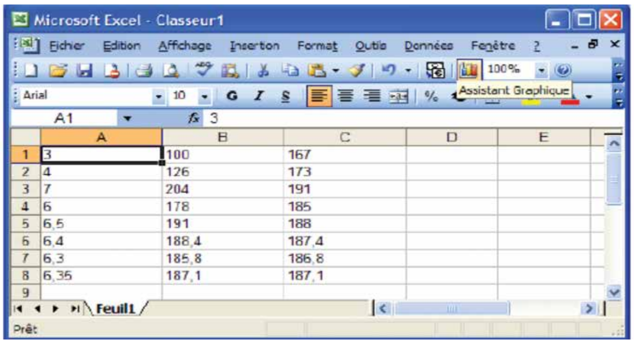


Figure 6. Une résolution qui s'appuie sur l'observation de processus

disciplines scientifiques. Les nombres (ce qui résonne avec la conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques) sont situés au début et au cœur de l'activité mathématique ; la géométrie est comprise à la fois comme description du monde sensible (une description qui combine instruments traditionnels et instruments numériques) et comme occasion d'argumentation et de raisonnement. L'organisation et la gestion des données sont présentées comme indispensables à la compréhension du monde contemporain.

Deuxième grande tendance, la prise en compte des outils numériques pour l'enseignement des mathématiques (***Figure 5 ci-contre, voir aussi l'article de Gilles Aldon, Multi-représentations et technologies***). Cette tendance est bien visible dans la page de ressources que le Ministère de l'Éducation nationale propose aux enseignants[15] .

On peut ainsi voir, ci-contre *(Figure 6)*, un exercice pour travailler la transition du numérique au littéral. La recherche d'une solution se fait par « tâtonnement», mais celui-ci est guidé par l'observation des écarts successifs entre les deux membres de l'équation, et par le repérage des variations des fonctions affines qui sont « cachées » dans l'exercice.

Une troisième tendance me semble résider dans la diversification des ressources des enseignants, et dans l'émergence de nouvelles formes de mutualisation. Elle est particulièrement bien visible dans l'émergence de l'association Sésamath[16].

Crée au début des années 2000, Sésamath rassemble des professeurs désireux de partager des ressources pour enrichir leur enseignement. Le cœur de l'association (les membres de Sésamath), qui oriente les grands choix de développement, est assez réduit (une centaine de personnes), mais ce sont des milliers d'enseignants qui participent aux groupes de projets Sésamath. Et ce sont plusieurs dizaines de milliers d'enseignants qui utilisent, chaque jour, les ressources en ligne de l'association.

Loin d'être marginales, les ressources de Sésamath, en particulier les manuels, concurrencent aujourd'hui les manuels des éditeurs commerciaux. Ils donnent accès à un vaste ensemble de ressources (***voir Figure 7: logiciels, base d'exercices, outils de mutualisation, etc.***). Elles répondent, d'une certaine façon, à la question de S. Hammoudi sur les plateformes de mutualisation de ressources. Cependant, entre les ressources institutionnelles (Figures 5-6, Eduscol), les ressources associatives (Figure 7, Sésamath)… et l'infinie variété des ressources du web, les enseignants ont donc l'embarras du choix, ce qui pose de nouvelles questions à la recherche…

Figure 7. La page d'accueil de Sésamath : des mathématiques pour tous

4. Des recherches sur l'enseignement des mathématiques

Les éléments que nous venons de présenter, aussi bien les résultats de conférences et rapports récents que quelques grandes tendances de l'enseignement des mathématiques, permettent de comprendre la nécessité de programmes de recherche actuellement en cours. Ceux-ci ont donné matière à des réponses à l'appel d'offres Apprentissages de l'ANR[17] en 2013, ou à des appels e-éducation, ou encore à des appels européens. Quelques exemples de projets liés à l'IFÉ:

Deux projets sur les premiers apprentissages des mathématiques :

- le programme Apprendre et enseigner l'arithmétique en début d'école primaire est un projet de développement expérimental qui porte sur de nombreuses classes de l'école primaire, et qui consiste à concevoir des progressions pour le cours préparatoire et le CE1, en arithmétique. Il réunit des didacticiens des mathématiques et des psychologues. Une première implémentation des progressions dans les classes sera suivie d'une itération la deuxième année ;
- le programme Apprentissages Fondamentaux du Numérique et de l'Algébrique veut évaluer les effets d'un enseignement des nombres et des débuts de l'algèbre, bâti à partir de questions dont la construction de réponses est dévolue aux élèves ; donner du sens aux mathématiques et donner plus de responsabilités aux élèves par rapport au savoir à construire, facilite-t-il les apprentissages ?

Un projet sur les premiers apprentissages et le numérique :

Le programme *Mallettes mathématiques pour l'école primaire* a été conçu dans le fil de la conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques. Il s'agit d'aider les professeurs d'école qui, souvent, n'ont pas de formation approfondie en mathématiques, a assurer leur enseignement en leur fournissant une panoplie d'outils, et de scénarios d'utilisation. La recherche a mis en évidence l'intérêt de combiner, à ce niveau, la manipulation d'artefacts tangibles (***boulier, ou « pascaline », reprise de la machine de Pascal, Figure 8***) et d'artefacts numériques, accessibles via un écran[18] .

Cette recherche, qui repose sur une convention avec le Ministère de l'Éducation nationale, mobilise l'IFÉ, en particulier EducTice, des laboratoires de recherche (le CREAD en Bretagne et S2HEP à Lyon) et le réseau des IREM.

Figure 8. La pascaline et la e-pascaline, deux artefacts duaux.

Un projet sur le travail des enseignants avec les ressources :

Le programme Ressources vivantes pour l'enseignement et l'apprentissage veut analyser la façon avec laquelle les enseignants rassemblent et partagent des ressources, dans des disciplines contrastées (mathématiques, anglais et sciences et techniques industrielles). Les études concerneront des enseignants et des collectifs d'établissement, à partir de deux « coupes » séparées de deux ans.

Un ensemble de recherches qui pourraient nourrir la collaboration entre l'INRE et l'IFÉ… A suivre donc !

Références

En plus des références citées ci-dessous, on pourra consulter l'ouvrage suivant, qui réunit un ensemble de contributions étudiant le travail des enseignants de mathématiques dans un moment de transition :z

Gueudet, G., & Trouche, L. (dir.) (2010), Ressources vives. La documentation des professeurs en mathématiques, PUR, Rennes et INRP

Voir aussi les ressources proposées par :

- *le site de la CFEM http:/www.cfem.asso.fr/ (en particulier les rubriques Débats et Ressources)*
- *le site EducMath http://educmath.ens-lyon.fr/*
- *le portail des IREM http://www.univ-irem .fr/*

1 *Je voudrais remercier chaleureusement Mohamed IDER, le Directeur Général de l'INRE, pour son invitation, ainsi que Sakina BAKOUK, Aicha BELANTEUR, Habiba BOUKERTOUTA et tous les collègues de l'INRE pour la qualité de leur accueil.*

2 *Accessible en ligne : http://www.inrp.fr/edition-electronique/lodel/dictionnaire-ferdinand-buisson/*

3 *http://www.ens-lyon.fr/chaire-unesco-formation*

4 *http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/dossier-manifestations/journees-maths/*

5 *http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/manifestations/dossier-manifestations/conference-nationale*

6 *http://math.univ-lyon1.fr/mmi/*

7 *http://www.cfem.asso.fr/*

8 *Source : National science foundation 2012 (12-317) http://www.nsf.gov/statistics/*

9 *Une première étude publiée par le site EducMath : Arnoux, P. (2006), Crise de l'enseignement des mathématiques ? http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/ressources/etudes/pierre-arnoux/, et une deuxième étude publiée par le site de la CFEM, Arnoux, P. (2013), La crise très prévisible du recrutement des enseignants de mathématiques, Tangente Education 23, http://www.cfem.asso.fr/ressources/la-crise-tres-previsible-du-recrutement-des-enseignants*

10 *Acessible en ligne : http://www.cfem.asso.fr/ressources/rapports-enseignement-mathematiques/defis-enseignement-math*

11 *La conférence a été coordonnée par un comité scientifique piloté par Alain Mercier (didacticien des mathématiques) et Remi Jost (Inspecteur général), ses documents préparatoires et les vidéos des conférences sont en ligne : http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/manifestations/dossier-manifestations/conference-nationale*

12 *Voir sur ce point la conférence de Michèle Artigue, en ligne sur Canal U, http://www.canal-u.tv/video/ecole_normale_superieure_de_lyon/cnem_2012_bull_12_bull_le_calcul_de_l_ecole_eu_college_vers_le_calcul_algebrique_m_artigue.8596*

13 *Cette commission, présidée par Jean-Pierre Kahane, a conduit ses travaux de 1999 à 2003 (rapports en ligne http://www.cfem.asso.fr/ressources/rapports-enseignement-mathematiques/commission-kahane)*

14 *ftp://trf.education.gouv.fr/pub/edutel/bo/2007/hs6/MENE0750668A_annexe1.pdf*

15 *Voir le site Eduscol http://eduscol.education.fr/cid45766/mathematiques-pour-le-college-et-le-lycee.html#lien1, en particulier la ressource « Du numérique au littéral », dont est extrait l'exercice présenté Figures 4 et 5 : http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Programmes/17/3/du_numerique_au_litteral_109173.pdf*

16 *L'association peut être découverte à travers son portail de ressources http://www.sesamath.net/*

17 *ANR : Agence nationale de la recherche, qui a proposé en 2013 un appel d'offres dédié aux apprentissages http://www.agence-nationale-recherche.fr/suivi-bilan/sciences-humaines-et-sociales/apprentissages/*

18 *Soury-Lavergne S., Maschietto M., (2012). A la découverte de la « pascaline » pour l'apprentissage de la numération décimale, in C. Ouvrier-Buffet (ed.) Actes du XXXIXème colloque de la COPIRELEM, Quimper Juin 2012.*

Multi-représentations et technologies

Gilles ALDON
Institut Français de l'Éducation
École Normale Supérieure de Lyon
gilles.aldon@ens-lyon.fr

Conférence-atelier donnée à l'Institut National de Recherche en Éducation, Alger 28 mai 2013, à l'occasion d'un séminaire national sur l'enseignement des mathématiques.

1. Multi-représentation et registres de représentations

Lorsqu'on cherche un problème, lorsqu'on enseigne les mathématiques ou lorsqu'on les apprend, les objets mathématiques sont manipulés à travers certaines de leurs représentations. Travailler avec un objet mathématique impose de travailler avec certaines de ses représentations et, pour parodier Magritte (***figure 1***), « 1 est différent de un ». Il n'est besoin, pour s'en convaincre, que de regarder différentes symbolisations du nombre 1 (***figure 2***) qui toutes possèdent un domaine d'expérience et de validité les rendant efficientes dans un certain contexte. Changer de signe enrichit et complexifie la signification de l'objet désigné. Les indices, au sens de Peirce[1] ne sont plus présents et la contiguïté du signe et de l'objet n'est plus assurée, comme par exemple dans les deux représentations de la multiplication des nombres deux mille trois cent soixante quinze par sept (***figure 3***). S'il est assez facile de se convaincre que la première multiplication est juste en vérifiant l'ordre de grandeur, le chiffre des unités, en faisant éventuellement une « preuve par 9 », il est beaucoup plus délicat de savoir si la seconde, écrite en base huit est exacte.

Les objets mathématiques peuvent alors être considérés comme la classe d'équivalence de leurs représentations modulo la relation d'équivalence dans l'ensemble des représentations définie par : deux représentations sont en relation si elles sont des représentations d'un même objet mathématique.

Figure 1. Magritte, ceci n'est pas une pipe.

Figure 2. Différentes représentations du nombre 1.

```
   2375          2375
X     7        X    7
-------        -------
  16625         21353
```

Figure 3. Deux multiplications pour deux résultats ?

Cette remarque a deux conséquences essentielles :

- un objet mathématique peut être maîtrisé dans un contexte et étranger ou difficile dans un autre (c'est ce qu'illustre l'exemple des deux multiplications).
- la conversion d'un registre de représentation à un autre est essentiel pour appréhender un objet mathématique, ce qui demande un travail de traduction qui à la fois fait perdre des éléments de signification mais aussi en rajoute ; en modifiant le signifiant, c'est à dire la façon de désigner l'objet, on modifie, on enrichit, on complète le signifié, l'objet désigné.

2. Apports et contraintes des technologies

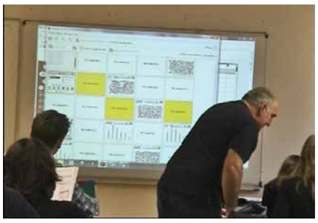


Figure 4. Un mur d'écrans de calculatrices

Comme le souligne Luc Trouche dans l'article « L'enseignement des mathématiques aujourd'hui, Problèmes et perspectives » la prise en compte des outils numériques est une grande tendance de l'enseignement des mathématiques actuellement. Si on analyse les apports de la technologie pour l'enseignement et pour l'apprentissage des mathématiques, les nouveaux registres de représentation des objets qu'elle introduit enrichissent et complexifient les registres existants comme les exemples développés ci-dessous vont le montrer. Les technologies offrent des possibilités de représentations multiples dont nous faisons l'hypothèse qu'elles facilitent la compréhension des objets mathématiques en jeu et permettent un jeu entre la multi-représentation interne en proposant plusieurs représentations dans des registres différents et une multi-représentation externe en proposant, pour le professeur, des possibilités de mise en regard des travaux de chacun. La ***figure 4*** illustre cette multi-représentation externe : l'ensemble des écrans des calculatrices est projeté sur le tableau, les élèves peuvent voir d'autres approches utilisées par leurs camarades et le professeur peut, à tout moment, faire le point ou questionner à propos d'une approche qu'il juge intéressante ou problématique.

La délicate transformation d'une situation mathématiquement riche en une situation didactique féconde utilisant les potentialités des technologies est alors un travail important dans lequel les mathématiciens, les didacticiens des mathématiques et les enseignants peuvent apporter chacun des éléments spécifiques. Cette transformation passe par la construction d'un « milieu » au sens de la théorie des situations didactiques[2], c'est-à-dire, tout ce que le professeur doit mettre en place pour permettre l'apprentissage mathématique : les objets matériels, la technologie utilisée ou non, les connaissances préalables, les documents mis à disposition mais aussi l'organisation dans la classe des interactions.

A travers les exemples présentés ci-dessous, je montrerai des utilisations possibles des technologies pour mettre en évidence, à travers les multi-représentations des objets mathématiques en jeu, la possible construction d'une situation didactique.

3. Des exemples de problèmes et leurs mises en œuvre

Dans ce paragraphe, je partirai des situations mathématiques et d'une première analyse pour en extraire les potentialités qui permettront de les transformer en situations didactiques.

3.1. Trois situations mathématiques

Dans ce paragraphe, je partirai des situations mathématiques et d'une première analyse pour en extraire les potentialités qui permettront de les transformer en situations didactiques.

3.1.1 Soit [AB] un segment et soit M un point de [AB]. C et D sont deux points du plan. On appelle x la distance AM et d1= f1(x) la distance CM et d2 = f2(x) la distance DM. A quelle condition sur C et D, la relation entre d1 et d2 est elle fonctionnelle ?

3.1.2 ABCD est un quadrilatère quelconque. On construit sur les côtés [AB], [BC], [CD] et [DA] les carrés extérieurs de centres P, Q, R et S. Quelle relation existe t'il entre les segments [PR] et [QS] ?

3.1.3 Pjotr se déplace à vitesse constante le long d'un carré ABCD de centre O (point d'intersection des deux diagonales) et de côté de longueur L donnée, à partir du point A.
Pjotr veut décrire comment varie sa distance du centre O du carré pendant qu'il se déplace le long du carré. Comment pouvez-vous l'aider ?

3.2 Quelques éléments d'analyse

3.2.1 Ce premier exemple illustre bien les apports de la technologie pour représenter dans des registres différents la situation mathématique. Le point de départ est un problème de géométrie et il est naturel d'utiliser un logiciel de géométrie dynamique pour la représenter. Dans la capture d'écran réalisé avec Geogebra (***Figure 5***), trois registres sont convoqués : le registre du dessin, dynamique en l'occurrence, le registre numérique, les distances d1 et d2 étant stockées dans un tableur, et le registre algébrique avec les définitions des objets de la situation.

Comment visualiser la relation entre d1 et d2? Comment visualiser que cette relation est fonctionnelle ? On peut dans un premier temps représenter la relation existante entre d1 et d2 (***Figure 6***) et mettre en évidence le système d'équations paramétriques définissant la courbe obtenue comme un lieu géométrique des points de coordonnées (d1,d2). Les expériences faites en bougeant les points C ou D se répercutent sur la courbe dessinée. La relation fonctionnelle s'interprète alors dans le registre de la représentation graphique et se traduit dans un registre formel pour conduire à la solution du problème proposé.

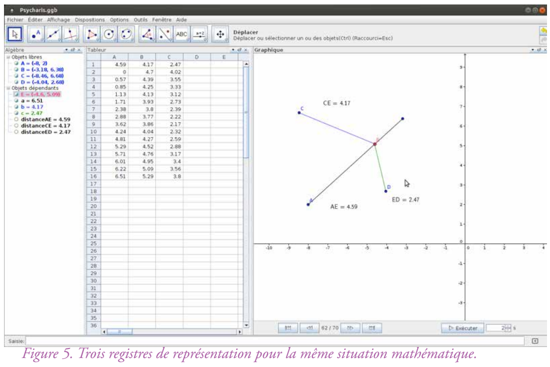


Figure 5. Trois registres de représentation pour la même situation mathématique.

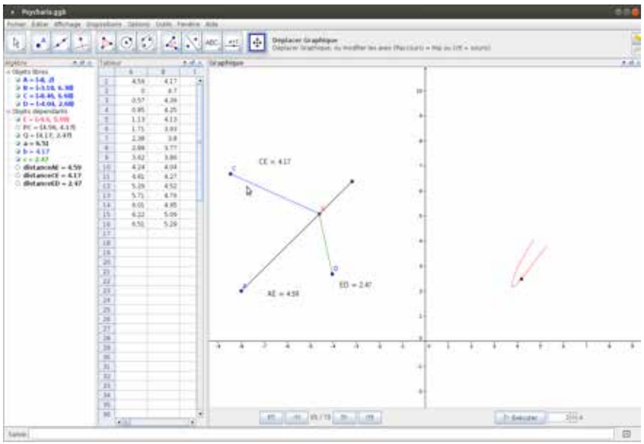


Figure 6. La représentation paramétrique de la relation entre d1 et d2

On peut considérer le repère orthonormée

$\left(A,\overrightarrow{ABv}\right)$ La représentation de la courbe paramétrée définie par :définie par :

$$\begin{cases} d1 = f1(x) \\ d2 = f2(x) \end{cases}$$

Dans ce repère :*A(0; 0), B(1; 0), M(x; 0) et*

C(x_c; y_c) et $d1 = f1(x) = \sqrt{(x-x_c)^2 + y_c^{\,2}}$ dont la

dérivée vaut :

$$f1'(x) = \frac{x - x_c}{\sqrt{(x-x_c)^2 + y_c^{\,2}}}$$

❶. Si $x_C < 0$ alors $f\,1'\,(x) < 0$ et $f\,1$ est strictement croissante sur [0; 1].

❷. Si $0 < x_C < 1$ alors $f\,1'(x)$ est négative sur [0; x_C], nulle en x_C et positive sur [x_C; 1]. La fonction $f\,1$

est donc décroissante puis croissante.

❸. Si $x_C > 1$ alors la fonction est décroissante.

$f\,1$ est donc une bijection si et seulement si

$x_C \notin\ ]0; 1[$. Dans ce cas, elle est inversible et

$x = f\,1{-}1(\text{d}1)$ et par conséquent d2= $f\,2(f\,1{-}1(\text{d}1))$ et la relation est fonctionnelle.

Géométriquement, si le point C ne se trouve pas dans la bande de plan limitée par les deux droites

perpendiculaires à [AB] passant par A et B, la relation (d2, d1) est fonctionnelle. Et la réciproque ?

La relation n'est pas fonctionnelle en général mais elle l'est lorsque C et D appartiennent à une

même perpendiculaire au segment [AB] ; en effet :

$$d1 = \sqrt{(x-x_c)^2 + y_c^{\,2}}$$

$$d2 = \sqrt{(x-x_c)^2 + k^2 y_c^{\,2}} = d1^2 + (1-k^2)y_C^2 = d_1^2 + K$$

puisque C et D ont la même abscisse dans le repère considéré.

Dans cet exemple, les conversions entre registres de représentations sont la clef de la résolution du problème. Le logiciel, en permettant la multi-représentation et la mise en relation entre ces représentations constitue un milieu dont les rétroactions permettent les validations des expériences

menées sur les objets mathématiques. Pour construire à partir de ce début d'analyse une situation didactique, le niveau de classe, les objectifs, les pré-requis etc. doivent encore être réfléchis.

Dans cet exemple, les conversions entre registres de représentations sont la clef de la résolution du problème. Le logiciel, en permettant la multi-représentation et la mise en relation entre ces

représentations constitue un milieu dont les rétroactions permettent les validations des expériences

menées sur les objets mathématiques. Pour construire à partir de ce début d'analyse une situation

didactique, le niveau de classe, les objectifs, les pré-requis etc. doivent encore être réfléchis.

3.2.2 Le deuxième exemple est typique de la nécessaire conversion entre registres de

représentations pour atteindre une solution. L'expérience sur un logiciel de géométrie dynamique

permet facilement de conjecturer que les deux segments seront de même longueur et

perpendiculaires. En revanche, ni la construction de la figure, ni le déplacement de points ne

donnent d'indices quant à la solution de ce problème.

Une solution très simple provient d'un changement de représentations menant à un changement de

cadre : les objets géométriques seront représentés dans le plan complexe et le cadre algébrique

permettra de conclure en quelques lignes :

avec des notations évidentes :

b - p = i(a – p), c - q = i(b – q), d - r = i(c – r), a - s = i(d - s)

D'où l'on tire :

(1 - i)p = b – ia, (1 - i)q = c – ib, (1 - i)r = d – ic, (1 - i)s = a - id

et finalement $\frac{q-s}{p-r} = i$ ce qui démontre le résultat annoncé.

Même s'il existe une solution vectorielle (en utilisant la rotation vectorielle d'angle $\frac{\pi}{2}$ qui transforme

le vecteur $\overrightarrow{SQ}$ dans le vecteur $\overrightarrow{RP}$)et une solution géométrique[3], le changement de point de vue qui résulte d'un changement de représentation des objets permet de mettre en évidence une solution au problème. En revanche, on voit bien ici que les représentations internes ne suffisent pas à faire émerger une solution. Dans une telle situation, le professeur pourra s'appuyer sur les représentations externes pour faire profiter tous les élèves des approches peut-être différentes des élèves.

3.2.3 Cet exemple est tiré du projet européen EdUmatics dans lequel il est utilisé pour faire réfléchir

les professeurs aux possibles valeurs ajoutées de l'usage des technologies :

Cette partie du module est consacrée à la découverte de ces valeurs ajoutées, sans pour autant masquer les difficultés (en termes d'enseignement et d'apprentissage) à travers l'exemple de cette situation particulière. Le *second objectif de cette section est de comprendre les modifications possibles de la situation lorsque l'on utilise tel ou tel logiciel. Cela est à relier à la fois avec le concept didactique de variable didactique mais également avec la genèse instrumentale.*[4]

Dans cette situation, la technologie permet d'expérimenter de manière dynamique la relation entre les fonctions, les courbes et l'analyse géométrique du problème, comme on le voit dans le « jeu de cible » décrit ci-dessous :

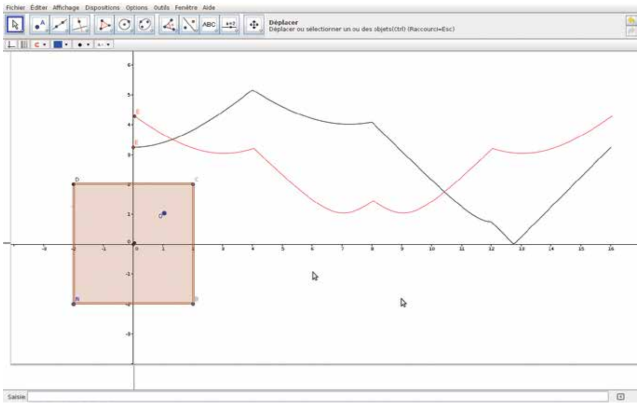


Figure 7. Jeu de cible

La courbe rouge correspond à la distance de *M* à *O* lorsque *M* se déplace sur le carré *ABCD*. La question posée est de déterminer la position du point *O* pour que la courbe « rouge » coïncide avec la courbe «noire ». Dans cette situation, la technologie permet d'expérimenter de manière dynamique la relation entre les fonctions, leurs courbes et l'analyse géométrique du problème. A partir de la situation mathématique, la situation didactique conduit les élèves à opérer les changements de représentations et à réfléchir une solution en interprétant dans un registre les résultat des expériences menées dans un autre registre. Les interactions entre le problème géométrique et ses représentations sont le point de départ de l'exploration de différentes notions; les propriétés connues dans les environnements géométriques sont traduites de manière dynamique en registres de représentations graphiques ; ce qui mène à la caractérisation de ces propriétés dans le domaine graphique. Réciproquement, les propriétés visibles sur la courbe peuvent être interprétées dans le domaine géométrique :

- la périodicité : lorsque le point visé est le centre du carré, la fonction est "c-périodique" (c est la longueur du carré) tandis que lorsque le point visé n'est pas le centre, la fonction est « 4c-périodique » ; la situation géométrique (ou la situation « réelle ») montre clairement cette périodicité. Réciproquement, une période sur la courbe représente le chemin le long d'un côté ou le long du périmètre du carré ;
- la symétrie : la position du point visé est sur des lignes particulières du carré (diagonale, bissectrice perpendiculaire, côtés) permet de mettre en évidence les symétries locales ou globales sur la courbe. Réciproquement, les symétries éventuelles sur la courbe donne des informations sur la position du point ; il est possible de lier les symétries sur la courbe avec les axes de symétrie du carré ;
- la dérivabilité : l'observation de la courbe correspondante à la position du marcheur sur le sommet du carré permet de se poser la question de la dérivabilité de la fonction et son interprétation graphique ; cette observation se produit également lorsque le point visé est sur un côté du carré.

4. En guise de conclusion

A travers ces trois exemples, les rapports entre les usages des technologies et l'apprentissage des mathématiques sont abordés sous l'angle des multi-représentations enrichies par les possibilités de conversions dynamiques entre registres de représentations. L'organisation du travail des élèves dans un environnement technologique passe cependant par des éléments fondamentaux :

- la mise en place des conditions nécessaires à l'expression de tous les élèves, en particulier par la construction d'un milieu didactique dont les rétroactions vont permettre l'apprentissage,
- le travail du professeur pour animer, observer et institutionnaliser les connaissances construites,
- la multi-représentation interne qui permet à travers les usages d'applications en relation les unes avec les autres de donner du sens aux objets mathématiques en les éclairant sous des angles différents,
- la multi-représentation externe qui favorise la comparaison et la confrontation des stratégies mises en place dans la classe et qui favorise une réorganisation des connaissances.

Il apparaît, par ailleurs, de plus en plus difficile de faire abstraction à l'intérieur de l'école des évolutions de la technologie et de ses usages quotidiens en dehors de l'école.

1 *Peirce, C. (1938/1978) Ecrits sur le signe, Le Seuil, Paris.*
2 *Brousseau, G. (2004). La théorie des situations didactiques, La Pensée sauvage, Grenoble.*
3 *Une solution géométrique repose sur le résultat suivant qui se démontre en utilisant la rotation de centre A et d'angle* $\frac{\pi}{2}$ *ABC est un triangle. On construit sur les côtés [AB] et [AC] des carrés ADEB et ACFG directs, de centres respectifs P et Q. O est le milieu de [BC]. Alors les segments [OP] et [OQ] sont perpendiculaires et de même longueur.*
4 http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/dossier-manifestations/journees-maths/
5 http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/manifestations/dossier-manifestations/conference-nationale
6 http://math.univ-lyon1.fr/mmi/
7 http://www.cfem.asso.fr/

Influence de la tradition algébrique du Maghreb sur l'œuvre du mathématicien italien Léonardo Fibonacci (1170 – 1241)

Professeur Djamil AÏSSANI et collaborateurs (*)
Société Savante Gehimab Béjaia
http://www.gehimab.org

Introduction

Au milieu du XIXe siècle, l'accessibilité des écrits du sociologue Ibn Khaldūn (1332 - 1406) va être à l'origine des premières recherches sur les mathématiques médiévales du Maghreb [8], [7]. On découvre alors le rôle non négligeable joué par la tradition mathématique du Maghreb dans la diffusion du savoir à travers la Méditerranée : popularisation des chiffres arabes en Europe par le célèbre mathématicien italien Léonardo Fibonacci (1170 – 1241) [1], [2], [3], utilisation d'un symbolisme spécifique [5], influence sur les principes logico-mathématiques du philosophe catalan Raymond Lulle (1235 - 1315) [5], [1],…

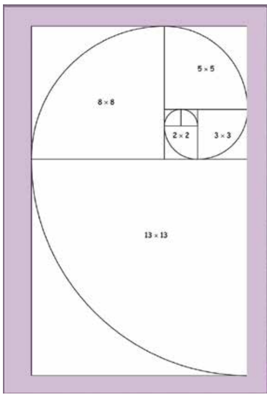
Sur la base de multiples commentaires culturels et scientifiques, la première partie de cet article proposera à des non spécialistes de découvrir la tradition algébrique du Maghreb et son environnement, à travers la contribution des principaux Uléma des XIIe - XVe siècles : Ibn al-Yasamin, al-Qurashī (Bougie), Ibn al-Bannā' (Marrakech), … La deuxième partie abordera l'influence (de cette tradition) sur l'œuvre de Léonardo Fibonacci.

I – Le début de l'algèbre

Il semble qu'une approche algébrique ait existé chez les babyloniens, les grecs et les indiens. Cependant, on retient que l'algèbre est né avec la civilisation des Pays de l'Islam, et plus précisément avec l'école d'al-Khawārizmī (mort en 850). Entre le IXe et le XIVe siècle, plusieurs écoles vont se succéder: l'école d'Abū Kāmil (mort en 930), celle d'al-Karaji (mort en 1029) et enfin celle d'as-Samawal (mort en 1175)

[5], [6], [7]. Le lien de ces écoles avec l'Occident musulman est visible pour les écoles d'al-Khawārizmī et Abū Kâmil, mais moins évident pour les écoles d'al-Karaji et d'as-Samawal.

Les activités scientifiques dans le domaine de l'algèbre en Occident musulman débutent dès le IXe siècle. Le *Kitāb Ikhtisar al-Jabr wa l-Muqābala* du mathématicien andalou Ibn Badr est un traité d'algèbre qui résume les procédés algébriques et s'inscrit dans la tradition d'al-Khawārizmī et d'Abū Kāmil. Quant aux *Urdjuza* du mathématicien maghrébin Ibn al-Yasamin (mort en 1204 à Marrakech), ils énoncent les algorithmes de résolution des six équations canoniques et les irrationnels. Ces poèmes algébriques servaient d'aide-mémoire, ce qui explique leur grande audience. Quant au *Kitāb al-Bayān wa t-Tadhkār* du mathématicien maghrébin al-Hassār (vivant en 1175), il traite de la numération, des opérations arithmétiques sur les entiers et sur les fractions,… Il s'agit de la plus ancienne source relative aux mathématiques pour la tradition de l'Occident musulman (Afrique du Nord et Andalousie). Dans ce livre, al-Hassār utilise les chiffres *Ghubār* et le trait de fraction. Il définit différents types de fractions et réserve à chaque type un symbole spécifique, sans pour autant en revendiquer la paternité, les notations retenues étant différentes de celles utilisées en Orient et héritées des indiens. Précisons que cet ouvrage était connu en Europe puisqu'il a été traduit en hébreu par Moïse Ibn Tibbon en 1271 à Montpellier.



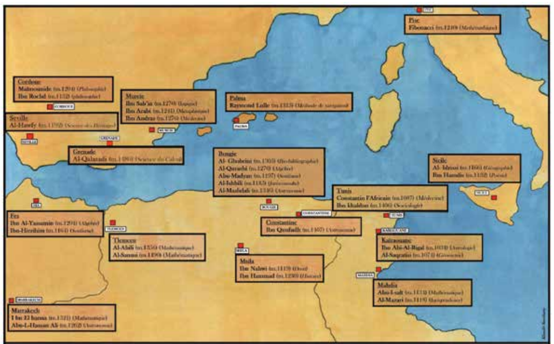
Léonardo Fibonacci

II - La tradition algébrique des Pays de l'Islam selon Ibn Khaldûn

Dans les prolégomènes, après avoir exposé les principes fondamentaux de l'algèbre, Ibn Khaldūn fournit de précieuses informations sur le relais des connaissances algébriques jusqu'à son époque : « *Le premier qui écrivit sur cette branche (l'Algèbre) fut Abū 'Abd Allāh Al- Khawārizmī, après lequel vint Abū Kāmil Shujā' Ibn Aslam. On a généralement suivi la méthode (d'al- Khawārizmī) et son traité sur les six problèmes de l'algèbre est un des meilleurs ouvrages composés sur la matière. Plusieurs auteurs, parmi les musulmans espagnols, ont écrit sur ce traité d'excellents commentaires, dont un des meilleurs est celui d'al-Qurashī (de Bougie)*» [8].

III - Al- Khawârizmî, l'initiateur de la tradition algébrique des Pays de l'Islam

Le premier algébriste cité par Ibn Khaldūn est le mathématicien persan *Muhammad Ibn Musa al-Khawārizmī* (780 - 850), auteur du premier traité d'algèbre Kitāb al-Jabr wa-l-Muqābala. Le terme Jabr, correspond à l'opération de transposition des termes négatifs d'un membre d'une équation dans



Du 12è au 14è siècle, Bougie fut le premier centre intellectuel du Maghreb central, la ville attira les savants venus de tout le Maghreb et Al-Andalus.

l'autre, de telle sorte qu'il n'y ait plus, de part et d'autre, que des termes positifs. Le deuxième terme Muqābala, signifie la simplification des termes semblables dans les deux membres d'une équation. Cette théorie concerne en fait la résolution, par des formules explicites, des équations des deux premiers degrés [1].

Dans la première partie de son livre, l'auteur, après avoir présenté le système décimal, commence par définir les termes primitifs, qui constituent les bases de son algèbre, à savoir : les nombres simples ('Adad Mufrad), l'inconnue, indifféremment appelée racine ou chose (Jidhr ou Shay'), de son carré (māl).

Après avoir introduit les termes primitifs, al-Khawārizmī introduit les six types d'équations canoniques. Ensuite, il donne les algorithmiques de résolution et démontre géométriquement les différentes formules des solutions. Il étudie quelques propriétés de l'application des opérations arithmétiques et de la racine carré sur les trois objets de son algèbre. Par la suite, il donne une quarantaine de problèmes montrant comment on doit se ramener à l'une des six équations canoniques (voir l'article de M. Abdeljaouad dans [5]).

Dans la deuxième partie de son traité, al-Khawārizmī résout quelques problèmes concernant les transactions commerciales, l'arpentage, à l'aide des outils algébriques de la première partie. Il termine son ouvrage par l'application de l'algèbre en science des héritages [6], [9]. Remarquons que le terme « algorithme » tire son origine du nom d'al-Khawārizmī.

IV - Abû Kâmil, le principal continuateur d'al-Khawârizmî

Après le traité d'al-Khawārizmī, il y a eu une extension du calcul algébrique. L'apport le plus significatif est dû à l'égyptien Abū Kāmil Shujā' b. Aslam (850-930). Dans son traité d'algèbre, l'auteur reprend les idées de bases développées par al-Khawārizmī. Il tente de détailler et de clarifier certains points obscurs du traité d'al-Khawārizmī. Il déduit également de nombreux problèmes qui en majorité mènent à d'autres espèces d'équations que les six canoniques.

Abū Kāmil commence par la résolution des six équations canoniques et le calcul algébrique. Dans la deuxième partie, il donne des problèmes d'application, tout comme al-Khawārizmī , mais avec plus de détails. Son apport apparaît dans la troisième partie du traité, dans l'étude d'équations où apparaissent des nombres irrationnels, en plus des entiers et des fractions habituelles, et dans la quatrième partie, dans le calcul d'éléments dans des polygones [5].

En plus des trois grandeurs définies par al-Khawārizmī ('Adad, Jidhr, mal), on observe (dans le traité d'Abū Kāmil) d'autres grandeurs telles que le Cube (Ka'b), le carré du carré (mal mal), ainsi de suite, en combinant le mal et le Ka'b, jusqu'à la sixième puissance. Toutefois, tout comme son prédécesseur, Abū Kāmil n'utilise aucun symbolisme [5].

Alors que le traité d'al-Khawārizmī s'adresse à un large public, celui d'Abū Kāmil, plus détaillé, s'adresse à un public plus restreint. En effet, l'utilisation de deux propositions d'Euclide, la cinquième et la sixième du livre II, permet de simplifier les représentations des solutions d'une équation quadratique [5].

V - Al-Qurashî et le prolongement de la tradition algébrique d'Abû Kâmil

Le troisième mathématicien cité par Ibn Khaldūn est al-Qurashī (mort en 1184). Originaire de Séville, il vécut et travailla à Béjaia (Bougie en français, Bgayet en berbère, Bugia en italien et en espagnol, Buzea en latin). Eminent mathématicien, spécialiste de l'algèbre et des Science des héritages, il eut de nombreux élèves. Parmi eux, citons Abū Muhamad al-Bijā'ī (m. 1223), l'un des Cadis et savants de Bougie cité par le bio-bibliographe al-Gubrīnī (mort en 1314). Les nombreux biographes (Ibn al-Khatīb, Ibn Farhūn,…) lui attribuent trois ouvrages : un abrégé dans les récitations coraniques, un ouvrage en sciences des héritages et un important commentaire en algèbre. Toutefois, tous ces ouvrages sont considérés comme perdus.

En parlant d'al-Qurashī, Ibn Khaldūn affirme que parmi tous les commentaires du traité d'algèbre d'Abū Kāmil, celui d'al-Qurashī est l'un des meilleurs qui aient été rédigés. C'est l'unique Sharh qui a eu une influence dans les ouvrages maghrébins.

En ce qui concerne le contenu de ce traité, A. Djebbar, en se basant sur les informations fournies par Ibn Zakarriyā al-Garnātī (m. 1403) dans son ash-Sharh al-Kabīr (le grand commentaire explicatif) constate qu'al-Qurashī n'a pas fait un commentaire classique du traité d'Abū Kāmil. Il en a pris la matière et y a introduit quelques modifications: d'abord, au niveau de l'agencement des sujets exposés, en commençant par exemple par les opérations sur les monômes et les polynômes, avant d'aborder la résolution des équations. Ensuite, au niveau des équations canoniques simples, en changeant l'ordre traditionnel de leur exposition et de leur résolution.

On remarque que les équations sont ordonnées selon l'ordre croissant des degrés intervenant dans leurs premier et deuxième membres. Cette permutation, selon A. Djebbar, est due à des préoccupations, des orientations et une pratique nouvelles chez les mathématiciens musulmans postérieurs à Abū Kāmil. Notons que Fibonacci, qui semble être à l'écart de cette dynamique, du moins pour cette partie, a gardé la même classification qu'Abū Kāmil comme le prouve d'ailleurs ce passage extrait de son Liber Abaci :

« 1- Primus quidem modus est, quando quadratus, qui census dicitur, aequatur radicibus (x2 = b x).

2- Secundus, quando census aequatur numero (x2 = c);

3- tertius quando radix aequatur numero (b x = c)» (cf. Baldassare Boncompagni, Scritti di Leonardo Pisano, Vol. I, Rome, Page 406). En revanche, Fibonacci n'a pas gardé l'ordre d'al-Khawārizmī et d'Abū Kāmil au regard de la classification des équations du deuxième type.

Enfin, al-Qurashī a introduit des démonstrations légèrement différentes de celles d'Abū Kāmil. L'existence de ce traité montre que l'enseignement de l'algèbre à Bougie, (Bejaia) et en Occident musulman avait atteint un niveau élevé au moment du séjour de Léonardo Fibonacci.

VI – Ibn al-Bannâ' et la transmission de l'algèbre

La tradition mathématique médiévale du Maghreb peut être cernée à partir d'un savoir stabilisé [7]. En effet, c'est au cours des XIIIe – XIVe siècles que cette tradition se met en place sous l'apport essentiel de l'école de Marrakech. Cette dernière école sera structurée par le célèbre mathématicien Ibn al-Bannā'(1256 – 1321), ses élèves, puis ses commentateurs. Plusieurs d'entre-eux sont effectivement originaires d'Algérie et de Tunisie.

Les *Isnād* représentent une chaîne d'autorités, partie essentielle de la transmission d'une tradition (ou du savoir). Abu l'Abbas Ahmed, descendant direct des princes hammadites (cf. [1]) a été un disciple direct d'Ibn al-Bannā'. L'Idjaza (diplôme) que lui a délivré son maître, a été retrouvé dans la copie du Talkhis, côté 788, du fonds de manuscrits de la Bibliothèque de l'Escurial (Espagne). Ce manuscrit se termine par la mention si précieuse : « A la fin de l'original, avec lequel cette copie a été collationnée, figure littéralement ce qui suit :

> « Ecrit par Ahmed b.al-Hassan b. 'Abderrahman b. al-Mo 'iz b. al- 'Aziz Billah b.al-Mansur b. an-Nasir b. 'Alannas b. Hammad al-Himiyari, le premier jour de Gumada II de l'année 702 de l'Hégire (=1302)». Puis de la main de l'auteur : « J'autorise le jurisconsulte … Abul 'Abbas Ahmad b. al-Hassan, ci-dessus nommé, à rapporter, d'après moi mon livre du « Talkhis A'mal al-Hisab », mon livre « de la connaissance des temps par le calcul » ainsi que mon ouvrage « de l'algèbre », qu'il a réunis de sa main dans ce recueil … Il a étudié ces livres, sous ma direction, d'une façon précise, et avec maîtrise ». Fait et écrit de la main d'Ahmad b.Muhammad b. 'Utman al-Azdi, le dernier jour de Gumada 1er de l'année 708 H (=1308) ».

Parmi les autres élèves importants d'Ibn al-Bannā', citons :

▶ Le tlemcénien al-Abili (mort en 1356), qui va être à l'origine de la constitution d'une importante école de sciences rationnelles à Tlemcen : al-'Uqbānī (1320 – 1408), Ibn Zaghu (mort en 1445), Ibn Marzuk al-Hafid (1364 – 1439), al-'Uqbānī II (mort en 1456), al-Qalacadi (1412 – 1486), al-Machdaly (Bougie 1419 – Alep 1461), Abu `Ali Aberkan (1353 – 1453), al-Sanusi (1426 – 1490),… Par ailleurs, Ibn Khaldūn (mort en 1406) a suivi ses cours à Tunis. C'est probablement cet enseignement qui va être à l'origine des écrits de ce dernier sur les mathématiques dans la Muqqādima.

▶ Le marocain al-Luja'i, qui aura deux élèves algériens célèbres : le constantinois Ibn Qunfudh (1339 - 1406) et le bougiote Ibn Haydur (mort en 1413). Tous deux seront des commentateurs importants d'Ibn al-Bannā'. C'est d'ailleurs à partir de leurs écrits que sera constituée la biographie du maître.

En plus du Kitāb al-Usul (voir chapitre suivant), deux ouvrages fondamentaux d'Ibn al-Bannā' retiennent l'attention des historiens des mathématiques :

▶ Le Talkhis A`mal al-Hisab, qui est un cours relatif aux opérations de calcul. Ce précis a joué un rôle essentiel dans l'enseignement, comme le montre les très nombreux commentaires (au Maghreb, en Orient et en Andalousie). En effet, Ibn al-Bannā' énonce une suite de résultats en l'absence totale de toute justification. C'est pourquoi, il fournira les démonstrations dans le principal commentaire, à savoir le Raf`al-Hijab, rédigé par Ibn al-Bannā' lui-même.

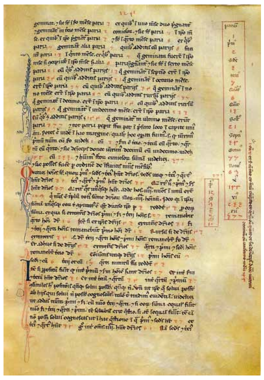
▶ Le Raf`al-Hijab, rédigé en 1302. Ce commentaire ne doit pas être considéré comme un commentaire classique. En effet, Ibn al-Bannā' n'a pas voulu le composer pour expliquer le contenu mathématique du Talkhis, mais plutôt pour « défendre son projet mathématique, donner les raisons de son choix de la matière mathématique contenu dans le Talkhis et expliquer certaines de ses formulations ayant fait l'objet de critique ». Il s'agit donc d'un complément théorique du Talkhis. La deuxième partie du Livre II concerne l'algèbre [6].

VII - Le Kitab al-Usûl fî al-Jabr wa l-Muqâbala d'Ibn al-Bannâ'

En 1938, H.P.J. Renaud a rapporté les écrits de nombreux biographes et chroniqueurs. C'est le cas d'Ibn al-Qādhī, qui, dans son Durat al-Hijāl, affirme que l'algèbre d'Ibn al-Bannā' (c'est-à-dire le livre *Kitāb al-Usūl wa l-Muqadimāt fī al-Jabr wa l-Muqābala*) serait un abrégé du commentaire de l'imâm profondément versé dans les sciences mathématiques, Abū al-Qāssim al-Qurashī, habitant Bougie (Bejaia) [Renaud, 1938].

Dans sa thèse, A. Djebbar a analysé et relevé les éléments nouveaux qui existent dans le *Kitāb al-Usūl,* le dernier grand ouvrage de l'Occident musulman qui, selon lui, suit totalement la tradition algébrique d'Abū Kāmil [6].

Il semble que ce traité soit partagé en deux parties. La première, qui a donné son titre à l'ouvrage, qui traite des fondements de l'algèbre, est partagée en trois chapitres. D'abord, l'arithmétique des irrationnels puis celles des polynômes et enfin la résolution des équations canoniques et de celles qui s'y ramènent.



Dans la deuxième partie du *Kitāb al-Usūl, Ibn al-Bannā'* traite de la résolution des différents types de problèmes à l'aide des méthodes algébriques. Il commence par exposer et résoudre les problèmes qui sont à solutions entières ou rationnelles puis, dans un dernier chapitre, ceux à solutions irrationnelles [6].

VIII - Les Algébristes du Maghreb postérieurs au XIIIe siècle

a) Ibn Haydūr et son traité sur les systèmes d'équations

Ibn Haydūr (mort en 1413) est présenté par le biographe Ahmad Baba at-Tumbukti, comme un éminent mathématicien du Maghreb, spécialiste dans la science du calcul et des partages successoraux. Il a rédigé des *Sharh* (commentaires explicatifs) sur al-Talkhīs (intitulé at-Tamhīs fī Sharh at-Talkhīs), et sur le Raf' al-Hijāb. Remarquons que le dernier chapitre de ces deux traités d'Ibn al-Bannā' sont consacrés uniquement à l'algèbre des équations quadratiques.

Dans son commentaire Tuhfat at-Tullāb et en conclusion lorsqu'il commente les procédés de résolution des systèmes d'équations du premier degré par la méthode de double fausse position, Ibn Haydūr affirme l'existence de plusieurs autres méthodes de résolutions que celle exposée par Ibn al-Bannā' . Il renvoie à son ouvrage intitulé Maqāla fī Mass'alat at-Tuyūr (traité sur les problèmes des oiseaux) [6].

b) Al -'Uqbānī et son commentaire d'algèbre

Originaire de Tlemcen, le mathématicien Sa'īd al-'Uqbānī (1321-1408) exerça la fonction de Cadi de la communauté à Bougie, lorsque le sultan mérinide Abī 'Inān prit possession de cette ville entre 1353 et 1358, « à une époque où les savants foisonnaient » (cf. Ibn Farhūn).

En mathématique, al-'Uqbānī a rédigé trois commentaires explicatifs. Le premier sur le célèbre traité en science des héritages du mathématicien andalou 'al-Hufī (mort en 1192). Le second sur le traité *Talkhīs*, d'Ibn al-Bannā', qui, rappelons-le, renferme un chapitre entier en algèbre. Dans cet ouvrage, al-'Uqbānī semble être l'un des derniers mathématicien maghrébins à utiliser dans ses démonstrations les propositions des Eléments d'Euclide ou des outils empruntés à des ouvrages antérieurs de la tradition mathématique des pays de l'Islam [6].

Enfin, le dernier commentaire d'al-'Uqbānī, est celui qu'il a fait sur le poème didactique en algèbre d'Ibn al-Yāsamīn (m. 1204). Ce dernier, composé de 54 vers, contient les algorithmes de résolution des six équations canoniques, suivis de deux méthodes de résolution des équations quadratiques non unitaires, et se termine par les règles de calcul sur les expressions algébriques [1]

IX – Algèbre et Science des Héritages: la méthode d'al-Qurashî

Il y a de nombreuses applications des procédés algébriques. D'ailleurs, au début de son livre d'algèbre (*Kitāb al-Jabr wa l-Muqābala*), al-Khawārizmī précise qu'il a composé son ouvrage pour servir les gens en matière d'héritages et de testaments, de participations, de jugements, des transactions, d'arpentages, de creusements des canaux et de géométrie.

L'algébriste al-Qurashī a mis au point une méthode nouvelle dans le domaine des héritages, appelée *Tarīqat al-Farā'idh bi-l-Kusūr* (méthode des fractions en science des héritages). Celle-ci est considérée par les mathématiciens des XIVe et XVe siècles comme une grande innovation.

La méthode d'al-Qurashī est basée sur la décomposition des nombres en facteurs premiers pour la réduction au même dénominateur des fractions qui interviennent dans la répartition d'un héritage donné [Zerrouki, 1995]. Elle a créé une grande dynamique dans la composition d'ouvrages et dans l'enseignement de cette science. De nombreux mathématiciens, tels que al-'Uqbānī (m. 1408) et al-Qalāsadī (m. 1486) vont rédiger des manuels, sur cette méthode, afin de l'expliquer et d'illustrer son utilisation.

X – Les mathématiques à Bougie et Fibonacci

a) Léonardo Fibonacci à Bougie

La ville de Béjaïa a eu le privilège d'accueillir vers la fin du XIIe siècle le jeune Leonardo de Pise. Nous le savons grâce à son propre témoignage dans le Prologue du Liber Abaci [3]. Ses séjours à Bougie et dans les autres centres de la Méditerranée ont certainement largement influencé les mathématiques de Fibonacci : à Bougie, Léonardo y aurait appris le calcul indien, la notation de fraction simple et de fraction composée, les fondements de l'algèbre d'après la tradition d'al- Khawārizmī et d' Abū Kāmil et grâce à son expérience de fils de marchand, la tradition mathématique arabe appliquée à l'art du négoce ; au cours de ses voyages dans l'Orient Musulman, par contre, il aurait pu venir en contact direct avec l'œuvre d' al-Karajī dont l'influence sur la section algébrique du Liber Abaci est reconnue par certains auteurs. Le jeune Léonardo vit alors aux côtés de son père dans un milieu marchand ; habitué aux affaires, et donc aux calculs. C'est vraisemblablement à Béjaïa qu'il entre pour la première fois en contact avec l'héritage mathématique des pays de l'Islam. Cela suppose évidemment qu'il était en mesure de suivre et de comprendre cet enseignement (cf. [5]).

b) L'algèbre de Léonard de Pise

De nombreux chercheurs affirment que Léonardo Fibonacci, tout comme les mathématiciens maghrébins, ignore tout de l'évolution de l'algèbre et de l'arithmétique des siècles musulmans successifs (comme c'est le cas d' 'Umar al-Khayyām et de son école), et se lient à une tradition plus ancienne, celle du neuvième et du dixième siècle représentée par al-Khawārizmī et Abū Kāmil. En fait, l'Occident musulman, affirme J. Sesiano, pour des causes géographiques et aussi politiques n'avait guère eu connaissance des développements orientaux depuis le milieu du dixième siècle. Voila donc un point commun entre Fibonacci et les mathématiciens Maghrébins. D'autre part, dans le quinzième chapitre de son Liber Abaci consacré à l'algèbre, il s'avère que, selon Roshdi Rashed sur quatre-vingt-neuf problèmes, soixante-quinze sont une reprise à l'identique, ou bien avec quelques légères variations insignifiantes, telles que un changement des coefficients numériques, des problèmes qui figurent dans le livre d'Abū Kāmil et d'al-Khawārizmī.

La troisième section du chapitre 15 [cf. Boncompagni, Scritti, . Ch. XV, partie 3°, p.406] s'occupe des problèmes algébriques du deuxième degré ou reconductibles au deuxième degré. Léonard fait référence à « Mauhmet », c'est-à-dire al-Khawārizmī , pour les six formes normales, 3 simples et 3 composées. Il appelle l'inconnue x radix ou res (« jidhr» ou « shay » en arabe); pour il emploie census ou quadratus ou avere (la fortune, « mal » en arabe), pour cubus («ka'b» en arabe). Le terme constant est appelé numerus, denarius, dracma. («'adad mufrad»). La démarche de Fibonacci est la suivante : il donne la règle générale suivie par la résolution d'une équation simplifiée ; ensuite il donne la justification géométrique du procédé, en appliquant comme Abū Kāmil, les propositions 2.5 et 2.6 d'Euclide.

Il donne plusieurs variantes d'un même problème. Ce style d'exposition reflète les caractéristiques de l'ouvrage : il s'agit d'une *Summa*. Selon la tradition médiévale, la *Summa* était un texte qui rassemblait tous les commentaires connus sur un ouvrage classique ou sur un certain sujet. Léonardo Fibonacci adopte cette approche pour les mathématiques et structure son ouvrage sur la base des différents types de problèmes et sur les solutions fournies pour chacun d'eux.

c) Justification géométrique des 6 formes normales

Léonardo Fibonacci utilise donc les 6 formes canoniques d'al-Khawārizmī pour résoudre une équation du deuxième degré , mais il change l'ordre des trois dernières équations composées. La classification courante des équations composées d'après al-Khawārizmī est:

$4ax^2+bx=c$; $5ax^2+c=bx$; $6bx+c=ax^2$. Fibonacci par contre présente et résout, d'abord le type 4ème, puis le 6 ème et ensuite le type 5 ème.

Le même ordre d'al-Khawārizmī est présent dans l'algèbre d' Abū Kāmil. Ibn al-Bannā' présente dans le *Talkhis* la séquence des équations composées dans l'ordre d' al-Khawārizmī , mais dans l'exposition des méthodes démonstratives, présente d'abord le type 4ème , le 6ème (parce que les méthodes sont analogues) et enfin le type 5ème.

Une autre différence avec al-Khawārizmī est caractérisée par le fait que ce dernier (et ses adaptations latines) donne les règles de résolution des équations dans le contexte d'équations spécifiques, tandis que Fibonacci donne d'abord les règles générales suivies par la résolution d'une équation « type » simplifiée et enfin il présente la justification géométrique du procédé. On peut comparer l'explication de la règle pour la résolution d'une équation du 6ème type : $bx+c= ax^2$ donnée par al-Khawārizmī à celle donnée par Fibonacci.

d) Fibonacci et les problèmes d'oiseaux

Les problèmes d'oiseaux sont présentés par Fibonacci dans deux problèmes du Chapitre XI du *Liber Abaci* (1202) « Sur l'alliage des monnaies »: le premier avec 30 oiseaux de trois types différents pour 30 deniers et le deuxième avec trente oiseaux de 4 types différents pour les mêmes deniers (cf. [5]). Il utilise une méthode qui découle des règles de l'alliage des monnaies, qu'il appelle « distinctions » (Lat. differentiae) Les dites règles sont issues de la division proportionnelle, qui, en Europe, était connue comme « règle de compagnie». Fibonacci, dans la 7e distinction, étend la même procédure de résolution à des problèmes similaires. Il formule une méthode plus générale dans la *Lettre à maître Théodore* [5]. Notons qu'il n'y a aucune ressemblance entre la procédure utilisée par Léonard de Pise et celle employée par Abū Kāmil, qui utilise une méthode de type algébrique qui amène au traitement des systèmes indéterminés et à l'analyse combinatoire. Il dénombre les solutions entières du problème en tenant compte de certaines contraintes.

Léonardo Fibonacci emploie dans le douzième chapitre de son Liber Abaci, la méthode de la fausse position pour résoudre un ensemble de problèmes appelés problèmes des arbres (questiones arbororum) qui peuvent être exprimés sous la forme $ax \pm b/c \cdot x = s$. et qui découlent des mathématiques égyptiennes. Fibonacci présente, par la suite, dans le treizième chapitre, la méthode de double fausse position, qu'il appelle selon le modèle arabe « regula elchatayn » avec une variante [Vogel, 1970, p. 706].

En conclusion, il paraît donc peu probable que l'algèbre d'al-Khawārizmī ou ses adaptations latines aient été les sources directes du Liber Abaci. Par contre, l'influence d'Abū Kāmil sur l'œuvre de Fibonacci est très grande. De plus, le symbolisme qu'utilisera Fibonacci devait y être utilisé au moment de son séjour à Béjaïa. Le témoignage d'al-Gubrīnī, selon lequel al-Hassâr (v. 1175) y était une référence pour la science du calcul, nous permet de le supposer.

Conclusion

La tradition algébrique du Maghreb s'inspire en grande partie des travaux de l'école du célèbre mathématicien égyptien Abū Kāmil (850 – 930). Ibn Khaldūn est précisément un témoin de cette longue chaîne de transmissions. Cette tradition algébrique se caractérise par l'affranchissement total de toute représentation géométrique en algèbre, l'extension des opérations de l'algèbre au zéro, de nouvelles démonstrations pour des problèmes classiques, enfin, une intervention de l'algèbre en géométrie par le biais des équations [7].

A cette époque, le Maghreb est très actif, sans frontière. Cette liberté d'échanges favorise la mise en place d'une terminologie commune, une concurrence des critiques et des commentaires, et explique sans doute l'élaboration d'un symbolisme propre (à l'Afrique du Nord) [7]. D'autre part, la circulation des connaissances entre l'Occident chrétien et l'Occident musulman est manifeste, comme le montre l'influence des travaux d'Abū Kāmil et d'al-Qurashī sur l'œuvre de Léonardo Fibonacci et la traduction à Montpellier du traité d'al-Hassâr.

REFERENCES

[1] Djamil Aïssani and all., Bougie médiévale : Centre de transmission méditerranéen, In the book « History and Epistemology in Mathematics Education », IREM Edition, Montpellier, 1993, pp. 499 - 506.

[2] Djamil Aïssani, The Mathematics in the medieval Bougie and Fibonacci. In the book « Leonardo Fibonacci : Il Tempo, le opere, l'eredità scientifica », Pacini Editore (IBM Italia), Pisa, 1994, pp.67 – 82.

[3] Djamil Aïssani et Dominique Valerian, Mathématiques, Commerce et Société à Béjaïa (Bugia) au moment du séjour de Leonardo Fibonacci. International Journal "Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche, Vol. XXIII, Fas. 2, 2003, pp. 09 – 31.

[4] Djamil Aïssani et Giovanna Cifoletti, L'Algèbre à Béjaia et Léonardo Fibonacci (12e – 13e siècles), Séminaire spécialisé d'Histoire des Sciences, E.H.E.S.S., Paris, 19 Novembre 2009.

[5] Aïssani D. et Djehiche M., Les Manuscrits Scientifiques du Maghreb, Département Expositions Ed., Ministère de la Culture, Tlemcen/Alger, Août 2012, 165 pages. ISBN : 978-.9931-361-06-0.

[6] Ahmed Djebbar, Les mathématiques dans le Maghreb médiéval, Bulletin de l'Amuchma N° 15, Maputo, 1995.

[7] Elisabeth Hébert, Djamil Aïssani and all., Quelques aspects des mathématiques d'Ibn al-Banna (1321 - 1356) de Marrakech, IREM Ed., Rouen, 1995, 133 pages.

[8] Ibn Khaldûn, Les Prolégomènes, Traduits et commentés par : W. Mac Guckin De Slane, Berti Édition.

[9] Roshdi Rashed, Fibonacci et le Prolongement Latin des Mathématiques Arabes, Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche, Vol. XXIII, Fasc. 2, Roma, 2003.

(*) Eva Caïaniello, Giovanna Cifoletti, Dominique Valerian, Mohamed Réda Bekli.

Éléments de réflexion sur l'enseignement des mathématiques

Slimane HAMMOUDI ,
Inspecteur de l'Education Nationale
(IEN) de mathématiques ,
Tizi-Ouzou (Algérie)

Comment réussir l'enseignement des mathématiques en classe et comment le réussir dans un système ? je tenterai de cerner, par quelques éléments de réflexion, l'état des lieux et donnerai un avis sur la situation de l'enseignement des mathématiques et des suggestions autour de problématiques liées à cet enseignement et des pistes pour la formation en mathématiques pour les différents niveaux.

La restructuration, la formation ainsi que les programmes et méthodes d'enseignement/ d'apprentissage constituaient les trois principaux leviers de la réforme de 2002. Je m'intéresserai dans cet essai aux deux derniers points, à savoir les programmes et leurs incidences sur les pratiques de la classe et la formation des enseignants.

Les programmes d'enseignement

Dans son référentiel pour l'élaboration des curricula, les recommandations et les orientations de la CNP visent à réussir la rupture avec la conception traditionnelle des programmes et les pratiques anciennes de la classe. Une vision qui se veut être révolutionnaire, puisque les programmes doivent être élaborés à partir de grandes classes de problèmes, où les compétences visées et les contenus à mobiliser sont inscrits plus en système qu'en une suite de chapitres de cours.

Selon la conception socioconstructiviste de l'acte enseignement/apprentissage, les contenus doivent apparaître comme des moyens incontournables pour résoudre des problèmes significatifs et non comme une fin en soi. C'est un renversement épistémologique par rapport à ce que les anciens programmes proposaient où le concept est d'abord introduit pour être utilisé ensuite comme outil à résoudre des problèmes.

Dans une approche visant à améliorer la pertinence et la qualité des apprentissages, le GSD chargé de l'élaboration des programmes de tous les paliers avait pour missions d'assurer la cohérence de l'enseignement des mathématiques sur tous les paliers et avec les autres disciplines, d'introduire les actualisations nécessaires, de veiller à la faisabilité des programmes et de produire des documents d'accompagnement pour chaque année pour faciliter la mise en œuvre, mais aussi d'évacuer toute redondance et contenus obsolètes des nouveaux programmes.

C'est ainsi que la théorie des ensembles a été évacué de tous les programmes et qu'une autre approche de l'enseignement du raisonnement et de la logique est proposée : les apprentissages sont implicites et graduels. La logique et le raisonnement concernent chaque partie du programme, mais tout exposé de cours sur ces notions est exclu.

«Raisonner, démontrer, élaborer une démarche, mettre en forme un raisonnement, … » sont des compétences visées dans les différents programmes de mathématiques, mais les enseignants trouvent des difficultés quant à concevoir une progression des apprentissages liés à ce domaine et à évaluer ces compétences.

La résolution de problèmes joue un rôle essentiel dans l'activité mathématique.

Elle est présente dans tous les domaines et à tous les niveaux.

•Pour l'enseignement primaire, les programmes sont présentés en grands domaines d'enseignement :

Nombres et Calcul : Nombres entiers naturels et décimaux ;

Organisation de données : proportionnalité, organisation de données en tableaux ;

Espace et géométrie : repérage dans l'espace , relations géométriques , description et reproduction de figures.

Grandeurs et mesures : unités de mesure, aires et périmètres, volumes, angles.

• Pour l'enseignement moyen, les ressources mathématiques pour les compétences visées sont :

•Pour l'enseignement secondaire , les changements sont surtout dans l'introduction de la dimension « probabilité- statistique » et la distinction de la filière gestion et économie.

Activités numériques	Fonctions et gestion de données	Activités géométriques
▪ Nombres (entiers naturels ; décimaux ; nombres relatifs ; nombres rationnels ; nombres irrationnels). ▪ Calcul ▪ Calcul littéral	▪ Proportionnalité ▪ Grandeurs et mesures ▪ Organisation de données, lecture et représentation ▪ Éléments de statistique descriptive	▪ Constructions géométriques ▪ Figures planes et solides ▪ Transformations ponctuelles
Langage, notations et symboles Raisonnement et démonstration TICE		

Sur les trois années de l'enseignement secondaire, les programmes donnaient la progression suivante :

Articulation statistique/probabilités	Loi de probabilité Modélisation	Test d'adéquation Lois continues
-Les enjeux de la statistique. -La place de la simulation. -L'approche statistique des probabilités.	*-Approche statistique d'une loi de probabilité. -Modélisation d'une expérience aléatoire. -Notion de variable aléatoire.*	*-Adéquation à un modèle (test statistique) -Lois de probabilités discrètes : loi de Bernoulli, loi binomiale -Lois continues.*
Fluctuations	Séries à deux variables Conditionnement et indépendance	
- Fluctuations d'échantillonnage d'une fréquence.	*- Régression linéaire. - Séries chronologiques. - Conditionnement et indépendance.*	
•Tronc commun	•Deuxième année	•Troisième année

Pour l'enseignement de la statistique, les programmes du secondaire sont en continuité avec ceux de l'enseignement moyen, puisque son introduction est avancée pour ce cycle.

Une autre dimension apparaît dans les programmes de mathématiques. Il s'agit de prendre en charge l'impact de l'informatique sur les mathématiques et leur enseignement.

Les programmes introduisent progressivement l'utilisation des TIC, tout en sachant que le défi est important, puisqu'il s'agit de mettre en place les moyens et former les enseignants.

Sur le terrain, l'intégration des TIC n'est pas à la hauteur de la demande institutionnelle (Loi d'orientation, référentiel des programmes) et l'usage des TIC rencontre une certaine résistance chez les enseignants. Cette résistance n'est pas due seulement à la maîtrise de l'outil informatique que beaucoup d'enseignants ne possèdent pas encore, mais aussi à d'autres facteurs liés à la justification des apports didactiques des TIC dans l'enseignement des mathématiques, à la gestion de la classe, à la conception de situations d'enseignement …

L'imprégnation de la didactique des mathématiques est très apparente dans les programmes d'enseignement et les documents d'accompagnement des deux premiers paliers (le primaire et le collège) mais moins dans ceux du secondaire. Les compétences liées à la résolution de problèmes occupent une place importante dans les apprentissages et ce, pour tous les niveaux. ***C'est par la résolution de problèmes que les programmes de mathématiques aspirent à concrétiser les ruptures et les changements.***

Les manuels scolaires

Pour chaque programme d'enseignement, on trouve un manuel scolaire unique pour l'ensemble du territoire national. La qualité de ces manuels diffère d'un manuel à un autre, elle est tributaire de la formation des auteurs et à la lecture qu'ils se font des programmes.

A tous les niveaux, les enseignants s'attachent beaucoup à ces manuels au point de les substituer aux programmes officiels.

Exemples : Manuels de mathématiques : 1AP ; 1AM ; 1AS

Les examens scolaires

Exemple : baccalauréat, série Sciences expérimentales.
Durée : 3 heures
Coefficient : 5

On propose aux candidats deux sujets au choix avec ½ heure de plus sur la durée de l'épreuve.

Pour la conception de sujets, on lit dans les recommandations du guide (ONEC) que chacun des deux sujets doit comporter trois à cinq exercices indépendants les uns des autres, notés chacun sur 3 à 10 points . Ils abordent une grande partie du programme de mathématiques. Et il est précisé que la situation d'intégration n'est pas au menu.

Vu l'impact de l'examen sur les élèves et les enseignants, pour l'élaboration de l'épreuve de mathématiques, tout en gardant une difficulté modérée des épreuves, une réflexion s'impose quant à l'intérêt des deux sujets au choix et les possibilités d'élargir le champ et le niveau de l'évaluation pour couvrir plus de connaissances des programmes et plus d'objectifs comme mettre en œuvre une recherche de manière autonome, mener des raisonnements, utilisation des TIC , …

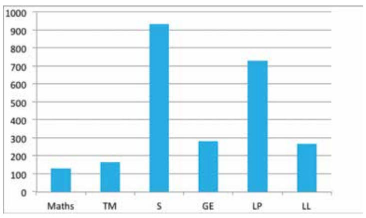
L'orientation

A la fin de la classe de l'enseignement de base, les élèves qui passent au lycée sont orientés suivant deux blocs, soit en tronc commun sciences et technologie, soit en tronc commun lettres et sciences humaines.

A la fin de la première année du lycée, l'élève qui passe en deuxième année, doit choisir ou est orienté vers les filières : Mathématiques ; Techniques Mathématiques avec quatre options ; Sciences expérimentales ; Gestion et Economie pour le premier bloc, vers les filières : Lettres et philosophie ou Lettres et Langues étrangères pour le deuxième bloc.

Dans ce qui suit et en absence de statistiques officielles, nous allons nous intéresser à l'engouement des élèves pour la filière Mathématiques sur une circonscription composée généralement de 17 établissements de l'enseignement secondaire d'une wilaya.

Filières	Nombre de groupes pédagogiques	Nombre d'élèves
Mathématiques	9	128
T.M	13	163
S	30	935
G.E	9	282
L. et philosophie	23	728
L. et langues étrangères	10	266



Moins de 5% des élèves sont orientés en classes mathématiques.

Pourquoi les élèves désertent-ils la filière Mathématiques ?

Les causes sont diverses : L'orientation post-baccalauréat, charge de travail, difficultés liées à la matière ; mais nombreux sont ceux qui estiment que les méthodes d'enseignement et ceux qui les prodiguent sont en cause.

Quelles solutions ?

- Création d'établissements spécialisés (exemple, lycée de Mathématiques)
- Faire connaître auprès des élèves les débouchés possibles pour les mathématiques : enseignement et recherche, industrie, environnement, finances, santé, …
- Elaborer des programmes d'enseignement motivants;
- Assurer la formation des enseignants tout au long de la vie professionnelle.

Pratiques de classe, rendement des élèves et évaluation

A chaque mise en place d'un nouveau programme, des journées d'informations sont organisées et des formations sont menées à différents niveaux par des inspecteurs. L'essentiel des contenus de ces formations portait, au début de la réforme, sur le discours théorique relevant de l'approche par compétences.

En absence d'une formation continue en mesure de rompre avec les pratiques anciennes et de mener les enseignants et les élèves au niveau des aspirations des programmes, ces derniers continuent à dispenser un enseignement-apprentissage guidé essentiellement par les examens scolaires et par le souci majeur de terminer les programmes à temps.

L'évaluation continue à être envisagée dans sa version sommative et socialement certificative, et non pas comme un processus intégré de régulation de l'enseignement. La pratique de l'évaluation se résume à vérifier séparément des acquis : la connaissance d'une règle, d'une formule, d'un savoir indispensable à la progression de la notion à chaque période de l'année scolaire plutôt que d'assurer la transformation d'informations et de savoirs en connaissances viables et transférables. Les résultats sont alors gérés par des logiciels qui décideront de l'avenir des élèves !

En absence d'évaluations nationales des acquis des élèves à des moments clefs de leur scolarité, il est difficile d'avoir un regard rétrospectif sur les réalisations de l'élève pendant le temps alloué aux apprentissages et un regard prospectif sur les évolutions des ces mêmes apprentissages.

Ces évaluations, avec comme objectifs de mettre en œuvre des démarches pédagogiques appropriées ; renforcer les compétences des élèves là où elles sont insuffisantes ; prévoir des dispositifs d'aide et de soutien et d'informer les parents , peuvent prendre différentes formes :

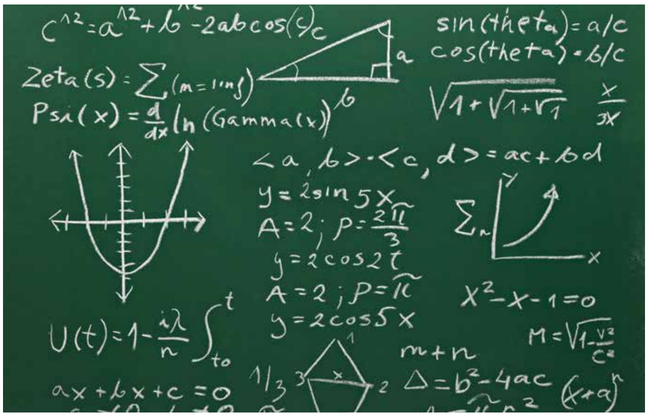
- **Évaluations diagnostiques** : Pour mesurer les réussites et les difficultés éventuelles de chaque élève ;
- **Évaluations bilans** : Pour mesurer les résultats du système éducatif et leur évolution ;
- **Évaluations internationales** : Pour se situer par rapport à d'autres systèmes éducatifs.

Et avec plus de transparence et une large diffusion des résultats, ces évaluations pourront faire l'objet d'une exploitation au niveau des classes en offrant aux enseignants des situations d' évaluation permettant de situer chaque élève dans son parcours d'apprentissage et à l'institution des mesures des résultats et des analyses du système éducatif.

Les besoins en formation

Le constat dressé de l'enseignement des mathématiques impose une nouvelle vision de la formation des enseignants. Cette formation doit permettre aux enseignants de :

- Se former aux outils nécessaires à une meilleure lecture des programmes et la prise en main des propositions d'enseignement dével-



oppées par les programmes et les documents d'accompagnement;

■Apprendre à élaborer des activités d'apprentissage appuyées sur des outils de la théorie didactique, à les expérimenter et les analyser afin de les développer.

Comment ce savoir mathématique s'est-il construit ?
Quelles sont les attentes de la société par rapport à ce savoir ?
Comment sont élaborés les programmes ? les manuels scolaires ?
Quels rôles pour l'enseignant et pour l'élève ?
Comment l'élève apprend les mathématiques ?
Comment organiser et conduire un enseignement/ apprentissage ?
…

Ces questions montrent qu'une formation axée exclusivement sur le savoir mathématique ne saurait être suffisante pour bien rendre compte de la complexité de l'enseignement des mathématiques.

C'est au travers d'une formation autour des apports de la didactique des mathématiques que l'enseignant pourra trouver ou donner des réponses à ce type de questions.

Comme il est nécessaire d'intégrer une part d'informatique dans la formation des enseignants de mathématiques. Cette formation ne doit pas se limiter à l'apprentissage des techniques, mais elle doit expliquer et justifier les apports didactiques de ces outils dans les apprentissages.

En plus des dispositifs pour la formation initiale et continue des enseignants, l'institution doit :

- Encourager, par attribution de moyens spécifiques, la création d'espace pouvant recevoir les productions de documents à l'intention des enseignants de mathématiques ;
- Encourager la recherche en impliquant davantage l'université.

■Enfin, pour conclure, je propose des exemples de thèmes pour la formation des enseignants de mathématiques :

<table>
<tr><td rowspan="3">Enseignement primaire</td><td rowspan="9">■ Les profils
■ Outils de la didactiques des mathématiques
■ Pratiques de l'évaluation
■ Résolution de problèmes
■ Intégration des TIC
■ Pédagogie d'intégration
■ Aide et soutien scolaire
■ Analyse des programmes et des manuels
■ Les articulations (Primaire-collège-lycée-sup.)
■ Elaboration de sujets d'examens
■ …</td><td>Nombres et calcul</td><td>■ Construction du sens du nombre
■ Les décimaux
■ Place de la résolution de problèmes</td></tr>
<tr><td>Géométrie</td><td>■ Types de problèmes
■ Niveaux de géométrie
■ Les solides</td></tr>
<tr><td>Grandeurs et mesure</td><td>■ L'approche statistique des probabilités.</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Enseignement moyen</td><td>Nombres et calcul</td><td>■ Les décimaux
■ Les nombres relatifs
■ Place de la résolution de problèmes</td></tr>
<tr><td>Proportionnalité</td><td>■ Aspects de la proportionnalité
■ Procédures</td></tr>
<tr><td>Calcul littéral</td><td>■ Introduction des lettres
■ Production de formules
■ Statut de la lettre
■ Statut du signe =
■ Equations</td></tr>
<tr><td>Géométrie</td><td>■ Types de problèmes
■ Niveaux de géométrie
■ Les transformations ponctuelles
■ La géométrie dans l'espace</td></tr>
<tr><td>Raisonnement et démonstration</td><td>■ Apprentissages spécifiques
■ Progression des apprentissages</td></tr>
<tr><td>Enseignement secondaire</td><td colspan="2">■ Les mathématiques et les autres disciplines
■ La démarche statistique
■ Terminologie et logique
■ Raisonnement et démonstration
■ Modélisation
■ Intégration des TIC
■ Introduction de concepts comme outils à résoudre des problèmes.
■ Histoire des mathématiques
■ Les mathématiques pour les classes lettre et GE
■ Cohérence des programmes avec les attentes de l'université
■ …</td></tr>
</table>

Le calcul numérique dans l'enseignement moyen

M. Nédjadi MESSEGUEM,
Directeur de l'Education de la wilaya de Tlemcen,
Ex inspecteur de mathématiques des collèges,

L'objectif prioritaire est que les connaissances numériques des élèves soient opératoires, mises au service des problèmes qui traitent des situations mathématiques ou empruntées à l'environnement social ou à d'autres disciplines (physique technologie, biologie, …).

Trois moyens de calcul sont cités au niveau du document des programmes de l'enseignement moyen de mathématiques : le calcul mental, le calcul écrit (techniques opératoires) et le calcul instrumenté (utilisation d'une calculatrice, d'un ordinateur). Dans la vie courante, comme dans la vie professionnelle, le calcul instrumenté a largement remplacé le calcul écrit. Ce qui amène nécessairement à repenser les objectifs de l'enseignement du calcul.

L'objectif de cet article est d'analyser la compétence liée au calcul en délimitant le champ du calcul mental, du calcul écrit et du calcul instrumenté. Il s'agit aussi de déterminer la place du raisonnement dans les activités calculatoires.

1-Le calcul et le raisonnement

Le calcul est opposé au raisonnement au niveau des démarches de pensée qu'il met en œuvre ainsi que dans les formes d'apprentissage qu'il exige. Le calcul renvoie à une activité mécanique, automatisable. Son apprentissage renvoie à l'idée d'entraînement purement répétitif.

Ce qui fait la puissance des mathématiques, ce n'est pas seulement les calculs, c'est aussi que le calcul puisse s'écrire sous forme d'algorithmes.

Ceux-ci sont l'aboutissement d'un processus où le raisonnement occupe une place prépondérante, processus qui conduit à substituer une activité routinière à une activité d'abord réfléchie.

Le raisonnement intervient pour rendre des situations accessibles au calcul par un travail de mathématisation en privilégiant certaines caractéristiques des nombres et de leurs propriétés.

Pour calculer l'aire d'une surface complexe, il peut être utile de la décomposer en surfaces dont on sait facilement déterminer l'aire (en triangles par exemple). Si les nombres et le calcul sont des objets d'études pour les programmes, ils interviennent aussi comme outils pour traiter des situations de la vie courante ou dans d'autres disciplines.

C'est aussi apprendre à traiter des calculs, de façon automatisée ou raisonnée, pour aboutir à un résultat exact ou approché. C'est aussi apprendre à programmer un calcul pour le rendre exécutable par soi-même ou par une machine (calculatrice, ordinateur). Ainsi, l'activité de raisonnement est activement présente au niveau de l'activité calculatoire. Cette activité doit être prise en charge de façon explicite au moment des apprentissages et ne pas être laissée à la charge de l'apprenant.

2- les différents aspects du calcul

2-1 Le calcul mental

Une bonne maîtrise du calcul mental est une priorité pour diverses raisons :

- Chaque fois que le recours à un calcul posé ou à un instrument n'est pas nécessaire, il demeure indispensable de savoir calculer pour obtenir rapidement un résultat exact dans des cas simples ou un résultat approché dans d'autres cas. Il s'agit de mettre en place des moyens efficaces de calcul, même si l'usage de la calculatrice est de plus en plus répandu.

- Sans une disponibilité suffisante et rapide des résultats des tables c'est-à-dire des résultats mémorisés, il n'y a pas d'accès possible aux techniques opératoires (tables de multiplication, carrés des premiers naturels et de quelques autres nombres usuels) ou obtenus mentalement en recourant à des procédures automatisées (multiplication et division par 10,100,1000, 0.1, 0.01, 0.001,règles de calcul des relatifs, $\sqrt{a} \times \sqrt{b}=\sqrt{ab}$ à titre d'exemple) aucun calcul écrit ne peut être effectué. Un élève peut être en difficulté pour écrire $\sqrt{20}=2\sqrt{5}$, non pas parce qu'il ne sait pas que dans le cas où les nombres sont positifs : $\sqrt{ab}=\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ et=a mais parce qu'il est dans l'incapacité de décomposer 20 en un produit d'un nombre par un carré.

- Le calcul mental permet de contrôler un résultat obtenu par un autre moyen de calcul. Pour déterminer un ordre de grandeur d'une somme, produit ou d'un quotient, il faut commencer par décider de la précision voulue et en fonction de cela faire le choix des arrondis des nombres qui interviennent dans le calcul. Pour évaluer un ordre de grandeur de 2065.58+342.85 une précision de l'ordre de la centaine peut être suffisante. Il est alors possible d'arrondir à 2050 + 350 ou encore à 2100 +300 en cherchant à compenser une valeur prise par excès par une valeur par défaut.

Actuellement l'acquisition de ces compétences est souvent laissée à la charge des élèves, alors que, en ce domaine, l'enseignement des mathématiques doit intégrer efficacement cet objectif.

2-2 le calcul mental réfléchi

Sa pratique nécessite la mise en œuvre de relations entre calcul et raisonnement d'où l'expression de calcul raisonné. Il nécessite l'élaboration de stratégies personnelles de calcul. Il met en jeu l'initiative, le raisonnement et des connaissances (explicites ou non) sur la numération et les propriétés des opérations. Le calcul réfléchi consiste souvent à rendre un calcul plus simple, en procédant par étapes plus nombreuses, mais en s'appuyant sur des résultats immédiatement disponibles. Le calcul réfléchi s'oppose au calcul automatisé en cela que les procédures construites sont avant tout personnelles et doivent être choisies en tenant compte des particularités des nombres en présence.

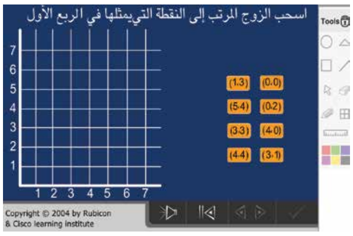
Donnons un exemple : en classe de 1ière année moyenne il suffit de connaître que le quotient ne change pas quand on multiplie numérateur et dénominateur par un même nombre (a/0.1=ax10/0.1x10=ax10). En classe de 3ième année moyenne, il faut savoir que a : 0.1=ax1/0.1=ax10.

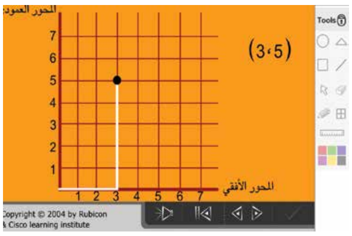
Il n'est nul besoin de mémoriser la règle de la division par 0.1, l'utilisation de connaissances et procédures mémorisées y supplée avantageusement.

2-3 Le calcul écrit

L'élève, pour conduire un calcul papier-crayon et produire un résultat mobilise ses connaissances qui lui permettent d'accéder directement au résultat et ceci en l'absence d'un algorithme ou en l'absence d'instrument de calcul.

Dans la conduite d'un calcul effectué mentalement, l'écrit est utilisé pour garder la trace d'un résultat intermédiaire et ainsi alléger le travail de mémorisation. L'exemple emblématique en est la technique écrite de la division, avec ou sans les





soustractions intermédiaires, qui exige de nombreux traitements mentaux. Un déficit de maîtrise dans le domaine du calcul mental fragilise l'apprentissage des techniques écrites.

En classe de 1ière année moyenne il est possible à un élève de s'appuyer sur la propriété de l'égalité des écritures fractionnaires : 7.045/5.24=7045/5240 ou 7.045/5.24=704.5/524, se ramenant ainsi au calcul d'un quotient décimal qu'il sait conduire et qui consiste à rendre le diviseur entier en déplaçant la virgule d'autant de rangs au dividende qu'au diviseur.

En classe de 4ième année moyenne, un élève peut par exemple déterminer une valeur approchée de $\sqrt{1835}$ en utilisant, la propriété suivante : deux nombres positifs sont dans le même ordre que leurs carrés.

Ainsi 1600<1835<2500 et $40<\sqrt{1835}<50$. Il peut poursuivre sa recherche en procédant par des essais multiplicatifs successifs : calcul de, 422, 42.52 ,42.6^2, 42.7^2, 42.8^2

2-4 Le calcul instrumenté

L'apprentissage des différentes fonctionnalités d'une calculatrice, ne doit pas être laissé à la charge des élèves, il doit être intégré au cours de mathématiques.

Comme tout outil, la calculatrice doit être utilisée à bon escient et l'élève doit être à même d'exercer un contrôle sur le résultat obtenu, ce qui n'est possible que s'il a construit des compétences suffisantes en calcul mental.

En libérant les élèves des calculs fastidieux, le calcul assisté par une calculatrice, leur permet de focaliser leur attention sur l'élaboration, la mise en œuvre et le contrôle d'une stratégie de résolution de problèmes.

Dans le cas de l'exploration d'un phénomène numérique, il permet d'arriver rapidement à la formation de conjectures qui doivent être ensuite validées.

Ainsi, pour effectuer le calcul de 8.47+5.4/9, il est nécessaire de savoir qu'il faut commencer par effectuer 8.47+5.4 et que, pour qu'une calculatrice qui intègre les priorités opératoires commence par effectuer cette somme, il faut recourir à l'utilisation de parenthèses (8.47+5.4) :9.

3- Apprendre à calculer nécessite de travailler différentes compétences

3-1 connaître et comprendre les différentes situations qu'une opération permet de résoudre efficacement (c'est à dire le sens des opérations).

3-2 maîtriser les désignations symboliques relevant du domaine des nombres (leurs écritures, les signes opératoires), leurs syntaxes (les parenthèses, les priorités opératoires), ainsi que les propriétés qui autorisent les transformations sur ces écritures.

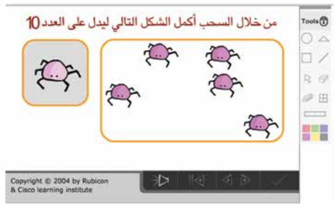
3-3 acquérir une maîtrise des techniques de calcul, pour ne pas être à la merci d'une machine. La maîtrise complète d'une technique nécessite que l'étude de celle-ci soit orientée vers sa compréhension et sa justification (par exemple les opérations posées).

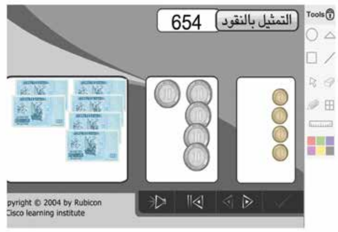
▶ Quelques objectifs du calcul automatisé à maîtriser en 1ière année moyenne

Connaître les équivalences et les relations d›écriture ;
donner ou reconnaître une écriture fractionnaire d›un entier simple ;
écrire une fraction simple sous la forme de la somme d›un entier et d›une fraction inférieure à 1 ;
comparer un nombre en écriture fractionnaire à 1 ;
comparer deux nombres en écriture fractionnaire de même dénominateur ou de même numérateur ;
multiplier, diviser un nombre entier ou décimal par 10 ; 100 ; 1000 ;
multiplier un nombre entier ou décimal par 0,1 ; 0,01 ; 0,001 ;
donner la valeur approchée décimale (par excès ou par défaut) d›un décimal à l›unité, au dixième, au centième près ;
reconnaître si un nombre entier est divisible par 2, 3, 4, 5 et 9 en utilisant les critères de divisibilité ;
multiplier et diviser un nombre entier par 5 ;
connaître les écritures, décimale et fractionnaire, des pourcentages suivants : 5%, 10%, 50%, 25%, 75% ;
connaître les équivalences de proche en proche entre deux unités pour les mesures de longueur, de masse, de contenance et d›aire et de volume ;
connaître quelques équivalences telles que : 1m = 100cm, 1km = 1000m, 1m = 1000mm, 1kg = 1000g ;
reconnaître dans des cas simples que deux écritures fractionnaires sont celles d›un même nombre ;
multiplier un nombre entier ou décimal simple par un nombre en écriture fractionnaire ;
prendre une fraction simple d›une quantité.

▶ Quelques objectifs du calcul réfléchi pour 2ième année moyenne

développer une expression simple où les coefficients sont entiers comme 5(x + 1), 5(3x + 4) ;
multiplier un nombre positif par 0,25 ; par 0,5 en utilisant l'écriture fractionnaire ;
factoriser une expression simple où les coefficients sont entiers comme 2x + 2y, 6x + 12 ;
effectuer la somme de deux nombres simples en écriture fractionnaire dont l'un des dénominateurs est multiple de l'autre ;
réduire au même dénominateur deux nombres simples en écriture fractionnaire ;
utiliser les expressions fractionnaires correspondantes pour calculer 10%, 25%, 50% d›une quantité ;
calculer un pourcentage dans des cas où les nombres sont des entiers ou des décimaux simples et le rapport entre les nombres est simple ;
effectuer la somme de deux décimaux relatifs simples (avec un chiffre à la partie décimale) ;
effectuer la différence de deux nombres relatifs simples ;
calculer des sommes algébriques simples où interviennent des entiers relatifs ;
calculer des sommes algébriques simples où interviennent des entiers relatifs ou des décimaux relatifs simples, en rapprochant des termes « qui vont bien ensemble » ;
utiliser les correspondances entre unités de longueur pour traduire l›information donnée par une échelle sous forme facilement exploitable comme par exemple pour une échelle représente 2 km et inversement;
utiliser les équivalences entre unités de volume pour effectuer des changements d›unités de mesure ;
utiliser l›équivalence 1L =1 dm3 et la connaissance des correspondances entre unités de volume d›une part, et de contenance d›autre part, pour effectuer des changements d›unités de mesure, par exemple exprimer en cm3 une mesure donnée en cL.





Bibliographie

Programmes de mathématiques de l'enseignement moyen, direction de l'enseignement fondamental, juin 2013.

Mathématiques collèges, document d'accompagnement, Ministère de l'éducation nationale Française, 2009.

Gérard Vergnaud, Difficultés conceptuelles dans l'apprentissage des mathématiques, CNES PARIS, 1990.

Raisonnement et démonstration dans l'enseignement moyen

Nédjadi MESSEGUEM,
Directeur de l'Education de la wilaya de Tlemcen
Ex inspecteur de mathématiques des collèges

Le raisonnement mathématique

Un des objectifs de l'enseignement des mathématiques dès l'école primaire, est le développement des qualités logiques et d'aptitude au raisonnement. Pour cela, il y a lieu de mettre l'élève en situation de recherche personnelle, d'instaurer le débat mathématique en classe à l'occasion de la résolution de problèmes. Le débat permet d'examiner et de confronter les hypothèses, les méthodes et les solutions.

Ce que dit le programme de mathématiques de l'enseignement moyen :

1. L'introduction du programme de mathématiques dans l'enseignement moyen(collège) décrit deux étapes dans le raisonnement mathématique :

- la première est la recherche et la production d'une preuve, et qui est la phase la plus délicate ;
- la seconde consistant à mettre en forme la preuve, et doit donner lieu à la rédaction d'un texte cohérent utilisant les connecteurs logiques acquis et développés en langues sans exagérer sur le plan de la forme.

2. La nécessité de structurer l'activité des élèves autour de la résolution de problèmes est affirmée dans l'introduction générale des programmes pour les trois cycles et aussi pour l'ensemble des matières. Le programme de mathématiques du cycle moyen accorde une place centrale à la résolution de problèmes. La résolution de problème met en œuvre la méthode d'investigation dans le champ des mathématiques.

La résolution de problèmes en mathématiques recouvre plusieurs activités qui, toutes, s'appuient sur le raisonnement de l'élève.

Ces activités souvent imbriquées peuvent se résumer en quatre compétences transversales (valables pour l'ensemble des disciplines) et citées par les programmes :

- Lire interpréter et organiser l'information ;
- S'engager dans une démarche de recherche et d'investigation ;
- Mettre en relation les connaissances acquises, les techniques et les outils adéquats pour produire une preuve ;
- Communiquer par des moyens variés et adapter la solution du problème sous forme d'un texte structuré non formalisé.

Il est, en effet, important de ménager une progressivité dans l'apprentissage de la démonstration et de faire une large part au raisonnement, enjeu principal de la formation mathématique en général et au collège en particulier. La question de la preuve occupe une place importante en mathématiques. La pratique de l'argumentation pour convaincre de la validité d'une proposition a commencé dès l'école primaire et se poursuit dans le moyen pour faire accéder l'élève à la démonstration. La préoccupation de prouver et de démontrer ne doit pas se fixer uniquement dans le domaine géométrique. Il est impératif de travailler la preuve et la démonstration au niveau du calcul numérique et du calcul littéral.

En effet, le programme distingue le raisonnement (constitué de la recherche, de la découverte et de la production d'une preuve) de la démonstration formalisée (texte structuré sous forme déductive de ce raisonnement).

1. La démarche d'investigation : un moment crucial dans l'aboutissement du raisonnement.

Lorsqu'on demande de démontrer à un élève, on lui demande de s'engager au préalable dans une phase d'investigation pendant laquelle la démarche est essentiellement inductive (tâtonnements et essais sur des cas particuliers). Une des difficultés majeures pour le professeur va donc consister à faire vivre dans la classe des moments où il va faire pratiquer à ses élèves des raisonnements inductifs (notamment pour expliquer comment on trouve des résultats).

Dans le domaine scientifique, la démarche d'investigation occupe une place essentielle. En mathématiques, elle trouve véritablement sa place dans la résolution de problèmes et doit donner l'occasion, par sa mise en œuvre, d'acquérir ou de consolider des compétences pour concevoir ou utiliser un raisonnement.

2. Place du raisonnement dans cette démarche :

Les élèves sont amenés à raisonner en alternant :

a. Des temps de recherches individuelles laissant une certaine autonomie à l'élève qui doit choisir des directions, émettre des hypothèses (en mathématiques c'est faire des conjectures), faire des essais avec des allers-retours possibles. Le professeur observe la progression des élèves, peut échanger avec quelques-uns pour ne pas les laisser en situation de blocage ou éviter qu'ils se dirigent trop longtemps sur une voie sans issue, et surtout repère tous les éléments qui lui permettront de gérer la réflexion collective ;

b. Des temps d'échanges oraux permettent aux élèves de proposer leurs idées, de les argumenter de les justifier, de valider ou de rejeter les propositions de leurs camarades.

De nombreux types de raisonnement peuvent être mis en œuvre :

- le raisonnement par induction y est présent puisque, dans une activité d'investigation la démarche à suivre n'est pas suggérée par l'énoncé. Le raisonnement inductif fonctionne selon un schéma logique précis :

« Constatant que dans les exemples où (A est vraie), alors (B est vraie), je présume que (A implique B) est vraie ».

Le raisonnement inductif prend toute sa place en mathématiques dans la phase de recherche, en particulier sous la forme du schéma explicatif dans le raisonnement par chainage arrière – essentiel en géométrie.

De l'étude de plusieurs exemples concordants (et si possible représentatifs) on déduit, par présomption, une propriété générale.

Dans la phase de recherche, cela conduirait à se poser la question de ce qu'il suffirait d'avoir pour emporter la conclusion.

En mathématiques, le raisonnement inductif ne se conçoit, en général, que comme une première étape, conduisant à une conjecture. Il restera ensuite, par un raisonnement déductif, à démontrer la véracité de cette conjecture.

Il peut être aussi déductif. Le raisonnement déductif fonctionne selon le schéma classique :

« Sachant que (A est vraie) et (A implique B) est vraie, je déduis que (B est vraie) »

A partir de propriétés reconnues comme vraies, par enchainement logique, on déduit une propriété.

Par l'absurde, admettons que nous ayons à démontrer une proposition p. La démarche consiste à montrer que l'hypothèse non p (c'est-à-dire que p est fausse) mène à une contradiction logique. Ainsi p ne peut pas être fausse et doit être donc vraie.

Cependant, il est important que la mise en œuvre orale ou écrite, ne soit pas gênée par un formalisme prématuré.

La rédaction et la mise en forme d'une preuve doivent être travaillées collectivement, avec l'aide du professeur et être présentées comme une façon convaincante de communiquer un raisonnement aussi bien à l'oral que par écrit en puisant dans les compétences acquises en langues notamment parmi celles relatives aux textes argumentatifs.

3. Mise en place d'une preuve argumentée :

Ce travail inclus dans une séquence d'enseignement, est suivi d'un temps de synthèse identifiant clairement les points à retenir puis d'une institutionnalisation des acquis de (savoir-faire, démarches) et de leur mise en œuvre en fin de séance.

En revanche, une fois la preuve trouvée, seul le raisonnement déductif est utilisé dans la phase de mise en forme. En fait, pour l'élève, la difficulté est double :

- Il faut passer d'un raisonnement inductif à un raisonnement déductif pour établir la preuve ;
- Il faut ensuite mettre en forme ce raisonnement déductif pour en faire une démonstration, c'est-à-dire, une preuve communicable.

1. Exemple, à partir de la 3ième année moyenne :

Deux points A et B étant donnés déterminer l'ensemble de tous les points C tel que le triangle ABC soit un triangle en C.

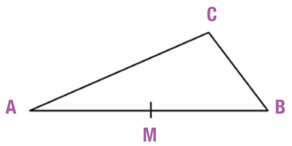
Première expérimentation : tracé d'un certain nombre de points avec une équerre (l'élève est amené à raisonner pour faire sa construction).

Observation : cela semble être un cercle. Mais quel est son centre ?

Émission d'une conjecture : l'ensemble des points est le cercle de diamètre [AB].

Vérification expérimentale avec une règle graduée et un compas : la distance du milieu de [AB] aux points tracés est-elle égale à la moitié de AB ?

Justification :



Qu'est-ce qui permet de monter que C est

Sur le cercle de centre M et de diamètre [AB]

(Privé des deux points A et B) ?

La diagonale d'un rectangle ?

Des triangles isocèles (grâce aux angles) ?

Les médiatrices des côtés de l'angle droit ? Et réciproquement ?

Raisonnements par induction puis par déduction

Quelle que soit la méthode choisie, la rédaction de la preuve peut être visée, mais seulement dans un second temps.

Ce qu'il faut aussi retenir à propos du raisonnement :

- Raisonner en mathématiques, ce n'est pas seulement pratiquer le raisonnement déductif.
- Un raisonnement déductif peut être considéré comme complet au cycle moyen même s'il n'a pas une mise en forme canonique.

2. D'autres exemples pour raisonner :

Règles de raisonnement à faire fonctionner au 3ième palier :

1) Un contre exemple suffit pour invalider un énoncé

Ex : est-ce-que la somme de deux fractions est une fraction dont le numérateur est la somme des numérateurs et dont le dénominateur est la somme des dénominateurs

2) Des exemples ne suffisent pas à vérifier qu'un énoncé est vrai

Ex : si on multiplie un nombre par lui-même, on obtient un nombre plus grand que le nombre choisi au départ.

3) par exhaustivité des cas.

En conclusion :

Comment développer et faire évoluer tout au long du 3ième palier les compétences des élèves relatives au raisonnement ?

1. Du côté des élèves :

- En leur donnant suffisamment des occasions de développer une démarche d'investigation ;
- En leur permettant de débattre oralement lors de la présentation des solutions d'exercices ;
- En communicant par écrit les résultats de la recherche.

2. Du côté des enseignants :

- En travaillant sur les conjectures et sur les preuves ;
- En faisant découvrir les implicites des textes par l'analyse du contenu et du lexique ;
- En reconstituant des énoncés de problèmes à partir d'un schéma, d'un dessin ;
- En s'exerçant sur des raisonnements inachevés, sur des résultats intermédiaires.

Comment évaluer le raisonnement ?

Utiliser comme critères d'évaluation, les éléments des compétences de la résolution de problèmes ;

- Lire, interpréter et organiser l'information sous-jacentes aux énoncés de problèmes ;
- S'engager dans une démarche de recherche et d'investigation pour produire des conjectures ;
- Produire une preuve en mobilisant les connaissances nécessaires, les outils et les techniques adéquats ;
- Communiquer la solution du problème en recourant à des moyens adaptés non formalisés.

BIBLIOGRAPHIE :

1- Programmes de mathématiques du 3ième palier, direction de l'enseignement fondamental, juin 2013.

2- Raisonnement et démonstration au collège, Académie de Toulouse, avril 2009.

3- Jean Houdebine, L'apprentissage de la démonstration, Cahiers Pédagogiques n°316, 1993.

Les TIC: des outils de choix au service de l'enseignement et de l'apprentissage

Ahmed BENSAADA,
Ph.D. en physique de l'université de Montréal (Canada)
http://www.ahmedbensaada.com/

Lorsque les TIC (Technologies de l'Information et de la Communication) ont fait leur apparition dans le monde de l'éducation – elles étaient alors affublées de l'épithète « nouvelles »–, nombre d'enseignants leur prédisaient le même sort que l'audiovisuel, c'est-à-dire celui de gadgets voués à l'obsolescence à plus ou moins moyen terme. Mais, bien au contraire, l'essor fulgurant de l'informatique et la diversification de ses applications grand public n'a fait que renforcer la présence voire la prolifération de ces technologies dans les écoles à travers le monde.

Et les chiffres sont édifiants. Selon l'UIT (Union Internationale des Télécommunications), le nombre d'internautes dans le monde est passé de 16 millions en 1995 à plus d'un milliard en 2005. En 2013, il dépasse les 2,7 milliards, soit environ les 2/5 de la population mondiale. Cette même source indique que le taux de pénétration de l'Internet dans les ménages dans le monde ne cesse d'augmenter et devrait atteindre les 41% à la fin de cette année avec une grande disparité entre les pays développés (80%) et ceux en voie de développement (28%)[1] .

Les ventes des ordinateurs, des tablettes électroniques, des téléphones intelligents et autres dispositifs électroniques ont atteint des chiffres astronomiques. La popularité des réseaux sociaux, la facilité d'accès aux sites de partage de l'information et la rapidité croissante dans le domaine des communications ont changé notre façon d'appréhender le monde et d'être en relation avec autrui.

Progressivement, nos classes se remplissent de cette génération d'élèves qu'on appelle les «digital natives» (en français : natif numérique, numérien ou digiborigène) qui sont des personnes nées pendant ou après l'introduction générale des TIC, qui ont grandi avec elles, qui les ont intégrées dans leur style de vie et qui ont si bien interagi avec elles à un âge précoce, qui ont une meilleure compréhension des concepts qui les sous-tendent.

Dès 2001, Marc Prensky, inventeur du terme « digital natives », déclarait que « *nos élèves ont radicalement changé. Les étudiants d'aujourd'hui ne sont plus les personnes pour qui notre système éducatif a été conçu pour enseigner* »[2] .

Il faut se rendre à l'évidence : les TIC ne sont ni une mode passagère, ni une curiosité technologique. Elles sont là pour rester dans nos vies et notre école doit non seulement s'y adapter, mais, surtout, utiliser ses capacités pour en faire un outil efficace et performant au service de l'acte d'enseigner.

Les TIC et la réussite scolaire

La question essentielle qui se pose est celle de savoir si l'utilisation des TIC a un impact positif sur l'apprentissage des élèves et si elle peut améliorer leurs résultats scolaires.

De nombreuses études se sont intéressées à ce sujet. L'une d'entre elles, menée par l'OCDE (Organisation

de coopération et de développement économiques) en marge des résultats du programme PISA 2003 (Programme international pour le suivi des acquis des élèves) est très instructive à ce sujet[3] . Elle a montré que « les élèves qui utilisent régulièrement un ordinateur obtiennent en général de meilleurs résultats dans les matières clés que ceux qui n'ont qu'une expérience limitée de l'informatique ou manquent de confiance pour exécuter des tâches élémentaires avec un ordinateur ».

Ce résultat est encore plus flagrant en mathématiques: « Les élèves qui utilisent un ordinateur depuis plusieurs années ont pour la plupart des résultats supérieurs à la moyenne. En revanche, ceux qui n'ont pas accès à un ordinateur ou n'en utilisent un que depuis peu de temps ont tendance à être en retard par rapport au niveau de leur année d'étude ».

De leur côté, une équipe de chercheurs de l'Université de Californie à Santa Cruz (UCSC), a montré dans un article publié en 2006 que les adolescents qui ont un accès à un ordinateur à la maison ont une probabilité plus grande d'obtenir leurs diplôme d'études secondaires que ceux qui n'en ont pas[4].

Plus généralement, ces chercheurs ont trouvé une relation positive entre les ordinateurs personnels et les résultats scolaires.

Une équipe de chercheurs québécois s'est, quant à elle, intéressée à l'impact des TIC sur la réussite éducative des garçons à risque provenant de milieux défavorisés. Leur recherche a mis en exergue l'importance de favoriser un usage pédagogique des TIC auprès de cette catégorie d'élèves. Ils ont ainsi recommandé aux acteurs de l'éducation de « profiter de l'engouement des jeunes pour les TIC pour favoriser leur réussite éducative, voire faire des TIC le Cheval de Troie de la réussite éducative en milieu défavorisé »[5] .

Bien qu'il existe des études qui relativisent l'impact des TIC dans l'enseignement, tous les spécialistes s'entendent cependant pour dire que l'ordinateur à l'école ne doit pas être vu comme un simple outil technologique, mais intégré dans une pédagogie qui utilise intelligemment et efficacement les forces des TIC afin de les mettre au service des apprentissages des élèves.

Les TIC et l'approche par compétence

Les programmes de formation développés selon une approche par compétence consacrent une place de choix aux TIC. Ainsi, au Québec, le nouveau programme de formation de l'école québécoise a listé parmi ses neuf compétences transversales celle intitulée « Exploiter les technologies de l'information et de la communication ». Dans la description du sens de cette compétence, on peut lire que les TIC « accélèrent l'acquisition et la maîtrise d'un large éventail de compétences transversales et disciplinaires»[6] .

Dans l'article de l'équipe québécoise cité précédemment, cette relation entre l'utilisation des TIC et le développement des compétences a été clairement établie. L'étude montre « clairement l'impact des technologies de l'information et de la communication (TIC) sur la réussite éducative et sur le développement de compétences des élèves, et plus particulièrement des garçons à risque de milieux défavorisés. Parmi les principaux résultats issus des différentes méthodes de collecte de données, on note avant tout un impact marqué de l'usage des TIC sur la motivation des élèves. On remarque aussi un impact sur l'ensemble des compétences transversales, soit les compétences de l'ordre de la communication, les compétences méthodologiques, les compétences liées au développement intellectuel et les compétences d'ordre personnel et social »[7] .

Certains dispositifs pédagogiques utilisant les TIC ont montré leur pertinence dans l'atteinte de nombreuses et différentes compétences disciplinaires et transversales. Citons, à titre d'exemple, le projet « Science Animée » que nous avons conçu en 1999 et qui représente un dispositif spécialement dédié à l'enseignement des sciences pour les élèves du cycle secondaire[8] .

Les TIC et la pédagogie du projet

La pédagogie du projet peut se définir comme une « approche pédagogique dans laquelle l'élève, seul ou au sein d'un groupe, est amené à relever un défi, à exécuter une tâche ou à produire une réalisation, lesquelles activités sont autant de prétextes stimulants pour que l'élève atteigne minimalement un ensemble d'objectifs d'apprentissage »[9]. Cette approche possède des caractéristiques très intéressantes : elle permet à l'élève d'être actif lors de son apprentissage, fait intervenir la coopération et le travail en équipe et favorise l'interdisciplinarité.

La combinaison judicieuse des TIC et de la pédagogie du projet permet d'obtenir des résultats plus que satisfaisants dans le domaine pédagogique. Cela a été remarqué par Stéphane Côté : « les élèves ont clairement souligné l'impact de l'intégration et du réinvestissement des TIC dans le projet. Selon eux, celui-ci n'aurait pas eu un effet aussi stimulant sans les TIC »[10] et Marc Weisser : « si la pédagogie du projet donne un sens aux acquisitions scolaires, les TIC sont l'un des outils à la disposition de la classe pour obtenir une réalisation socialement satisfaisante»[11].

De nombreux dispositifs pédagogiques alliant les TIC à la pédagogie du projet ont vu le jour dès le milieu des années 90. Citons par exemple ceux qui font partie de la plateforme québécoise « Cyberscol»[12], dont « Carrefour atomique » et « Science Animée » (précédemment cité). À noter que ces projets éducatifs ont été proposés à la communauté éducative bien avant l'implantation de la réforme de l'éducation au Québec et la popularisation de l'approche par compétence.

Les TIC et le jumelage pédagogique

Le jumelage pédagogique consiste à associer deux classes (ou deux groupes d'élèves) n'appartenant pas à la même institution en vue de réaliser un projet commun. Ces jumelages peuvent être nationaux ou internationaux et se caractérisent par l'utilisation de la dimension de communication des TIC dans la production conjointe de projets d'élèves géographiquement séparés. Ces élèves peuvent être aussi temporellement séparés si un grand décalage horaire existe entre les deux endroits géographiques ou dans le cas de l'absence d'outils technologiques permettant aux équipes de travailler en temps réel.

Bien que cette approche soit pédagogiquement très intéressante dans la mesure où elle annihile le cadre spatial limité par les murs d'une salle de classe, peu d'enseignants s'y engagent car elle nécessite de gros efforts de prise de contact, d'organisation, de concertation, de préparation, d'adaptation, de suivi, et d'évaluation. Ainsi, le succès d'une telle entreprise n'est pas pleinement garanti car il dépend d'une foule de paramètres dont certains ne sont pas complétement maîtrisables.

C'est pour pallier à un certain nombre de ces difficultés que la Commission européenne a lancé en 2005 le projet « eTwinning » (e-Jumelage) qui implique 33 ministères de l'Éducation européens. Tel que mentionné sur leur site, « l'action eTwinning encourage la coopération pédagogique en Europe par le biais des technologies de l'information et de la communication (TIC) en apportant du soutien, des outils et des services pour faciliter la création de partenariats scolaires à court ou long terme dans n'importe quelle discipline »[13] . La plate-forme « eTwinning » gratuite et sécurisée, permet aux enseignants européens d'entrer en contact, de monter des projets collaboratifs et d'échanger des idées à travers l'Europe. À la date d'écriture de cet article, la communauté virtuelle européenne regroupée autour de cette plateforme était constituée de plus de 220 000 enseignants provenant de quelques 112 044 écoles et le nombre de projets réalisés ou en voie de réalisation dépassait les 30 000.

À ce sujet, Micheline Maurice, experte auprès du bureau « eTwinning » en France a déclaré à juste titre que « l'entrée des TIC à l'école et la mise en œuvre des programmes européens ont provoqué un développement remarquable des projets d'échange à distance. Au travers de ces projets, que l'on nomme aussi partenariats éducatifs, les élèves entrent dans une démarche de travail coopératif et acquièrent les connaissances et les compétences définies par leurs programmes scolaires » [14] .

Malgré d'énormes et incompréhensibles difficultés d'ordre bureaucratique, nous avons réalisé, durant l'année scolaire 2007-2008, un projet de jumelage pédagogique entre des élèves canadiens et algériens[15]. Les élèves algériens provenaient d'un lycée de Sig (Mascara) alors que les canadiens appartenaient à une école secondaire de Montréal. Des équipes regroupant des élèves canadiens et algériens ont travaillé ensemble en langue française sur des projets scientifiques interdisciplinaires communs en utilisant la communication par courriel. Les projets produits par les équipes dans le cadre du dispositif pédagogique « Science Animée » ont été réalisés en deux versions, arabe et française, et les meilleurs d'entre eux ont été publiés sur le site dédié au projet de jumelage[16] .

Maurice résume l'utilisation des TIC dans les projets de jumelage pédagogique en affirmant qu'ils sont « des outils très puissants pour la communication et la production coopérative : les messages envoyés sont reçus immédiatement, des échanges instantanés sont possibles avec les messageries, une réflexion plus structurée peut se développer avec les forums et la créativité des élèves est favorisée avec les outils de création multimédia. Ainsi, les élèves communiquent à des milliers de kilomètres de distance comme s'ils étaient tous assis autour d'une même table ! »[17] .

Les TIC et les outils en classe

C'est tout seul que l'ordinateur fit initialement son entrée en classe. S'ensuivit alors deux importants branchements successifs de cet appareil : tout d'abord à Internet ensuite, à un projecteur multimédia. Pendant ces longues années, toute cette avancée technologique cohabitait avec le bon vieux tableau de classe (noir puis blanc). Ce n'est plus le cas depuis que le tableau numérique interactif (TNI) conquiert inexorablement nos classes.

Comparativement à la projection d'un ordinateur sur un écran, ce nouvel outil présente d'indéniables avantages. Il s'agit d'une installation fixe, facile à mettre en œuvre, qui permet de s'affranchir de la souris au profit d'un stylet ou du doigt et disposant d'outils (via certains logiciels) facilitant l'enseignement. Le TNI est conçu pour les présentations multimédias, la navigation sur Internet, l'enregistrement des cours pour un usage ultérieur ou pour être diffusé sur la toile.

L'équipement des classes en TNI a connu un engouement « politique » dans de nombreux pays et a donc fait l'objet d'investissements massifs.

Bien que l'impact du TNI sur la réussite des élèves n'ait pas été explicitement démontré, de nombreuses recherches montrent que son utilisation dans le cadre scolaire engendre un accroissement significatif de la motivation des élèves ainsi qu'une augmentation de l'appréciation des cours de la part des enseignants et des élèves, par le biais d'une utilisation plus variée et plus dynamique des ressources . [18]

Les TIC et les manuels scolaires

Outre le tableau, les TIC se sont aussi «attaquées» au manuel scolaire. Les maisons d'édition ont fait d'énormes efforts pour présenter des versions numériques de leurs nouveaux ouvrages pédagogiques. Des collections numériques entières sont actuellement disponibles sans pour autant avoir mis fin aux versions papier.

Le manuel numérique est très profitable aussi bien pour les enseignants que pour les élèves. Il peut être présenté à l'ensemble de la classe à l'aide d'un projecteur multimédia ou d'un TNI. Il est possible, entre autres, de zoomer sur des notions importantes, d'annoter le texte, de sauvegarder des signets ou d'utiliser les hyperliens qui y figurent pour enrichir le cours.

Les maisons d'éditions ont créé des sites web auxquels il est possible d'accéder à distance pour consulter ou télécharger diverses ressources comme les guides pédagogiques, les situations s'apprentissage et d'évaluation (SAÉ) ou les grilles d'évaluation des compétences disciplinaires et transversales.

La tablette électronique dont la popularité grand public ne cesse de grandir s'est aussi introduite dans la classe. Les manuels scolaires ainsi que les cahiers d'apprentissage ou d'activités peuvent y être installés via des applications dédiées.

Bien que sa généralisation soit loin d'être atteinte, de plus en plus de classes à travers le monde s'équipent entièrement de tablettes[19] . En plus d'être attrayante, la tablette permet d'alléger considérablement le cartable de l'élève étant donné qu'elle peut contenir tous ses manuels scolaires et bien d'autres outils sous forme numérique.

Comme de plus en plus d'écoles sont actuellement équipées de technologies sans fil, de nouvelles fonctionnalités pédagogiques de la tablette ont été implémentées. Ainsi, dans un tel environnement, lorsqu'une classe est équipée de tablettes et de manuels numériques, chaque élève peut réaliser des activités proposées dans le manuel et l'envoyer par le réseau à l'enseignant et ce, à titre individuel. L'enseignant reçoit les travaux de ses élèves, les commente ou les note et les renvoie à l'élève. Il est évident que cette interactivité surjective entre l'enseignant et l'ensemble des élèves pris individuellement favorise et facilite la différenciation pédagogique.

Cette interaction ou collaboration peut se faire aussi bien entre l'enseignant et l'apprenant ou entre les apprenants eux-mêmes lors de projets collaboratifs à l'aide de la tablette. Cela peut aussi se faire en dehors des murs de la classe pour autant qu'un réseau sans fil soit disponible. Ce qui fait dire à certains que « le développement des technologies sans fil et des interfaces tactiles augmente de manière significative l'interactivité et la collaboration chez les apprenants».[20]

Quelles leçons pour l'Algérie?

L'Algérie doit prendre des mesures sérieuses et courageuses en matière de TIC pour, au moins, combler le fossé numérique qui s'est creusé avec les pays voisins et les pays arabes. Un investissement majeur s'impose dans l'équipement et le réseautage des établissements scolaires (prioritairement ceux du cycle primaire), mais surtout dans la formation des enseignants qui sont la clé de voûte de tout le système éducatif. Malgré les efforts louables dans ce domaine[21] , très peu d'entre eux intègrent les TIC dans leurs pratiques quotidiennes, exception faite de certains pionniers en la matière. Selon de nombreux témoignages, il semblerait que l'usage le plus répandu est celui de l'utilisation (spécialement par les enseignants de science) d'un ordinateur et d'un projecteur multimédia pour illustrer certaines notions du cours.

De nouvelles structures doivent être créées pour accompagner un réel virage technologique. Citons, par exemple, la mise en place d'une association d'enseignants utilisateurs de l'ordinateur à des fins pédagogiques, l'organisation d'un congrès annuel pour encourager le partage des expériences, la formation continue et la mise à niveau de futurs technopédagogues ainsi que l'instauration d'un prix annuel du ministre de l'Éducation afin de récompenser les meilleures innovations pédagogiques utilisant les TIC. Ajoutons à cela, la nécessité de repenser la formation à l'utilisation des TIC pour les nouveaux enseignants et la création d'une plateforme pour la diffusion et le partage d'expériences pédagogiques pour chaque champ disciplinaire.

Les jumelages pédagogiques internationaux doivent être fortement encouragés pour donner l'opportunité à nos élèves de s'ouvrir au monde et de communiquer avec des jeunes issus de cultures différentes.

Les jumelages pédagogiques nationaux sont d'un intérêt stratégique. En plus de permettre une réelle intégration pédagogique lorsqu'ils sont utilisés judicieusement et de remédier à certaines disparités pédagogiques entre les différentes régions du pays, ils donneront l'opportunité à nos jeunes de se connaître, de se familiariser avec les traditions, les coutumes et les langues locales et de tisser des liens entre eux afin de créer un sentiment d'appartenance à un même pays, une même nation. Ce type de jumelage peut dépasser le cadre de la classe et se généraliser au personnel enseignant, voire aux directions et permettre des voyages d'intérêt pédagogique entre les classes jumelées.

Pour cela, et en s'inspirant de l'expérience européenne, il serait nécessaire de créer un dispositif à l'échelle nationale qui centraliserait toutes les ressources nécessaires pour la réussite de ce projet novateur.

Quant au livre numérique, il est impératif de commencer à y réfléchir sérieusement pour ne pas encore accuser du retard sur un autre volet du monde de l'Éducation. Comme sa conception et sa réalisation nécessitent la collaboration entre des pédagogues, des spécialistes de l'édition et des informaticiens, cela va très certainement permettre de repenser aussi bien le contenu que le design du manuel scolaire. Cette synergie ne peut qu'être bénéfique pour la version papier des manuels et guides pédagogiques et qui va certainement cohabiter, pendant un certain temps, avec la version numérique, comme c'est actuellement le cas dans les pays occidentaux.

La commission chargée du suivi et de la mise en application de la stratégie « e-Éducation » du ministère de l'Éducation devrait être en charge de ces différents chantiers éducatifs.

Finalement, il est indéniable de constater que, pas à pas, les TIC se sont durablement introduits dans le monde de l'Éducation. À leur contact, les pratiques enseignantes se sont modifiées et la « vie » de la classe a subi des transformations majeures, à l'image de ce qui se passe en dehors de l'enceinte de l'école.

La réforme du système éducatif algérien amorcée au début des années 2000 avait quatre objectifs dont celui « *d'introduire de nouvelles technologies de l'information et de la communication comme vecteurs de l'enseignement et de la formation* »[21] .

À nous de faire de ces technologies prometteuses des outils de choix pour un enseignement novateur et un apprentissage efficace pour le bien et la réussite de nos élèves, futurs citoyens autonomes, responsables et compétents de notre pays.

1 *IUT, « L'UIT publie les derniers chiffres et classements mondiaux relatifs aux technologies », 7 octobre 2013, http://www.itu.int/net/pressoffice/press_releases/2013/41-fr.aspx#.Un9exXB9J8E*

2 *Marc Prensky, « Digital Natives, Digital Immigrants », On the Horizon, MCB University Press, Vol. 9 No. 5, Octobre 2001, http://www.marcprensky.com/writing/Prensky%20-%20Digital%20Natives,%20Digital%20Immigrants%20-%20Part1.pdf*

3 *OCDE, « Les élèves qui maîtrisent l'informatique obtiennent de meilleurs scores à l'école, selon une étude de l'OCDE », 24 janvier 2006, http://www.oecd.org/fr/general/leselevesquimaitrisentlinformatiqueobtiennentdemeilleursscoresalecoleselonuneetude-delocde.htm*

4 *Daniel O. Beltran, Kuntal K. Das, Robert W. Fairlie, « Do Home Computers Improve Educational Outcomes? Evidence from Matched Current Population Surveys and the National Longitudinal Survey of Youth 1997», Janvier 2006, IZA Discussion Paper No. 1912, ftp://ftp.iza.org/dps/dp1912.pdf*

5 *Karsenti, T., Goyer, S., Villeneuve, S. & Raby, C. (2005), « L'impact des technologies de l'information et de la communication (TIC) sur la réussite éducative des garçons à risque de milieux défavorisés », Université de Montréal, 2005, 138 pages, http://www.thierrykarsenti.com/pdf/publications/2005/impactTICreussite.pdf*

6 *Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport du Québec, Programme de formation de l'école québécoise, « Compétences transversales », http://www1.mels.gouv.qc.ca/sections/programmeFormation/secondaire2/medias/3-pfeq_chap3.pdf*

7 *Karsenti, T., Goyer, S., Villeneuve, S. & Raby, C. (2005), Op. cit.*

8 *Ahmed Bensaada, « Science animée: un dispositif efficace pour l'atteinte des objectifs de la réforme dans l'enseignement des sciences au secondaire » :*

Partie 1: « Des compétences transversales d'ordre intellectuel et méthodologique », Revue Spectre 33, 4, Avril-Mai 2004, http://mendeleiev.cyberscol.qc.ca/scienceanimee/Articles/Spectre_article1_web.pdf

Partie 2: « Des compétences transversales d'ordre personnel, social et de la communication », Revue Spectre 34, 1, Octobre-Novembre 2004, http://mendeleiev.cyberscol.qc.ca/scienceanimee/Articles/Article2.pdf

Partie 3: « Des domaines généraux de formation et d'apprentissage », Revue Spectre 34, 2, Décembre-janvier 2005, http://mendeleiev.cyberscol.qc.ca/scienceanimee/Articles/Article3.pdf

9 *Renald Legendre, « Dictionnaire actuel de l'éducation », Éd. Guérin (Montréal), 3e édition, 2005.*

10 *Stéphane Côté, « Pédagogie par projet et intégration des TIC : quel impact sur la motivation scolaire? », Thèse de maîtrise, Université de Montréal, 2008, p.136, https://papyrus.bib.umontreal.ca/xmlui/bitstream/handle/1866/8116/Cote_Stephane_2008_memoire.pdf?sequence=1*

11 *Marc Weisser, « Pédagogie du projet et Technologies de l'Information et de la Communication », EPI, n°101, 2001, http://www.epi.asso.fr/fic_pdf/ba1p145.pdf*

12 *AQUOPS, « Projets Éducatifs et Cyberscol », http://www.aquops.qc.ca/rubrique.php3?id_rubrique=4*

13 *eTwinning, « Qu'est-ce qu'eTwinning ? », http://www.etwinning.net/fr/pub/discover/what_is_etwinning.htm*

14 *Micheline Maurice, « De la correspondance aux projets d'échange à distance », Le français dans le monde, 35 (2), 2007, http://francophilie.wikispaces.com/file/view/De+la+correspondance+%C3%A0+l%27%C3%A9change+%C3%A0+distance.pdf*

15 *Science Animée, « Projet Québec-Algérie », 2007-2008, http://mendeleiev.cyberscol.qc.ca/scienceanimee/Projets/Projet2008/Algbec_home_Flash.htm*

16 *Projet Québec-Algérie, « Diaporamas scientifiques », http://mendeleiev.cyberscol.qc.ca/scienceanimee/Projets/Projet2008/Diaporamas.htm*

17 *Micheline Maurice, Op. cit.*

18 *Becta, « What research says about interactive whiteboards », 2003, http://www.hpedsb.on.ca/ec/services/cst/elementary/math/documents/whiteboards_research.pdf*

19 *Darrell Etherington, « Apple Has Sold Over 8M iPads Direct To Education Worldwide, With More Than 1B iTunes U Downloads », 28 février 2013, http://techcrunch.com/2013/02/28/apple-has-sold-over-8m-ipads-direct-to-education-worldwide-with-more-than-1b-itunes-u-downloads/*

20 *Centre de recherche interuniversitaire sur la formation et la profession enseignante (CRIFPE), « Recherche : iPad à l'école : quels usages, quels impacts? », http://tactile.crifpe.ca/p/recherche*

21 *INRE (Algérie), « Les TIC au service de l'éducation », Op. Cit., p.6*

22 *Ahmed Bensaada, « L'éducation aux cycles primaire, moyen et secondaire en Algérie : quelques pistes de réflexion », in « Le développement économique de l'Algérie. Expériences et perspectives », Casbah Éditions, Alger, 2011, p.318*

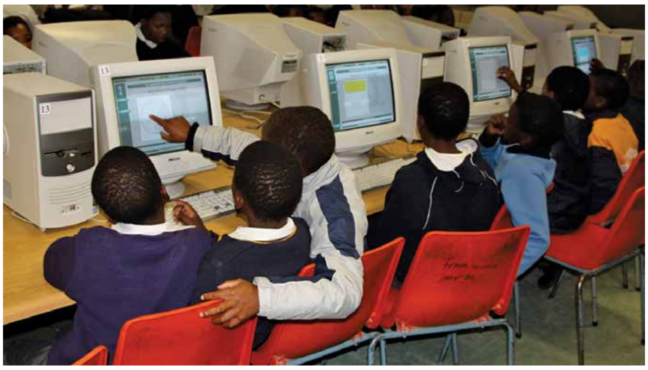
Usage des TICE par les professeurs de mathématiques des lycées et collèges de Libreville.


Anasthasie OBONO MBA,
Professeur TICE Ecole Normale Supérieure de Libreville

Maurice NGAMBA ENGOHANG,
Professeur de mathématiques au Lycée Léon Mba de Libreville

L'intérêt de cet article est de fournir des informations aussi bien sur la réalité des TIC dans l'enseignement des mathématiques dans les lycées et collèges de Libreville que sur les conceptions des professeurs dans leurs tentatives d'intégrer ces outils numériques dans leur enseignement. A partir d'entretiens et d'une enquête par questionnaire, nous avons cherché à interpréter les points de vue des enseignants ayant répondu à notre enquête et analyser les obstacles qui entravent leur utilisation efficace de ces outils numériques en classe. Généralement, presque tous les répondants utilisent les calculatrices scientifiques même s'ils disent ne les utiliser que pour les fonctions de base. Peu utilisent l'outil informatique pour enseigner. Les résultats ont mis en évidence deux principaux facteurs considérés comme pertinents et qui sont déterminants dans la démarche d'intégration des TIC dans l'enseignement des mathématiques et par conséquent, l'amélioration de l'apprentissage de cette discipline. Ces facteurs sont : la formation des enseignants aux TICE et l'équipement des établissements en matériel et en logiciel.

Les mathématiques occupent une place particulièrement importante aussi bien dans notre société que dans l'éducation (Boro Issa, 2011). En effet, omniprésentes dans notre quotidien, ces sciences dites ancestrales" constituent un ensemble d'outils indispensables pour une multitude de corps de métiers allant de l'entreprise à l'industrie et l'administration. Ainsi, l'ingénierie, la météo, les statistiques, la téléphonie mobile, Internet, les transports, tous utilisent plusieurs modèles et théories mathématiques dans leurs activités. Ceci expliquerait en partie l'intérêt des décideurs pédagogiques à toujours chercher une amélioration de l'enseignement et de la formation dans ce domaine. Le Gabon, n'étant pas en reste, s'est engagé, en collaboration avec l'UNESCO, à introduire un laboratoire virtuel en enseignement des sciences dans les lycées et collèges du Gabon et qui devait entrer dans sa phase d'application dès l'année 2013-2014. Ce laboratoire visera à adapter certaines pratiques



dans l'enseignement des sciences en général et celui des mathématiques en particulier via les TICE.

Cependant, si la présence d'une forte volonté institutionnelle pour promouvoir l'intégration des TICE dans l'enseignement des mathématiques est manifeste, qu'en est-il des pratiques effectives ? Que disent utiliser les professeurs de mathématiques comme outils numériques ? Quels sont leurs discours et leurs avis à propos de leurs usages des TIC ?

L'objectif d'une telle étude est aussi de fournir des éléments d'aide aux décisions qui pourraient être prises en vue de favoriser un usage plus important de ces technologies à l'école.

Afin de mieux étudier les éléments du processus d'intégration des outils numériques à l'enseignement des mathématiques, nous avons adopté une approche mixte (qualitative et quantitative) s'articulant autour des dispositifs suivants : analyse de documents (programme de mathématiques en vigueur, analyse des manuels scolaires), des entretiens et un questionnaire. Notre échantillon pour cette recherche était constitué de 46 enseignants appartenant à 12 lycées et collèges publics de Libreville. Après validation et, profitant du moment de l'harmonisation des épreuves du BEPC 2013 où nous avions la chance de les retrouver dans les centres d'examen, nous avons remis le questionnaire aux enseignants en mains propres, en leur accordant un délai de réponse de quelques jours. Parmi les 46 enseignants ciblés, 38 ont rendu leurs questionnaires soit un pourcentage de réponse correspondant à 82,6%.

Le questionnement sur le degré d'utilité des TIC dans la pratique enseignante permet de révéler que 65,8% des enseignants ont une volonté marquée d'introduire les TICE dans leur enseignement alors que seulement 34,2% n'ont pas vraiment l'intention de le faire.

Nous avons voulu savoir si les enseignants ont eu l'occasion d'utiliser les TICE (le degré d'alphabétisation) dans leur enseignement de mathématiques. Selon les déclarations recueillies, généralement, leur utilisation d'outils numériques dans l'enseignement est insuffisante. Car, même s'ils sont très nombreux (84,9%) à utiliser régulièrement des calculatrices scientifiques, il n'y a que 33,4% des répondants qui utilisent l'outil informatique pour l'élaboration des supports de cours, la présentation des énoncés de devoirs … ; 9,5% utilisent le tableur pour faire des calculs algébriques, ranger les données en tableaux et représentations sous formes de courbes ou de diagrammes, faire des simulations dans le domaine de la statistique. 5,2% utilisent les logiciels de géométrie pour l'approche dynamique de la construction de figures, 3,6% utilisent Internet pour la recherche documentaire sur la toile, l'utilisation de logiciels en ligne et le courrier électronique, tandis que 45,3% utilisent l'outil informatique pour d'autres fins personnels.

Les professeurs ont relevé une diversité d'embûches liées à l'intégration des TIC dans leurs pratiques pédagogiques. Au premier rang de celles-ci, l'insuffisance de l'offre de formation initiale et continue en matière d'usages de ces technologies dans l'enseignement des mathématiques. En effet, 65% des répondants stigmatisent le manque de formation à l'exploitation pédagogique des TIC. Pour 45% d'entre eux, l'insuffisance des équipements dans les établissements scolaires est également un obstacle majeur entravant l'intégration des TIC dans leur pratique d'enseignement. De même, 30% considèrent que l'absence de personnes chargées du soutien technique au niveau de chaque établissement, est un obstacle majeur entravant l'intégration des TIC dans leur pratique d'enseignement. Il n'est donc pas étonnant qu'ils soient nombreux (95%) à exprimer le besoin de formations à l'utilisation des logiciels de mathématiques. Le besoin de valorisation est également évoqué par plusieurs enseignants (52%) qui estiment que parce que les pratiques intégrant les TICE sont considérées comme innovantes, les enseignants qui s'engagent dans de telles voies doivent être soutenu par leurs pairs et surtout par les autorités éducatives.

Il ressort des suggestions des enseignants une prédominance du besoin en formation et d'accompagnement à l'utilisation des TIC. A ce niveau on distingue des enseignants qui réclament une formation générale à l'usage des TIC dans l'enseignement des mathématiques et ceux qui souhaitent des formations spécifiques à l'usage des logiciels afin de mieux maîtriser les tableurs, les logiciels de construction géométrique et les logiciels de calcul formel. A ces recommandations s'ajoute le souhait d'équipement des établissements en matériel et logiciels adaptés à l'enseignement des mathématiques ; certains évoquent également la mise à leur disposition de ressources humaines disponibles telles que des techniciens compétents, des spécialistes en cas de panne. D'autres enfin préconisent que soit adoptée au niveau national une politique ministérielle ou gouvernementale qui précise les orientations et les attentes en matière d'intégration des TIC en éducation en général et dans l'enseignement des mathématiques en particulier.

Conclusion

Nous avons voulu, à travers cette étude auprès d'enseignants de mathématiques des lycées et collèges de Libreville, mieux apprécier leur niveau d'usage des TICE et par la même occasion mieux comprendre, dans le contexte gabonais qui est le nôtre, les contraintes inhérentes à une intégration réussie des TIC dans l'enseignement d'une discipline aussi importante que les mathématiques. L'analyse des résultats des données recueillies auprès des enquêtés a fait apparaître une population utilisant bon gré mal gré les technologies de façon assez basique mais qui ne se montre pas opposée à l'introduction des TICE dans leur enseignement.

Bibliographie

Borro Issa (2011). *Utilisation des TIC dans l'enseignement secondaire et développement des compétences des élèves en résolution de problèmes mathématiques au Burkina Faso.* Thèse présentée à la Faculté des études supérieures en vue de l'obtention du grade de Philosophiae Doctor (Ph. D.) en sciences de l'éducation option technopédagogie.

Thèse téléchargeable à l'adresse : http://fr.scribd.com/doc/142348145/Boro-Issa-2011-These.

Consulté le 28 août 2013.Article paru dans InfoGabon.Gabon : *Mise en place d'un laboratoire virtuel dans le système éducatif dès la rentrée scolaire 2013-2014,* 28 mai 2013.

Téléaccessible à l'adresse : http://infosgabon.com/?p=26772. Consulté le 08 octobre 2013.

Ressources documentaires

LIVRES

Ces livres sont disponibles à la bibliothèque de l'INRE.

• ENSEIGNER LES MATHÉMATIQUES À L'ÉCOLE
Nom de l'auteur : Françoise Cerquetti-Aberkane
Maison d'édition : Hachette éducation
Collection : pédagogies pour demain
Année d'édition : 1998
Nombre de pages : 255 pages

• COMPRENDRE ET ENSEIGNER LES NOMBRES. VOLUME 2
LES OUTILS NUMÉRIQUES À L'ÉCOLE PRIMAIRE ET AU COLLÈGE
Noms des auteurs : Claude MAURIN et Alberte JOHSUA , Monica GATHER THURLER
Maison d'édition : ellipses
Collection : Formation des maîtres
Année d'édition : Mars 1993
Nombre de pages : 192 pages

• L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES
NOUVELLES PERSPECTIVES. TOME 1
Nom de l'auteur : C. GATTEGNO, j. PIAGET, E.W.BETH, J. DIEUDONNE, A. LICHNEROWICZ
et G.CHOQUET
Maison d'édition : Delachaux et Niestlé
Année d'édition : janvier 1965
Nombre de pages : 173 pages

• SE FORMER POUR ENSEIGNER LES MATHÉMATIQUES
NOMBRES ET OPÉRATION FONCTION NUMÉRIQUES .VOLUME 4
Noms des auteurs : Colette Dobois, Muriel Fénichel et Marcelle Pauvert
Maison d'édition : Armand colin
Collection : Formation des enseignants
Année d'édition : Mai 1993
Nombre de pages : 191 pages

Feedback

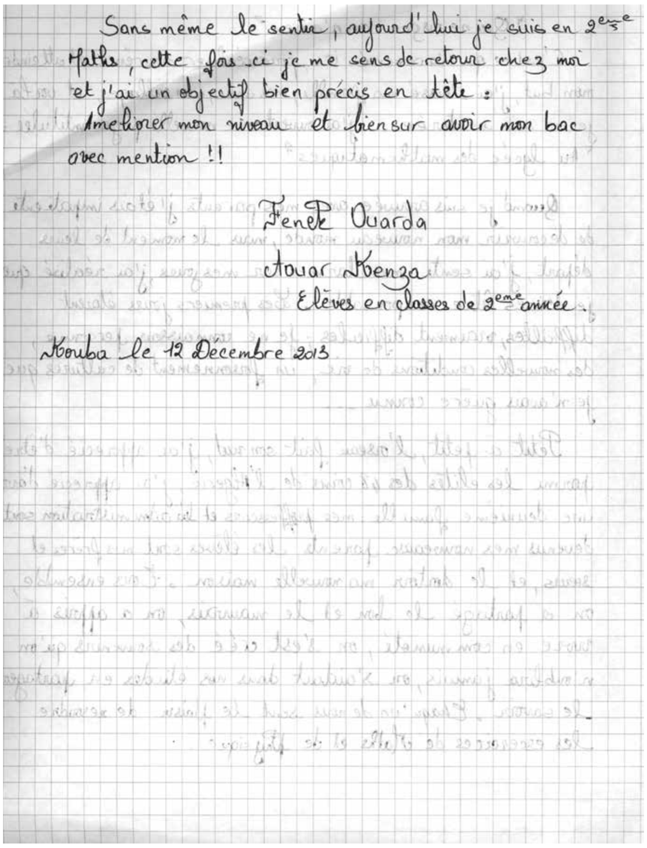
AVIS D'UN ÉLÈVE DE DEUXIÈME ANNÉE

" Qui ne risque rien n'a rien "

C'est ce qui m'a ramené ici, pour réaliser mes rêves et atteindre mon but, j'ai laissé ma famille, mes amis, mon village, et voilà je me suis aventurée ... j'ai ouvert une nouvelle page intitulée : " Au lycée des mathematiques ".

Quand je suis arrivée avec mes parents j'étais impatiente de découvrir mon nouveau monde, mais le moment de leur départ, j'ai senti mes larmes sur mes joues, j'ai réalisé que je doive être responsable. Les premiers jours étaient difficiles, vraiment difficiles ; je ne connaissais personne, des nouvelles conditions de vie, un foisonnement de cultures que je n'avais guère connu ...

Petit à petit, l'oiseau fait son nid, j'ai apprecié d'être parmi les elites des 48 coins de l'Algerie, j'ai apprecié d'avoir une deuxième famille : mes proffesseurs et l'administration sont devenus mes nouveausc parents, les élèves sont mes frères et soeurs, et le dortoir ma nouvelle maison. Tous ensemble, on a partagé le bon et le mauvais, on a appris à vivre en communoté, on s'est créé des souvenirs qu'on n'oublira jamais, on s'aidait dans nos études en partageant le savoir. Chaqu'un de nous sent le plaisir de resoudre les escercices de Maths et de Physique.



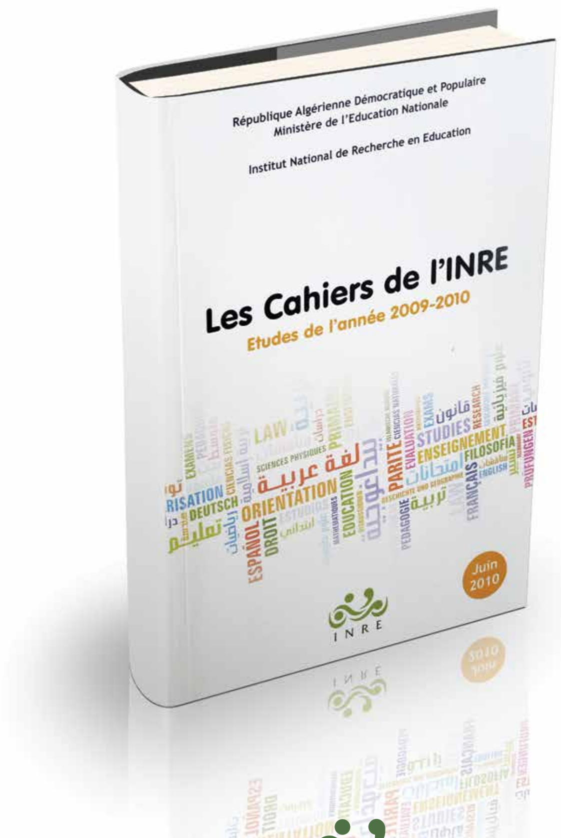
Sans même le sentir, aujourd'hui je suis en 2ème Maths, cette fois-ci je me sens de retour chez moi et j'ai un objectif bien précis en tête : Améliorer mon niveau et bien sur avoir mon bac avec mention !!

Fenek Ouarda

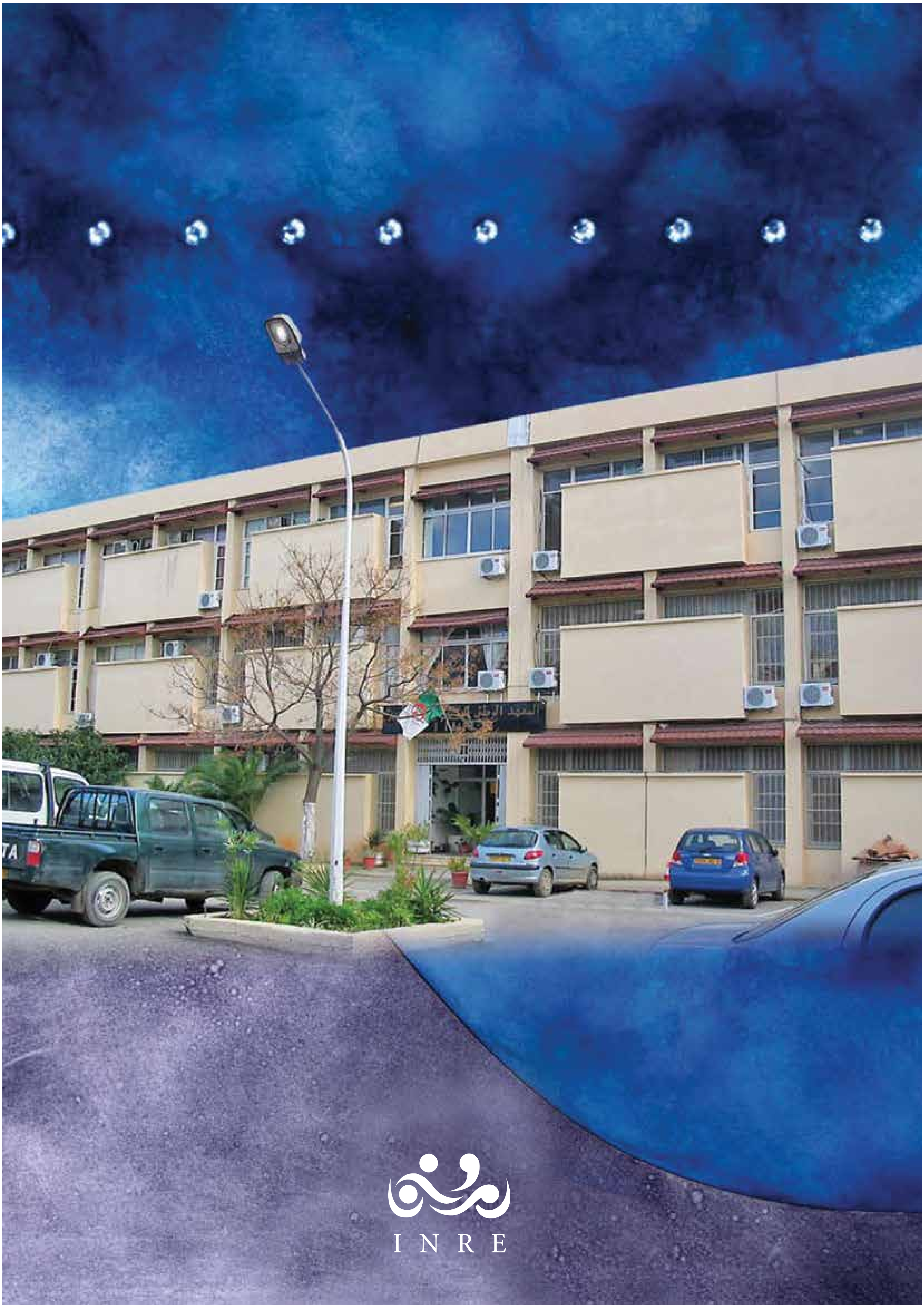
Aouar Kenza

Elèves en classes de 2ème année

Kouba le 12 Décembre 2013



INRE


INRE