

Quatre sociétés savantes de mathématiques et d'informatique font des propositions pour le futur programme de mathématiques du lycée

Les différentes sciences que l'on enseigne dans le premier et le second degré (les mathématiques, l'informatique, la physique, la biologie, etc.) sont autonomes, car elles étudient des objets différents, par des méthodes également différentes. Mais ces différentes sciences ne sont pas indépendantes : leur histoire est largement commune, faite de continuels emprunts des unes aux autres. Dans leurs développements contemporains, les recherches interdisciplinaires (physique mathématique, bioinformatique, etc.) jouent un rôle central.

Pour rendre l'enseignement des sciences fidèle à ce qu'elles sont devenues aujourd'hui, il est important de montrer la richesse de ces liens que le nécessaire découpage en disciplines peut parfois trop masquer (avant le bac, comme après).

Les sociétés savantes ont un rôle essentiel à jouer dans la proposition de contenus d'enseignement qui montrent l'unité des sciences. C'est dans cet esprit que la SFdS – Société française de statistique, la SIF – Société informatique de France, la SMAI – Société de mathématiques appliquées et industrielles, et la SMF – Société mathématique de France, ont constitué un groupe de travail pour réfléchir à ce que pourrait être un programme de mathématiques liées à l'informatique au sein du programme de mathématiques du lycée.

Mathématiciens et informaticiens sont naturellement concernés par ces questions : il s'agit bien de définir des contenus d'enseignement qui concernent à la fois les mathématiques et l'informatique. Il ne s'agit nullement de chercher à définir une frontière entre les deux disciplines mathématiques et informatique, mais à identifier un périmètre ouvert à l'intersection des deux disciplines dont l'enseignement sera profitable en tant que tel aux lycéens, et sera une base pour des prolongements en mathématiques, en informatique, et plus généralement en sciences.

Les programmes de mathématiques pourraient par exemple intégrer des notions telles que des graphes, de la combinatoire ou de la logique, qui relèvent d'abord des mathématiques et sont aussi des notions fondamentales en informatique. La modélisation, déjà abordée au collège, devra être approfondie au lycée. Il faudra également sensibiliser les lycéens aux problèmes mathématiques et informatiques liés aux calculs approchés sur machine (complexité et coût, stockage, compression de données...).

Aujourd'hui, la situation est la suivante

- le nouveau programme du collège en vigueur à la rentrée 2016 intègre un enseignement de l'algorithmique et de la programmation au sein du programme de mathématiques ;
- le programme de mathématiques du lycée aborde la notion d'algorithme dans un périmètre bien restreint et qui doit donc évoluer ;
- un enseignement d'ISN – Informatique et science du numérique, spécialité de terminale S, introduit il y a quelques années dans certains lycées, est majoritairement enseigné par des professeurs de mathématiques ;
- un enseignement exploratoire d'informatique et création numérique (ICN) est instauré en classe de seconde depuis la rentrée 2015, et un enseignement facultatif d'informatique et création numérique en classes de première (sections

S, ES et L) et en classes de terminale (sections L et ES) est proposé dans certains lycées à tous les élèves depuis la rentrée 2016.

Les connaissances et compétences en science informatique des lycéens vont rendre possible l'enseignement de mathématiques jusqu'alors absentes des programmes en s'appuyant sur des savoirs et savoir-faire informatiques, et vont aider à l'enseignement de ces mathématiques et plus généralement des mathématiques, dans une approche expérimentale.

Cette proposition, résultat de travaux menés pendant un an par le groupe de travail s'articule autour de quatre thèmes : logique, graphes, combinatoire, représentation et modélisation de l'information. Sur chacun de ces thèmes, nous avons repéré les notions mathématiques nécessaires pour l'informatique qu'il convient d'enseigner au lycée. Cette proposition vise aussi à montrer les apports de la discipline informatique aux mathématiques. Tout cela sans perdre de vue que les mathématiques « liées » à l'informatique sont des mathématiques et peuvent être étudiées pour elles-mêmes. Des exemples d'exercices sur chacun des thèmes sont proposés.

Notons que pour une mise en place de cette proposition, dans le cadre d'une réforme des programmes de lycée, il sera essentiel que soit organisée la formation initiale et continue des enseignants aux mathématiques requises, mathématiques qu'ils n'ont souvent pas abordées pendant leurs études.

Les programmes de lycée vont changer puisque les nouveaux programmes de collège sont appliqués depuis la rentrée 2016. Les changements à apporter doivent tenir compte de l'arrivée officielle de l'informatique au collège et au lycée (ICN, ISN).

Les quatre sociétés savantes de mathématiques et d'informatique sont concernées¹ au premier chef par les questions sur l'enseignement de ces disciplines. Elles proposent donc ce texte comme une réflexion en amont sur les programmes de mathématiques au lycée pour contribuer utilement à l'évolution de ces programmes.

Société française de statistique, SfdS
Société informatique de France, SIF
Société de mathématiques appliquées et industrielles, SMAI
Société mathématique de France, SMF.

21 octobre 2016

¹ Ces 4 sociétés savantes ont élaboré ensemble avec Femmes & Mathématiques et l'ONISEP (et le soutien du CNRS, INSMI et INS2I, d'INRIA...) le "Zoom des métiers des mathématiques et de l'informatique", qu'on peut télécharger à <http://metiers-mathsinfo.fr/>

Le document élaboré par le groupe de travail présente, pour chacun des quatre domaines identifiés, les notions clés qui lui semblent pouvoir et devoir être enseignées dès le lycée, ainsi que quelques exercices permettant de les illustrer, ceci indépendamment de la série et du devenir des lycéens.

La démarche envisagée vise à introduire des notions fondamentales à partir d'exemples simples et d'expérimentations.

Sur le thème de la logique, l'objectif est que les élèves aient compris à la fin du lycée les notions de démonstration – notion fondamentale à la base de tout raisonnement scientifique –, et aussi d'énoncé logique (propositionnel et avec quantificateurs) et de validité dans un modèle. Ces notions seront introduites à partir d'exemples concrets adaptés à la section des élèves, en montrant leur intérêt en informatique (par exemple, connecteurs utilisés dans les instructions conditionnelles).

Nous proposons de commencer par la notion de démonstration, en utilisant des exemples de règles de déduction portant sur des objets divers, par exemple, en utilisant des règles de recettes de cuisine pour montrer qu'à partir de certains ingrédients on peut obtenir certains gâteaux, et aussi que certains gâteaux sont impossibles à obtenir sans certains ingrédients, ou encore que certains scores ne peuvent jamais être obtenus au rugby. Cette démarche permettra d'aborder la notion de démonstration, et les notions corollaires de démontrabilité et de non-démontrabilité, dans toute leur généralité, sans avoir à traiter en même temps les difficultés introduites par la notion de proposition.

Sur le thème des graphes, notre proposition est que l'enseignement puisse s'appuyer sur des exemples de problèmes à modéliser, puis introduire des algorithmiques « simples » sur les graphes à l'occasion de la résolution de problèmes mis en évidence par ces exemples, et enfin passe à une implémentation à l'aide de bibliothèques ad hoc. Il convient de travailler sur des jeux de données de taille conséquente pour mettre en évidence la « complexité » des algorithmes (faire la différence entre les problèmes qui sont réellement de forte complexité et pour lesquels les machines n'arrivent pas au bout des calculs en un temps raisonnable et ceux pour lesquels on a trouvé de mauvaises solutions).

Pour les lycéens qui se destineraient a priori vers des études scientifiques, des définitions de structures de données ad hoc pour la représentation de graphes peuvent être envisagées.

De manière générale, le programme actuel de la spécialité mathématique(s) de terminale ES a servi de base de départ pour cette proposition.

Sur le thème de la combinatoire, l'objectif est d'introduire les notions et savoir-faire permettant de compter les éléments d'ensembles finis, et de les transférer au calcul élémentaire de complexité en temps d'algorithmes. Les notions mathématiques introduites couvrent les couples et n-uplets, leur dénombrement, la fonction factorielle et le triangle de Pascal. Il sera ainsi possible de traiter d'identités remarquables et de probabilités, de compter des objets informatiques, et de distinguer complexité en temps d'un algorithme et complexité intrinsèque d'un problème. Ces enseignements reposent largement sur une approche mathématique expérimentale dans laquelle le développement de programmes informatiques amène la découverte des notions, leur acquisition, en confrontant résultats expérimentaux et concepts mathématiques.

Sur le thème de la représentation et modélisation de l'information, notre proposition est de traiter de problématiques au cœur du monde numérique. Ces problématiques permettent de relier des notions mathématiques importantes (représentation des nombres, combinatoire, probabilité, algèbre linéaire) aux applications concrètes de la compression de données et des codes correcteurs d'erreurs. La représentation approchée des nombres réels et son impact sur la stabilité des calculs numériques seront également abordées. L'informatique permet d'appliquer ces concepts sur des données de grande taille, afin de mieux saisir leur importance (à travers le gain en taille du fichier ou en robustesse aux erreurs).
