



Organisation
des Nations Unies
pour l'éducation,
la science et la culture

Les défis de l'enseignement des mathématiques dans l'éducation de base





Les défis
de l'enseignement
des mathématiques
dans l'éducation
de base

Les idées et opinions exprimées dans cette publication sont celles des auteurs et ne reflètent pas nécessairement les vues de l'UNESCO.

Les appellations employées dans cette publication et la présentation des données qui y figurent n'impliquent de la part de l'UNESCO aucune prise de position quant au statut juridique des pays, territoires, villes ou zone, ou de leurs autorités, ni quant au tracé de leurs frontières ou limites.

Publié en 2011

Par l'Organisation des Nations Unies pour l'éducation, la science et la culture
7, place de Fontenoy, 75352 Paris 07 SP, France

Conception graphique et impression dans les ateliers de l'UNESCO

© UNESCO 2011

Tous droits réservés

ED-2010/WS/37 CLD 2895.10

Imprimé en France

Préface

Notre monde est profondément marqué par la science et la technologie. Préservation de l'environnement, réduction de la pauvreté, amélioration de la santé : chacun de ces défis et bien d'autres encore requièrent des scientifiques capables de développer des solutions efficaces et réalistes – ainsi que des citoyens en mesure de prendre une part active au débat sur ces sujets.

Dans cette perspective, la Déclaration de Budapest (1999) a souligné l'importance de l'enseignement scientifique pour tous. En effet, un enseignement des sciences et des mathématiques pertinent et de qualité permet de développer la réflexion critique et la créativité, aide les apprenants à comprendre le débat public sur les politiques et à y prendre part, encourage les changements de comportement propres à engager le monde sur une voie plus durable et stimule le développement socioéconomique. L'enseignement des sciences et des mathématiques peut ainsi apporter une contribution décisive à la réalisation des Objectifs du Millénaire pour le développement adoptés par les dirigeants mondiaux en 2001.

L'UNESCO en a conscience et a donc constitué un groupe international d'experts sur les politiques d'enseignement des sciences et des mathématiques qui s'est réuni pour la première fois du 30 mars au 1^{er} avril 2009, et dont les conclusions, sur lesquelles s'appuie la présente publication, reflètent un remarquable consensus sur les défis auxquels l'enseignement scientifique et mathématique est aujourd'hui confronté, ainsi que sur la manière de les relever. Tous les experts se sont accordés à dire que la décennie écoulée avait connu le développement d'un vaste corpus de connaissances sur l'enseignement des sciences et des mathématiques, et la production de précieux outils et ressources, dont beaucoup étaient désormais accessibles au plus grand nombre grâce aux avancées de la technologie. Il s'agit là d'un socle solide sur lequel s'appuyer, qui ouvre de nouvelles perspectives pour des politiques fondées sur des données factuelles dans le domaine de l'enseignement scientifique et mathématique.

La présente publication identifie donc les défis à relever pour assurer un enseignement des mathématiques de qualité au niveau de l'éducation de base et propose, à partir d'études de cas, des moyens pour l'améliorer. Elle sera utile non seulement aux décideurs désireux d'intégrer un enseignement scientifique et mathématique de qualité dans leurs systèmes éducatifs, mais également aux différents acteurs qui souhaitent prendre part au processus de changement.

L'UNESCO espère que cette publication contribuera à susciter chez les enfants, les enseignants et les parents, l'énergie et l'enthousiasme nécessaires pour améliorer l'enseignement des mathématiques. Il est en effet indispensable d'œuvrer ensemble à l'élaboration durable et coordonnée d'un enseignement scientifique et mathématique de qualité dans l'éducation de base afin d'assurer à tous un avenir plus viable et plus équitable

Qian Tang
Sous-Directeur général pour l'éducation

Remerciements

L'UNESCO tient en tout premier lieu à remercier vivement Michèle Artigue pour l'élaboration et la rédaction de cet ouvrage.

L'UNESCO souhaite également adresser ses remerciements les plus sincères au groupe d'experts, aux auteurs des différentes annexes ainsi qu'à Jill Adler et Mariolina Bartolini Bussi, membres du comité exécutif de l'ICMI qui ont révisé une première version du texte.

D'autre part, l'UNESCO tient à exprimer sa gratitude à Bill Barton, président de l'ICMI, et à Bernard Hodgson, secrétaire général de l'ICMI, pour leur précieuse collaboration.

Table des matières

Préface	3	7. Organiser les complémentarités entre éducations formelle et non formelle	37
Remerciements	5	8. Le pilotage et la régulation des évolutions	39
1. Introduction	9	9. Le défi technologique	43
2. Éducation mathématique et littéracie	13	10. Les collaborations	47
2.1 Le défi de la littéracie mathématique	13	11. Le défi de la diversité	49
2.2 Au-delà du développement d'une littéracie mathématique	16	11.1 Les questions linguistiques	49
2.3 Apprentissage de contenus/ Développement de compétences	18	11.2 Les questions de genre	50
2.4 Éducation mathématique pour tous/ Éducation mathématique de qualité	19	12. Le défi de la recherche	53
3. Le défi de l'évolution des pratiques d'enseignement	21	En résumé	55
4. Le défi de l'évaluation	25	Références	57
5. Le défi enseignant : condition, formation initiale et continue	27	Annexes	63
5.1 Le défi quantitatif	27	Annexe 1. Liens entre enseignement mathématique et enseignement scientifique dans les programmes allemands SINUS	65
5.2 Le défi qualitatif	28	Annexe 2. Quarante années de recherches sur l'enseignement des mathématiques et les mathématiques comme activité humaine pour tous – L'institut Freudenthal	68
6. La mise en synergie des différents acteurs	33	Annexe 3. Problèmes et défis de l'enseignement des mathématiques : le cas des Philippines	74
6.1 Un engagement plus large et mieux reconnu des mathématiciens	34	Annexe 4. La formation continue des enseignants au Japon – Le concept de « Lesson Study »	76
6.2 Une meilleure collaboration entre communautés	34		

Annexe 5. Le perfectionnement professionnel des enseignants en mathématiques au Brésil : problèmes structureaux, initiatives et espoirs	79
Annexe 6. Systématiser les connaissances sur la formation des enseignants en mathématiques – Étude de l'IEA sur la formation des enseignants en mathématiques TEDS-M	84
Annexe 7. Recherches sur la formation des enseignants en mathématiques en Afrique du Sud et en Afrique australe	87
Annexe 8. Promouvoir l'excellence de l'enseignement des mathématiques – Le National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics (NCETM)	91
Annexe 9. Pourquoi les mathématiques ? Une exposition internationale itinérante	96
Annexe 10. « Objectif Mathématiques » – Les Maisons des mathématiques en Iran	100
Annexe 11. Collaboration entre mathématiciens, enseignants et didacticiens – L'exemple du réseau des IREM	103
Annexe 12. L'émergence de communautés d'enseignants – l'exemple de Sesamath	105
Annexe 13. Encourager l'interaction et la collaboration « <i>Teacher Education Around the World: Bridging Policy and Practice</i> », un volet du <i>IAS/Park City Mathematics Institute Institute for Advanced Study, Einstein Drive, Princeton, New Jersey</i>	108
Annexe 14. La reconstruction d'une communauté mathématique au Cambodge	111
Annexe 15. Liste des participants à la réunion d'experts	114

I. Introduction

L'enseignement des sciences et l'enseignement des mathématiques partagent un grand nombre de valeurs et ont à affronter des problèmes et relever des défis en grande partie communs. Néanmoins, les différences qui existent entre ces enseignements justifient la parution de *Current Challenges in Basic Science Education*, d'une part, et la présente publication. En particulier, la nécessité d'un enseignement des mathématiques pour tous les élèves dès le début de la scolarité obligatoire n'est pas en débat, contrairement à ce qui se passe pour l'enseignement des sciences. Cet enseignement n'est pas forcément assuré de façon satisfaisante mais il est accessible à tous les élèves normalement scolarisés.

Si la nécessité d'un enseignement des mathématiques dans la scolarité de base fait l'objet d'un consensus, cela ne signifie pas que l'enseignement lui-même n'est pas objet de débat. Les évaluations tant nationales qu'internationales montrent qu'à la fin de la scolarité de base, les connaissances et compétences mathématiques de beaucoup d'élèves ne sont pas celles attendues¹. De plus, les disparités observées entre pays comme au sein d'un même pays sont préoccupantes. Et même parmi les élèves qui obtiennent des résultats satisfaisants dans les évaluations, nombreux sont ceux qui n'apprécient pas pour autant les mathématiques et ne voient pas l'intérêt de leur consacrer autant d'espace scolaire². Ces constats montrent que les ambitions affichées dans l'introduction de cette publication sont loin d'être réalisées, et que le seul obstacle à leur réalisation n'est pas le nombre important d'enfants et de jeunes encore non scolarisés, même si cet obstacle est réel.

Dans ce contexte, ce qui peut être attendu d'un enseignement des mathématiques de qualité pour tous ne va pas de soi et fait l'objet de débats récurrents. Nous considérons donc important

Si la nécessité d'un enseignement des mathématiques dans la scolarité de base fait l'objet d'un consensus, cela ne signifie pas que l'enseignement lui-même n'est pas objet de débat

1 Sur le plan international, on pourra se référer aux résultats des enquêtes TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) de l'ISC (International Study Center), PISA (Programme international pour le suivi des acquis des élèves) de l'OCDE, ainsi qu'à l'enquête SERCE (Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo) menée par le LLECE (Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación) en Amérique latine.

2 Ce phénomène a notamment été mis en évidence pour les étudiants de pays asiatiques dans les enquêtes TIMSS et PISA.

Il est par exemple unanimement reconnu que les mathématiques sont omniprésentes dans le monde actuel, notamment dans les objets technologiques qui nous entourent ou dans les processus d'échange et de communication, mais elles le sont généralement de façon invisible

de préciser notre position sur ce point, en prenant notamment en compte ce qui, dans les visions des mathématiques et de leur enseignement ainsi que dans les pratiques éducatives, rend une éducation mathématique de qualité pour tous souvent problématique.

Il est par exemple unanimement reconnu que les mathématiques sont omniprésentes dans le monde actuel, notamment dans les objets technologiques qui nous entourent ou dans les processus d'échange et de communication, mais elles le sont généralement de façon invisible. Cette invisibilité rend problématique la perception de l'intérêt de développer une culture mathématique, au-delà des apprentissages les plus basiques, concernant nombres, mesures et calcul. Il est important que la scolarité de base contribue à lever cette invisibilité, et ce d'autant plus que les besoins actuels de ce que l'on appelle la « littéracie mathématique » vont bien au-delà des besoins traditionnellement associés au « savoir compter ». Nous reviendrons sur ce point dans la suite du document (cf. partie 2).

De nombreuses incompréhensions affectent également la vision de l'activité mathématique résultant de l'image que l'on se fait du mathématicien. Cette activité est encore souvent perçue comme étant presque exclusivement une activité solitaire, détachée des problèmes du monde réel et

indépendante des moyens technologiques. Elle est aussi encore souvent perçue comme une activité purement déductive se traduisant par la production successive de théorèmes au moyen de preuves formelles à la rigueur parfaite. Il est enfin souvent considéré que les mathématiques ne sont pas une science accessible à tous et que les filles notamment rencontreraient plus de difficultés dans leur apprentissage que les garçons³. Ces nombreuses incompréhensions affectent l'enseignement et font obstacle à une éducation mathématique de qualité pour tous.

Une éducation mathématique de qualité doit permettre de se forger une image positive et appropriée des mathématiques. Pour cela, elle doit être fidèle aux mathématiques, tant en ce qui concerne les contenus que les pratiques. Elle doit permettre aux élèves de comprendre à quels besoins répondent les mathématiques qui leur sont enseignées, et aussi que celles-ci s'inscrivent dans une longue histoire qui se conjugue avec celle de l'humanité⁴. Apprendre

3 Sur cette question du genre, on pourra se référer à l'importante bibliographie accessible sur le site de l'organisation internationale IOWME (International Organisation of Women and Mathematics Education – <http://extra.shu.ac.uk/iowme/>). Nous y revenons dans la partie 2 de ce texte.

4 Concernant cette dimension historique, on pourra se référer notamment aux travaux du groupe international HPM (History and Pedagogy of Mathematics – <http://www.clab.edc.uoc.gr/HPM/>) et à l'étude de la Commission internationale de l'enseignement mathématique (ICMI) consacrée à ce thème (Fauvel et van Maanen, 2000).

les mathématiques, c'est aussi se donner les moyens d'accéder à ce patrimoine culturel. Elle doit permettre aux élèves de comprendre que les mathématiques ne sont pas un corpus de connaissances figé mais au contraire une science vivante en pleine expansion, dont l'évolution se nourrit de celle des autres champs scientifiques et les nourrit en retour. Elle doit aussi leur permettre de voir les mathématiques comme une science qui peut et doit contribuer à la résolution des problèmes majeurs auxquels le monde doit aujourd'hui faire face, qui ont été rappelés dans l'introduction. Une éducation mathématique de qualité doit donc être portée par une vision des mathématiques comme science vivante, en prise avec le monde réel, ouverte aux relations avec les autres disciplines, cette ouverture n'étant pas limitée d'ailleurs aux seules disciplines scientifiques. Elle doit donc en particulier permettre aux élèves de saisir la puissance des mathématiques comme outil de modélisation pour comprendre et agir sur le monde⁵.

Une éducation mathématique de qualité doit aussi donner une vision non dénaturée des pratiques de ceux qui produisent ou utilisent les mathématiques. L'activité mathématique est en fait une activité humaine aux multiples facettes, très loin des stéréotypes qui lui sont attachés dans la culture commune. Une éducation mathématique de qualité se doit donc de refléter cette diversité à travers les différents contenus mathématiques qu'elle fait progressivement rencontrer aux élèves : poser des problèmes ou les reformuler pour les rendre accessibles à un travail mathématique, modéliser, explorer, conjecturer, expérimenter, représenter et formuler en développant pour ce faire des langages spécifiques, argumenter et prouver, développer des méthodes, élaborer des concepts et les relier au sein d'espaces structurés, échanger et communiquer... Une telle éducation doit permettre de vivre l'expérience mathématique à la fois comme une expérience individuelle et comme une expérience collective, et faire sentir ce qu'apportent l'échange, le débat avec d'autres. Elle doit savoir stimuler par des défis tout en cultivant des valeurs de solidarité. Elle doit aussi montrer une école ouverte sur le monde et pour cela être en phase avec les pratiques mathématiques scientifiques et sociales hors de l'école, et savoir notamment s'appuyer de façon pertinente sur les moyens technologiques qui instrumentent ces pratiques.

Mettre l'éducation mathématique en phase avec ces valeurs, et le faire dans le cadre d'un enseignement pour tous, représente un défi que les systèmes éducatifs doivent

L'activité mathématique est en fait une activité humaine aux multiples facettes, très loin des stéréotypes qui lui sont attachés dans la culture commune. Une éducation mathématique de qualité se doit donc de refléter cette diversité à travers les différents contenus mathématiques qu'elle fait progressivement rencontrer aux élèves

5 Concernant cette dimension de modélisation, on pourra se référer aux travaux du groupe International ICTMA (International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications – <http://www.ictma.net>) et à l'étude ICMI consacrée à ce thème (Blum *et al.*, 2007).

relever s'ils veulent que l'enseignement mathématique, en cohérence avec l'enseignement des sciences et en le complétant, contribue comme il doit le faire au développement scientifique, économique et social, à la citoyenneté, ainsi qu'à l'épanouissement personnel des individus. Relever un tel défi suppose des évolutions substantielles par rapport à l'état actuel de l'éducation mathématique. Dans la suite de ce document, nous insistons sur les évolutions qui nous semblent les plus décisives et pointons un certain nombre de conditions nécessaires à ces évolutions. Nous essayons également de montrer leur possibilité en nous appuyant sur des réalisations menées dans des contextes divers du point de vue économique, social et culturel. Ces exemples nous servent aussi à insister sur le fait que, si des principes communs peuvent guider l'action, il n'y a pas de voie unique pour des évolutions positives et qu'il n'y a pas non plus de solution que l'on puisse directement transposer d'un contexte éducatif à un autre. Ils montrent enfin que l'obtention d'améliorations positives et durables nécessite une continuité de l'action politique dans la durée, s'appuyant sur la collaboration organisée de tous les acteurs impliqués et des formes d'action qui, rompant avec les pratiques usuelles, assurent un partage adéquat des initiatives et responsabilités.

2. Éducation mathématique et littéracie

Assurer la littéracie mathématique de tous les jeunes n'est pas la seule ambition de l'éducation mathématique dans la scolarité de base, mais c'en est l'ambition fondamentale et prioritaire. Assurer cette littéracie, c'est permettre le développement des connaissances et compétences mathématiques nécessaires à l'intégration et à la participation active dans une société donnée ainsi que l'adaptation aux évolutions prévisibles de celle-ci. C'est aussi rendre possible l'accès à un monde plus large que celui dans lequel on a été éduqué, c'est former des individus capables de trouver leur place dans le monde actuel, de s'y épanouir, et d'aider à relever les grands défis que l'humanité doit affronter aujourd'hui : santé, environnement, énergie, développement. Cette ambition, loin d'être remplie aujourd'hui, constitue un premier défi pour l'éducation mathématique de base.

Assurer la littéracie mathématique de tous les jeunes n'est pas la seule ambition de l'éducation mathématique dans la scolarité de base, mais c'en est l'ambition fondamentale et prioritaire

2.1 Le défi de la littéracie mathématique

Le défi à relever est d'abord celui de l'accessibilité à la scolarité de base. Les ambitions exprimées dans l'Objectif du Millénaire pour le développement, qui prévoit l'accès à la scolarité de base de tous les jeunes en 2015, sont loin d'être satisfaites puisqu'aujourd'hui environ 72 millions d'enfants en âge de fréquenter l'école primaire ne sont pas scolarisés. Le défi quantitatif de cette accessibilité généralisée pose en particulier celui de l'existence d'un nombre suffisant d'enseignants qualifiés pour ces élèves, sur lequel nous reviendrons dans la suite (cf. partie 5). Il ne saurait être minimisé. Dans ce chapitre, nous voudrions nous centrer cependant sur un autre défi, celui de l'adaptation de la scolarité de base aux attentes actuelles en termes de littéracie mathématique. Comme nous l'avons mentionné plus haut, ces attentes se sont en effet considérablement modifiées du fait de l'évolution technologique, économique et sociale, et elles continueront à évoluer à l'avenir.

Il ne suffit plus aujourd'hui de maîtriser les savoirs basiques concernant les nombres et les grandeurs qui ont longtemps constitué la condition mathématique de l'intégration sociale. La culture numérique dans laquelle baignent de plus en plus les sociétés actuelles, les responsabilités nouvelles que doivent assumer les individus, en tant que citoyens ou à titre personnel, l'incertitude grandissante qui marque le monde dans lequel nous vivons, nécessitent une révision de l'idée de littéracie mathématique

Il ne suffit plus aujourd'hui de maîtriser les savoirs basiques concernant les nombres et les grandeurs qui ont longtemps constitué la condition mathématique de l'intégration sociale. La culture numérique dans laquelle baignent de plus en plus les sociétés actuelles, les responsabilités nouvelles que doivent assumer les individus, en tant que citoyens ou à titre personnel, l'incertitude grandissante qui marque le monde dans lequel nous vivons, nécessitent une révision de l'idée de littéracie mathématique. La connaissance du nombre, du système de numération décimal et des opérations arithmétiques, la capacité à résoudre les problèmes qui relèvent du champ de l'arithmétique élémentaire comme le sont par exemple les problèmes de proportionnalité, la connaissance des systèmes de grandeurs et des formes géométriques usuelles du plan et de l'espace, ont longtemps constitué le contenu de l'enseignement des mathématiques pour tous. Elles restent des bases incontournables de la littéracie mathématique. Comme c'était le cas hier, l'enfant doit apprendre à acquérir le sens des nombres et des formules, apprendre à estimer, mesurer, jouer avec les ordres de grandeur. Cependant, d'une part ces bases ne suffisent plus à répondre aux besoins actuels qui se sont fortement accrus, d'autre part on ne peut penser leur apprentissage même sans prendre en compte les conditions sociales actuelles d'usage de ces connaissances et les moyens nouveaux que les technologies offrent pour cet apprentissage.

Aujourd'hui, la littéracie mathématique doit en particulier permettre aux individus de comprendre, analyser, critiquer des données multiples dont la présentation engage des systèmes de représentation divers et complexes, numériques, symboliques et graphiques, le plus souvent en interaction. Elle doit leur permettre de faire des choix raisonnables, en s'appuyant sur la compréhension, la modélisation, la prédiction, et de contrôler leurs effets, dans des situations inédites et souvent empreintes d'incertitude. Il est donc essentiel notamment que tout individu soit, au cours de sa scolarité de base en mathématiques, progressivement mis en contact avec la complexité du monde numérique actuel, apprenne à s'y repérer et y agir, qu'il se familiarise avec la diversité des modes de représentation qui y sont utilisés. Il importe qu'il soit aussi progressivement familiarisé avec les modes de raisonnement

probabilistes et statistiques qui sont nécessaires pour mettre la pensée mathématique au service de la compréhension des nombreux phénomènes qui, dans les sciences comme dans la vie sociale, font intervenir l'incertain et le risque.

Il faut aussi prendre en compte, comme nous l'avons souligné plus haut, les usages réels et les potentialités offertes par les technologies actuelles à l'apprentissage. Les usages réels nous montrent en particulier une évolution indéniable des pratiques sociales du calcul. Le calcul est toujours une composante clé de la littéracie mathématique, mais il est de plus en plus instrumenté par une diversité d'outils. Son organisation et son contrôle nécessitent dans ces conditions des capacités accrues d'estimation, de raisonnement basées sur les propriétés des nombres et des opérations, de nouveaux équilibres entre calcul exact et calcul approché, entre calcul écrit et calcul mental. Préparer adéquatement les élèves à ces formes actuelles du calcul à travers la scolarité de base requiert de repenser la vision de son apprentissage, et notamment de repenser les objectifs que l'on donne à l'apprentissage des techniques opératoires. Il n'y a bien sûr pas à cette question, source d'inépuisables débats, une réponse uniforme indépendante de la réalité des contextes et des moyens qui y sont socialement disponibles pour l'activité mathématique.

Il nous semble également important de souligner que l'enseignement des mathématiques n'est pas le seul à contribuer au développement des connaissances nécessaires à la littéracie mathématique. Il doit le faire en interaction étroite avec les autres enseignements, en particulier scientifiques, en arrivant à dépasser les cloisonnements existants entre les disciplines, comme souligné dans l'introduction. L'enseignement des mathématiques joue néanmoins dans ce domaine un rôle clé, car il est le seul à prendre les objets et techniques concernés comme des objets d'étude en soi et à organiser systématiquement la progression des connaissances les concernant. C'est le point de vue qui est par exemple développé dans l'ouvrage *Mathematics and Democracy. The case for Quantitative Literacy* publié en 2001 aux États-Unis par le National Council on Education and the Disciplines (Steen, 2001), même s'il y est reconnu que l'enseignement des mathématiques aux États-Unis d'Amérique ne remplit justement pas cette mission. Il y est également souligné que la notion de littéracie ne doit pas être conçue comme quelque chose de fixe, indépendant du temps et de l'espace. Les besoins qui y sont exprimés en termes de *quantitative literacy* sont très visiblement ceux de la société américaine actuelle ou de sociétés comparables à cette dernière, en termes de développement comme en termes de choix sociétaux. Mais, sans minimiser les différences culturelles, il nous semble important de souligner que, partout dans le monde, on observe une évolution et un accroissement des besoins en termes de littéracie mathématique qui doivent être pris en compte dans la conception d'une éducation mathématique de qualité pour tous. Par ailleurs, on ne saurait oublier que l'éducation mathématique de base, dans sa composante de littéracie mathématique, doit permettre d'anticiper sur les évolutions futures des sociétés et ouvrir à tous l'accès à d'autres mondes.

2.2 Au-delà du développement d'une littéracie mathématique

Même s'agissant de la scolarité de base, la seule ambition d'une éducation mathématique de qualité pour tous ne peut être réduite au développement d'une littéracie mathématique, au sens défini plus haut. L'éducation mathématique, y compris dans la scolarité obligatoire, doit répondre aussi à d'autres besoins. Elle doit permettre à tous de percevoir l'incroyable aventure humaine que constitue le développement des mathématiques à travers les siècles et les continents, une aventure inséparable de l'histoire de l'humanité. Elle doit permettre à tous de s'interroger sur le rôle qu'ont joué, que jouent aujourd'hui les mathématiques dans le développement scientifique, technologique, économique et social. Elle doit permettre aux élèves d'exercer à leur niveau les moyens de la pensée mathématique que sont l'abstraction, la généralisation, le raisonnement logique et la preuve, la symbolisation mathématique, et d'en comprendre la puissance. Elle doit aussi préparer la formation ultérieure de tous ceux dont la vie professionnelle nécessitera des mathématiques avancées, et susciter l'intérêt des jeunes pour ces professions, ce qui, on le sait, constitue aujourd'hui dans de nombreux pays un réel défi.

Pour cela, il est important de donner des mathématiques la vision d'une science vivante, ancrée dans le monde et en interaction avec les autres champs scientifiques. Ceci impose de prendre en compte un certain nombre de caractéristiques des mathématiques actuelles rappelées par László Lovász, le président de l'Union mathématique internationale, lors de la conférence organisée à Lisbonne en 2007 sur le futur de l'éducation mathématique en Europe : la croissance exponentielle de la communauté mathématique et des activités de recherche dans ce domaine, les nouvelles aires d'application des mathématiques et leur influence croissante, les nouveaux outils de l'activité mathématique que sont les ordinateurs et les technologies de l'information et de la communication, ainsi que les nouvelles formes d'activité mathématique (Lovász, 2007). Ceci impose en particulier de considérer les interfaces des mathématiques au-delà de leurs interactions historiques avec la physique : interface avec les sciences informatiques, l'économie, la biologie notamment ; les évolutions internes aux mathématiques elles-mêmes, avec l'importance croissante prise par des domaines comme les mathématiques discrètes et les probabilités, et l'évolution des interactions entre domaines mathématiques. Ceci impose aussi de prendre en compte l'évolution des pratiques mathématiques étroitement liée à l'évolution technologique : l'importance et la visibilité croissante de la part expérimentale des mathématiques ; l'appui de la technologie au calcul, à la visualisation et à la simulation ; le renforcement et une vision renouvelée de la dimension algorithmique des mathématiques ; sans oublier la gestion raisonnée et efficace de la diversité actuelle des sources d'information et formes possibles de travail collaboratif.

Comment prendre en compte ces évolutions dans la scolarité de base ? Face à la diversité des mathématiques actuelles, des choix s'imposent nécessairement. Comme le soulignait László

Lovász dans la conférence déjà citée qui concernait l'éducation mathématique de façon globale, ils ne sont pas évidents et sont rendus encore plus difficiles par un contexte où la tendance générale est à la baisse des horaires des enseignements de mathématiques. Nous ajouterons qu'ils sont encore plus délicats quand il s'agit de la scolarité de base où les élèves ne disposent pour approcher ces mathématiques actuelles que de connaissances limitées et souvent encore fragiles. Mais, sauf à perpétuer l'idée trop largement répandue chez les élèves que les mathématiques sont une science morte, il faut impérativement relever ce défi, trouver des équilibres satisfaisants entre le développement des compétences mathématiques attendues de tous et l'ouverture à des questions actuelles bien choisies. Ces changements doivent s'effectuer sans opposer mathématiques traditionnelles et actuelles, en repensant l'enseignement des domaines traditionnels pour qu'il reflète mieux la réalité des visions et pratiques mathématiques actuelles, et en organisant une meilleure interaction entre enseignement des mathématiques et enseignement des sciences. Il n'y a pas de réponse unique à ce défi, mais il importe de faire des choix cohérents et réalistes, compte tenu des contextes et des cultures⁶. Ces choix doivent être informés par une vision de l'évolution récente des sciences mathématiques pensée en prenant en compte leurs implications possibles pour l'enseignement. Cette vision doit être rendue accessible, via des formes adaptées, aux enseignants. C'est d'ailleurs l'ambition du projet « Felix Klein » qui vient d'être lancé conjointement par l'Union mathématique internationale et la Commission internationale de l'enseignement mathématique⁷.

Il y a aujourd'hui consensus pour estimer que ce qui est attendu, ce sont avant tout des connaissances opérationnelles qui s'expriment par la capacité à mobiliser des outils mathématiques pour faire face à des situations nouvelles et potentiellement problématiques, et pas seulement la capacité à reproduire des procédures apprises dans des contextes très proches de ceux de l'apprentissage et relativement stables

- 6 L'ouvrage (Kahane, 2001) résultant des travaux de la Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques en France ainsi que les différents documents élaborés par cette commission et accessibles sur le site de la Société mathématique de France (smf.emath.fr/Enseignement/CommissionKahane/) constitue l'exemple d'une telle réflexion menée dans le contexte français.
- 7 La Commission internationale de l'enseignement mathématique (CIEM – alias ICMI : International Commission on Mathematical Instruction) est une commission de l'Union mathématique internationale. Pour des informations sur le projet Felix Klein, on peut se référer au site de l'ICMI : <http://www.mathunion.org/ICMI/>. Ce projet vise dans un premier temps les enseignants du secondaire mais il est prévu de l'étendre à l'ensemble des enseignants de mathématiques.

2.3 Apprentissage de contenus/ Développement de compétences

Les considérations qui précèdent imposent que l'on s'interroge à la fois sur les contenus d'enseignement et sur les attentes précises que l'on a en termes d'apprentissage vis-à-vis de ces contenus. De ce point de vue, il y a aujourd'hui consensus pour estimer que ce qui est attendu, ce sont avant tout des connaissances opérationnelles qui s'expriment par la capacité à mobiliser des outils mathématiques pour faire face à des situations nouvelles et potentiellement problématiques, et pas seulement la capacité à reproduire des procédures apprises dans des contextes très proches de ceux de l'apprentissage et relativement stables. Il y a aussi consensus pour estimer que ce sont des connaissances suffisamment solides et structurées pour pouvoir servir de base à des apprentissages ultérieurs, vu le caractère cumulatif des connaissances mathématiques. La réflexion dans ce domaine s'est accompagnée d'efforts systématiques pour exprimer ce que l'on entend par compétence mathématique, en essayant notamment de déterminer des catégories transcendant tel ou tel contenu précis, pour aider à comprendre plus globalement la pensée mathématique et sa progression possible. Par exemple, Kilpatrick, Swafford et Findell (2001) définissent ce qu'ils appellent « mathematical proficiency » comme le résultat de l'entrelacement de cinq dimensions : « conceptual understanding, procedural fluency, strategic competence, adaptive reasoning and productive disposition ». Dans le modèle KOM développé au Danemark (Niss, 2002), qui a servi de base à la réforme de l'enseignement secondaire mise en œuvre en 2005 dans ce pays et inspiré également le concept de « mathematical literacy » du programme PISA de l'OCDE (OCDE, 1999, 2006), les compétences mathématiques sont définies comme le pouvoir d'agir avec intelligence et d'une façon convenable dans des situations comportant une certaine forme de défi mathématique. Huit compétences majeures sont identifiées, distinctes mais non indépendantes⁸. Le degré de développement de chacune est, pour un individu donné, évalué selon trois dimensions : la maîtrise qu'il a de ses aspects caractéristiques, l'ampleur du domaine de contextes et de situations où il peut les appliquer, et le niveau technique de ces applications.

Cette attention portée à l'explicitation de compétences transversales s'est traduite dans divers pays par une prise de distance avec les descriptions curriculaires traditionnelles en termes de contenus au profit de descriptions structurées autour de l'acquisition de telles compétences transversales. Il nous semble aujourd'hui important de trouver un équilibre et une articulation

8 Ces compétences transversales sont les suivantes : 1. maîtriser les formes caractéristiques de poser et résoudre des questions mathématiques ; 2. pouvoir reconnaître, formuler et résoudre des problèmes mathématiques ; 3. pouvoir comprendre, évaluer et construire des modèles mathématiques ; 4. pouvoir suivre, analyser, évaluer et construire des raisonnements mathématiques ; 5. pouvoir manier diverses représentations de phénomènes mathématiques ; 6. pouvoir manier les formalismes mathématiques ; 7. pouvoir communiquer en mathématiques et à leur propos ; 8. pouvoir utiliser les outils appropriés pour l'activité mathématique.

raisonnable dans la définition de la scolarité de base en mathématiques entre ces deux types de description. Les définitions usuelles en termes de seuls contenus laissent généralement implicite ce qui est exactement attendu comme compétence à l'issue de l'enseignement, et échouent à montrer clairement comment les apprentissages spécifiques dans tel ou tel domaine s'inscrivent dans un objectif plus général de développement de compétences mathématiques. En ce sens, elles ne favorisent pas les évolutions et adaptations nécessaires mentionnées plus haut. Mais les définitions en termes de compétences générales ne suffisent pas non plus à elles seules à construire une organisation curriculaire cohérente respectueuse de l'épistémologie des domaines concernés, rendant visibles les raisons d'être des notions et techniques enseignées, et prenant en compte le caractère cumulatif des connaissances mathématiques. Comme souligné dans (Winslow, 2005), les mathématiques résultent d'une histoire humaine par rapport à laquelle une vision en termes de développement de compétences transversales a peu de sens. La construction d'un curriculum pour la scolarité de base se doit donc de conjuguer, de façon équilibrée, les deux approches complémentaires que sont l'approche en termes de contenus et l'approche en termes de compétences transversales, et c'est là un réel défi, l'expérience montrant la difficulté de trouver des équilibres satisfaisants. En particulier, il importe de faire apparaître clairement la façon dont l'enseignement de domaines mathématiques donnés contribue au développement de compétences transversales, sans gommer la spécificité de ces contributions. Les formes de raisonnement et de preuve par exemple sont en mathématiques, au-delà de bases de logique communes, étroitement dépendantes des domaines dans lesquels elles se développent. L'efficacité du raisonnement ne repose pas en théorie des nombres, en géométrie, en probabilités et statistique, sur les mêmes schémas.

2.4 **Éducation mathématique pour tous/Éducation mathématique de qualité**

La scolarité de base doit assurer, nous l'avons souligné, une éducation mathématique de qualité à tous les élèves. Ces deux ambitions – assurer une éducation mathématique de qualité et assurer une éducation mathématique pour tous les élèves – sont souvent perçues comme inconciliables. Elles le sont, objectivement, si l'on ne dispose pas d'un nombre suffisant d'enseignants qualifiés pour assurer, dans des conditions satisfaisantes, la généralisation de l'accès à la scolarité de base, ce qui est malheureusement le cas dans nombre de pays en voie de développement. Mais il y a aussi souvent derrière cette vision l'idée qu'une éducation mathématique de qualité est nécessairement

La scolarité de base doit assurer une éducation mathématique de qualité à tous les élèves. Ces deux ambitions – assurer une éducation mathématique de qualité et assurer une éducation mathématique pour tous les élèves – sont souvent perçues comme inconciliables

une éducation sélective, que vouloir s'adresser à tous les élèves ne peut se faire qu'au préjudice de cette qualité. Surmonter cette vision, le plus souvent solidement ancrée dans la culture, est un réel défi pour l'enseignement des mathématiques. Il est loin d'avoir été surmonté. Pourtant les résultats d'évaluations internationales (OCDE, 2004, 2007) tendent à montrer que, parmi les systèmes éducatifs qui réussissent le mieux, figurent des systèmes qui ont fait le pari d'une éducation inclusive dans la scolarité de base. La diversité des choix éducatifs des pays concernés montre, encore une fois, que la solution à ce problème n'est pas unique. Elle montre aussi ce qu'offrent à la compréhension des possibilités offertes les études comparatives qui se sont multipliées ces dernières années et ont été largement motivées par ces enquêtes (cf. par exemple (Kaiser, Luna et Huntley, 1999), (Leung, Graf et Lopez-Real, 2006)). Soulignons enfin qu'une conception inclusive de la scolarité de base n'exclut pas de mettre en place, pour renforcer l'intérêt des élèves pour les mathématiques et leur permettre de s'y engager plus intensément s'ils le souhaitent, des activités périscolaires comme il en existe dans de très nombreux pays (cf. partie 7).

3. Le défi de l'évolution des pratiques d'enseignement

Surmonter les défis mentionnés dans la partie précédente suppose une évolution des pratiques d'enseignement permettant leur mise en cohérence avec les ambitions affichées. Les études des pratiques enseignantes menées dans le cadre de recherches didactiques et de formations, tout comme les enquêtes menées par les institutions internationales (Commission européenne, 2007), montrent en effet que ce n'est pour l'instant généralement pas le cas. L'enseignement des mathématiques dans la scolarité de base est trop souvent encore un enseignement peu stimulant :

-
- conçu comme un enseignement formel, centré sur l'apprentissage de techniques et la mémorisation de règles dont la raison d'être ne s'impose pas aux élèves ;
 - dans lequel les objets mathématiques sont introduits sans que l'on sache à quels besoins ils répondent, ni comment ils s'articulent avec ceux préexistants ;
 - dans lequel les liens avec le monde réel sont faibles, généralement trop artificiels pour être convaincants, et les applications stéréotypées ;
 - dans lequel les pratiques expérimentales, les activités de modélisation sont rares ;
 - dans lequel une utilisation pertinente de la technologie reste encore relativement rare ;
 - où les élèves ont peu d'autonomie dans leur travail mathématique et sont très souvent cantonnés dans des tâches de reproduction.

Les recherches et expérimentations montrant que d'autres alternatives sont possibles, productives en termes d'apprentissage et donnant aux élèves une autre vision des mathématiques et de leur capacité à saisir la signification de cette science, se sont pourtant accumulées au fil des années (cf. par exemple (Bishop *et al.*, 1996, 2003), (Lester, 2007) pour des visions synthétiques). Elles s'appuient généralement sur des perspectives socioconstructivistes de l'apprentissage (Ernest, 1998). Elles mettent l'accent sur la place à accorder à la résolution de problèmes dans l'enseignement des mathématiques, que ces problèmes soient utilisés pour motiver et préparer l'introduction de nouvelles notions, ou qu'ils permettent de les travailler et les exploiter après

qu'elles aient été introduites. L'apprentissage y est perçu comme une opération progressive de prise de sens au fil de la rencontre de situations problématiques soigneusement choisies et organisées, grâce à la médiation de systèmes de représentation et d'artefacts divers, les objets mathématiques n'étant pas des objets directement accessibles à nos sens. La dimension sociale de cet apprentissage, par le biais des interactions entre élèves et entre enseignant et élèves, est fortement soulignée, tout comme l'importance à accorder à l'expérience acquise par les élèves hors de l'école.

Pourtant, de nombreuses études montrent aussi que, lorsque les enseignants essaient de modifier leurs pratiques pour les mettre en accord avec ce discours socioconstructiviste dominant, proposant par exemple aux élèves des problèmes plus ouverts censés induire de leur part une démarche d'investigation, les résultats ne sont pas nécessairement satisfaisants. Ce qui est alors souvent observé, c'est une activité des élèves qui, même lorsqu'elle est convenablement ciblée et raisonnablement productive sur le plan mathématique – ce qui n'est pas nécessairement le cas –, est difficilement exploitée par l'enseignant s'il n'y est pas spécifiquement formé. Le partage des responsabilités mathématiques entre enseignants et élèves que sous-entend cette vision de l'apprentissage est en fait loin d'aller de soi. Il requiert des tâches et un guidage approprié des élèves, ainsi qu'un contrat didactique approprié (Brousseau, 1997). Il requiert des enseignants capables de faire face à l'imprévu et d'identifier le potentiel mathématique d'idées et de productions d'élèves non nécessairement anticipées. Il requiert des enseignants capables enfin d'aider les élèves à relier les résultats qu'ils ont obtenus dans un contexte particulier avec les connaissances visées par l'institution, à la fois dans leur contenu et dans leur forme d'expression. Les besoins en expertise enseignante vont ainsi bien au-delà de ce qui est en jeu dans les pratiques d'enseignement traditionnelles.

Tout cela renvoie à la question incontournable de la formation des enseignants et des ressources qui sont mises à la disposition de ces derniers pour leur permettre de faire évoluer leurs pratiques. Nous y reviendrons dans la suite de ce texte mais voudrions dès à présent souligner quelques points. Une formation appropriée devrait en particulier aider plus efficacement les enseignants à élaborer des tâches susceptibles de permettre des activités d'investigation mathématiquement productives, dans les contraintes qui sont celles de la classe, les aider plus efficacement à jouer le rôle de guide et de médiateur qui est le leur pour gérer ces activités de façon mathématiquement efficace. Par ailleurs, les évolutions de pratiques sont à penser en termes de dynamiques, en veillant à maintenir une distance raisonnable entre l'ancien et le nouveau, et elles doivent être soutenues par des ressources adaptées permettant d'enclencher et soutenir les évolutions demandées. Trop souvent encore, ce qui est proposé aux enseignants en formation ou via les ressources qui sont mises à leur disposition, ce sont des modèles de pratiques trop éloignés de leurs pratiques réelles pour pouvoir être assimilés sans être dénaturés. Par ailleurs, l'accroissement des besoins d'expertise tant mathématique que didactique que les

nouvelles pratiques requièrent est largement sous-estimé. Tout ce contexte rend difficile pour les enseignants la perception des bénéfices qu'ils peuvent retirer des changements préconisés et ne les incite pas à s'engager dans les évolutions souhaitées.

À travers ces constats est posée la question de l'adéquation des modèles de formation et de diffusion des innovations et recherches sur laquelle nous reviendrons ultérieurement.

Avant de passer au point suivant, nous voudrions cependant insister sur le fait que, même si le modèle socioconstructiviste brièvement décrit plus haut inspire aujourd'hui, plus ou moins explicitement, beaucoup d'innovations et d'actions éducatives, il peut, suivant les contextes sociaux et culturels, s'incarner dans des formes sensiblement différentes. Par ailleurs, il n'est pas le seul modèle possible (Sierpiska et Lerman, 1996). C'est ce que montrent des études comme l'Étude ICMI concernant la comparaison des cultures d'enseignement dans des pays d'Asie de tradition confucéenne et des pays de l'Ouest (Leung, Graf et Lopez-Real, 2006) ou *The Learner's Perspective Study* (Clarke, Keitel et Shimizu, 2006), (Clarke, Emanuelsson, Jablonka et Chee Mok, 2006), qui compare les pratiques d'enseignants reconnus comme experts dans douze pays.

4. Le défi de l'évaluation

L'évaluation est nécessaire à l'enseignement des mathématiques, à la fois dans sa dimension formative, pour piloter les apprentissages au cours de leur réalisation, et dans sa dimension sommative, pour situer les résultats obtenus par rapport aux attentes et évaluer l'écart entre le curriculum visé et le curriculum atteint. Elle doit pour cela savoir conjuguer des dimensions internes et externes, qualitatives et quantitatives, et s'appuyer sur des méthodologies et instruments appropriés. Il y a là un point de consensus sur lequel il nous semble inutile de nous appesantir.

Une question essentielle dans ce domaine est celle de la mise en cohérence des moyens de l'évaluation avec les objectifs visés par l'enseignement, dans un respect des valeurs qui sous-tendent ce dernier. Cette mise en cohérence est fondamentale vu l'influence que l'évaluation exerce sur les enseignements et elle représente un réel défi pour l'enseignement des mathématiques. Elle n'est pas facile car, comme nous l'avons souligné, une éducation mathématique de qualité vise des objectifs divers, en termes de connaissances, de compétences spécifiques et transversales, d'attitudes vis-à-vis de la discipline. Elle met en jeu des capacités individuelles mais aussi des capacités de nature plus collective. Elle doit prendre en compte le fait que la résolution de problèmes, qui constitue une part essentielle de l'activité mathématique, nécessite, pour être évaluée convenablement, une durée suffisante. Elle doit être en accord avec les pratiques en ce qui concerne les outils technologiques autorisés. Et, dans la perspective qui est celle de l'UNESCO, d'une scolarité de base de qualité accessible à tous et vecteur d'épanouissement et de développement personnel, elle doit être conçue pour permettre à chacun d'exprimer au mieux ses connaissances et compétences, en étant attentive à la diversité des formes que ces connaissances et compétences peuvent prendre.

Tout ceci plaide pour une évaluation multiforme, aucune forme d'évaluation ne pouvant prétendre satisfaire l'ensemble de ces conditions. En particulier, il importe de reconnaître que les activités de recherche, les activités expérimentales, les réalisations de projets mathématiques, les activités de synthèse, d'exposé, les travaux de nature historique, les réalisations pratiques, qui doivent avoir leur place dans une éducation mathématique de qualité pour tous, et doivent donc

Une question essentielle dans ce domaine est celle de la mise en cohérence des moyens de l'évaluation avec les objectifs visés par l'enseignement, dans un respect des valeurs qui sous-tendent ce dernier

elles aussi être évaluées pour voir leur importance institutionnellement reconnue, nécessitent des formes adaptées d'évaluation.

Il existe aujourd'hui une tendance forte à multiplier les évaluations et, pour assurer leur « scientificité », permettre des passations à grande échelle et en minimiser les coûts, à les baser sur des séries de questions à choix multiples ou nécessitant une réponse brève, si possible traitable de façon automatique⁹. De telles évaluations peuvent être très bien conçues et on peut en tirer des informations très intéressantes, comme le montrent de nombreuses réalisations. Elles limitent cependant l'appréciation de ce que peut être une formation mathématique de qualité, en réduisant cette appréciation à ce que les outils utilisés, soumis à de nombreuses contraintes, permettent d'évaluer. Il nous semble pour cette raison dangereux de limiter à ce seul type les modes d'évaluation des élèves et, à plus forte raison, d'en faire les instruments privilégiés de pilotage d'un système éducatif. L'histoire récente nous donne des exemples d'effets pervers de tels dispositifs (Schoenfeld, 2007), (Keitel, 2008). Elle nous montre en particulier que, dans les contextes les plus fragiles, l'enseignement peut dériver vers un enseignement centré sur la préparation de tests qui, quelle que soit la qualité de ces derniers, est inconciliable avec une éducation mathématique de qualité telle que nous l'envisageons.

L'évaluation a un rôle crucial à jouer dans la mise en place et la généralisation réussie d'une éducation mathématique de qualité pour tous. Il est important qu'elle soit mise au service de cette cause, que son adéquation aux valeurs de l'éducation mathématique, sa qualité, ses effets directs et indirects soient soigneusement contrôlés.

9 Précisons que toutes les évaluations à grande échelle ne sont pas de ce type.

5. Le défi enseignant : condition, formation initiale et continue

Les enseignants sont le maillon clé de toute évolution positive et durable des systèmes éducatifs. Ils constituent aujourd'hui le défi principal d'une éducation mathématique de qualité pour tous. Les problèmes posés sont sur ce plan multiples, à la fois quantitatifs et qualitatifs.

5.1 Le défi quantitatif

Le défi quantitatif est un défi qui ne touche pas de façon identique toutes les parties du monde. Dans certains pays, la profession d'enseignant dans la scolarité de base bénéficie d'une bonne image sociale, les salaires sont convenables si ce n'est attrayants, les conditions d'exercice du métier sont bonnes, tout ceci contribuant à faire de cette profession une profession attractive. Cette situation est loin d'être générale au sein même des pays développés, comme le montrent les sérieux problèmes de recrutement et de rétention observés dans un certain nombre d'entre eux (OCDE, 2005). La désaffection pour les études mathématiques à l'université en accroît la sévérité, générant de véritables cercles vicieux (Holton, 2009). Les problèmes majeurs se posent cependant dans les pays en voie de développement où se cumulent très souvent faible attractivité du métier, nombre insuffisant à la fois d'étudiants issus de l'enseignement secondaire susceptibles de s'orienter vers cette profession, et de formateurs pour en assurer la préparation. À ceci s'ajoute, dans nombre de ces pays, un exode important des étudiants ou même enseignants déjà formés au profit de pays offrant de meilleures perspectives professionnelles. Ce phénomène est particulièrement présent dans bon nombre de pays africains, comme le montre l'étude sur l'état de la formation

Les enseignants sont le maillon clé de toute évolution positive et durable des systèmes éducatifs. Ils constituent aujourd'hui le défi principal d'une éducation mathématique de qualité pour tous. Les problèmes posés sont sur ce plan multiples, à la fois quantitatifs et qualitatifs.

des enseignants dans douze pays motivée par le colloque AFRICMEI (Adler et al., 2007). Les auteurs de cette étude ajoutent aux difficultés mentionnées ci-dessus celles dues à la mortalité consécutive au SIDA, et soulignent que les problèmes rencontrés, même s'ils concernent la profession enseignante en général, touchent spécialement les enseignants de mathématiques, car de nombreuses autres perspectives d'emploi s'offrent à eux, dans le pays même ou à l'étranger.

Le problème quantitatif du recrutement et de la rétention des enseignants est donc un problème majeur et, pour le résoudre, il faut considérer les problèmes de l'enseignement des mathématiques au-delà de la seule scolarité de base. Comme souligné dans le rapport récent : *Mathematics in Africa: Challenges and Opportunities*, réalisé par le Developing Countries Strategic Group de l'Union mathématique internationale pour la John Templeton Foundation (DCSG, 2009) : « To concentrate on primary education alone will be futile if there are no qualified teachers; there can be no qualified teachers without skilled mentors to teach the teachers »¹⁰ Un tel constat suppose des flux suffisants dans l'enseignement secondaire supérieur et au niveau des études universitaires. Surmonter ce défi nécessite une reconnaissance sociale de la profession à la hauteur de son importance réelle, et une amélioration des conditions de travail des enseignants. De telles améliorations passent forcément par des efforts systématiques pour permettre à tous les enseignants d'accéder à des réseaux, des ressources, des formations, d'échanger et collaborer avec d'autres.

5.2 Le défi qualitatif

Le second défi est celui de la qualité, car il est clair que, dans beaucoup de pays, la qualité de la formation est loin d'être satisfaisante, même lorsque le problème quantitatif ne se pose pas. Comme nous l'avons souligné, les attentes vis-à-vis de la scolarité de base se sont substantiellement accrues. Répondre à ces demandes accrues exige des enseignants solidement formés tant sur le plan mathématique que didactique et pédagogique. La scolarité de base, notamment dans ses premières années mais, dans un certain nombre de pays, dans son intégralité, est assurée par des enseignants qui, dans leur grande majorité, ont eux-mêmes connu des difficultés dans leurs apprentissages mathématiques et ont une image négative de la discipline. De plus, il s'agit souvent d'enseignants polyvalents et les heures consacrées à la formation scientifique, et a fortiori à la formation mathématique, ne constituent qu'une fraction limitée de leur formation. Tout ce contexte rend le problème de leur formation d'autant plus délicat.

10 L'importance à accorder à la formation au-delà de la seule scolarité de base était également au centre de la conférence « Higher education and research in developing countries », organisée conjointement par le Niels Henrik Abel Memorial Fund et l'Oslo Center for Peace and Human Rights, à Oslo, en février 2008 : <http://www.dnva.no/c26889/artikkel/vis.html?tid=27509>.

Ces caractéristiques de la scolarité de base imposent une réflexion approfondie sur les connaissances nécessaires à l'exercice de cette profession et sur la façon dont ces connaissances peuvent être développées. Nul ne saurait nier que l'exercice de la profession requiert une connaissance approfondie des mathématiques visées par l'enseignement. Un premier point important est que les mathématiques de la scolarité obligatoire ne se limitent plus, comme nous l'avons souligné, aux mathématiques enseignées à ce même niveau il y a quelques décennies. Trop souvent, la formation mathématique des futurs enseignants néglige ces évolutions et ne les prépare donc pas à donner dans leur enseignement une vision des mathématiques comme science vivante interagissant avec de nombreux domaines. Ceci est particulièrement dommageable si l'on vise, comme cela a été souligné à plusieurs reprises dans ce document, un enseignement des mathématiques qui soit capable de construire des interactions productives avec l'enseignement des sciences. Un second point, encore plus important, est celui de la spécificité des mathématiques pour l'enseignement. L'étude des formations et des pratiques enseignantes a conduit à mettre en question l'efficacité de formations mathématiques ne prenant pas suffisamment en compte les besoins mathématiques spécifiques de la profession (Even et Ball, 2009). Il y a aujourd'hui en effet un large consensus pour considérer que ces connaissances ne se limitent pas à des connaissances mathématiques académiques, d'une part, et des connaissances pédagogiques, d'autre part, connaissances dont l'apprentissage pourrait se faire de façon consécutive ou juxtaposée. Diverses catégorisations ont été proposées pour décrire les différents types de connaissances en jeu, plus ou moins toutes dérivées du modèle initial de Shulman (1986) distinguant « content knowledge » (connaissances disciplinaires), « pedagogical content knowledge » (connaissances didactiques) et « pedagogical knowledge » (connaissances pédagogiques). C'est le cas par exemple de celle développée par (Ball et al., 2005) à partir de très nombreuses études de cas. Elle distingue quatre catégories de connaissances : « common content knowledge » (les connaissances mathématiques visées par le curriculum essentiellement), « specialized content knowledge » (celles utilisées par l'enseignant et qui dépassent celles du curriculum lui-même), « knowledge of students and contents » (connaissances concernant les élèves) et « knowledge of teaching and content » (connaissances concernant l'enseignement et son organisation). Ce sur quoi ces auteurs insistent est la nécessité de considérer les mathématiques pour l'enseignement comme une forme de mathématiques appliquées spécifiques dont la connaissance ne dérive pas automatiquement d'une formation mathématique universitaire, fût-elle approfondie. Ils le prouvent en proposant à des mathématiciens universitaires et à des enseignants experts du primaire des tâches professionnelles d'enseignant concernant nombres décimaux et fractions. La formation mathématique des enseignants doit prendre en compte cette spécificité.

Un deuxième point de consensus est le fait que la formation d'enseignants de qualité doit explicitement prendre en charge la mise en relation de ces différents types de connaissances, à l'aide de dispositifs adaptés, et leur actualisation dans les pratiques. Certes, toutes les mises en relation ne peuvent être pleinement comprises dès ce stade, comme le montrent des travaux

tels ceux de Ma (1999), Stevenson et Steigler (2000), mais le processus doit être amorcé dès ce stade. Il suppose la collaboration organisée de différentes expertises : mathématiques, didactiques, pédagogiques. Dans cet entrelacement de connaissances qui contribue à l'expertise professionnelle de l'enseignant, les connaissances didactiques ont un rôle particulier à jouer, en vertu de leur position à l'interface du disciplinaire et du professionnel.

Il est aussi clair aujourd'hui que la profession d'enseignant est une profession pour laquelle une formation initiale, quelle que soit sa qualité, doit être complétée par une formation continue régulière. Cet état de fait est dû à plusieurs facteurs. D'une part, comme souligné ci-dessus, un certain nombre de relations entre les différentes formes de connaissances, de rapports entre connaissances et pratiques, ne peuvent prendre sens en formation initiale, faute d'une expérience d'enseignement suffisante ; d'autre part, l'enseignement des mathématiques doit s'adapter sans cesse à l'évolution des sciences mathématiques et de leur rapport au monde, à l'évolution des demandes sociales, à l'évolution des conditions et moyens de l'enseignement, notamment ses moyens technologiques, ainsi qu'à l'évolution des connaissances issues des différents champs de recherche qui s'intéressent à l'enseignement et à l'apprentissage. Dans trop de pays aujourd'hui, la formation continue des enseignants est au mieux une formation bricolée, sans vision à long terme, sans cohérence, sans lien de continuité avec la formation initiale. Et cette situation hypothèque très sérieusement la possibilité d'améliorations durables de la qualité de l'enseignement. Pourtant, l'évolution des connaissances sur les pratiques des enseignants et sur leurs modes d'évolutions possibles (Krainer et Wood, 2008), (Vandebrouck, 2008) permet aujourd'hui de mieux comprendre comment la formation peut servir l'évolution des pratiques dont nous avons souligné le besoin dans la partie 3, permettant aux enseignants de faire vivre dans leurs classes une activité mathématique de qualité.

Nous avons mis en évidence dans cette partie du texte de grandes lignes consensuelles et des points sur lesquels il est particulièrement important de cibler les efforts. Comme dans le cas des pratiques, il n'y a pas une unique voie de progression et la plus grande attention doit être portée aux caractéristiques contextuelles et culturelles. Certains pays ont une tradition de formation des enseignants intégrant tout au long du cursus de formation les différents types d'apprentissages requis, tandis que d'autres vivent dans une tradition où priorité est d'abord donnée à la formation disciplinaire ; certains pays ont des enseignants polyvalents pour toute la scolarité obligatoire tandis que dans d'autres c'est uniquement le cas pour les premières années de cette scolarité, et dans d'autres encore, les élèves ont dès le départ plusieurs enseignants. On ne peut penser de façon identique les dynamiques d'évolution dans ces différents systèmes mais, encore une fois, une telle situation rend particulièrement intéressantes les comparaisons qui aident à mieux comprendre les points forts et points faibles de tel ou tel système, et à imaginer des évolutions qui, de l'intérieur du système, ne seraient pas envisagées. De ce point de vue, l'Étude ICMI récemment publiée concernant *The Professional Education and Development*

of *Teachers of Mathematics* (Even et Ball, 2009) est instructive par la diversité des exemples et analyses qu'elle fournit¹¹.

Une question que nous souhaiterions finalement aborder dans cette partie est celle de l'évaluation de la qualité des formations et de l'impact de ces dernières sur l'apprentissage des élèves. Il s'agit là de questions complexes et, alors que l'on dispose d'énormément de travaux concernant l'évaluation des élèves en mathématiques, la recherche est, dans ce domaine, encore émergente. Elle est difficile car, comme pour toute évaluation, les outils élaborés ne sont pas neutres. Ils constituent le filtre à travers lequel les formations sont évaluées. Ils supposent des hypothèses sur les connaissances et compétences attendues d'une telle formation, ainsi que des méthodologies pour « mesurer » si celles-ci sont ou non disponibles à l'issue de la formation. Si l'on vise des échantillons conséquents, le recueil de données ne peut s'effectuer dans le contexte même de l'exercice de la profession mais peut au mieux le simuler. C'est dans cet esprit qu'est développée la première enquête de l'IEA sur la formation des enseignants (Tatto *et al.*, 2008)¹². La recherche de liens entre les connaissances et compétences des enseignants et les apprentissages de leurs élèves pose, plus avant, la question de la discrimination entre facteurs et de la compréhension, au-delà de l'identification de corrélations ou implications statistiques, des mécanismes susceptibles d'expliquer les liens éventuellement obtenus. Là encore, c'est une forme de recherche relativement nouvelle et difficile (Hill *et al.*, 2007). Si on peut espérer aujourd'hui qu'elle produise des résultats intéressants, c'est aussi parce que, comme nous l'avons souligné plus haut, la recherche qualitative sur les pratiques enseignantes et leurs déterminants a substantiellement progressé au cours de la dernière décennie.

11 Nous présentons en annexe l'approche *Lesson Study*, un dispositif de formation continue des enseignants existant au Japon et qui a suscité l'intérêt lorsque les résultats de ce pays dans les évaluations internationales TIMSS ont attiré l'attention sur les pratiques d'enseignement et de formation qui y sont mises en œuvre.

12 Une description en est donnée en annexe.

6. La mise en synergie des différents acteurs

Tout ce qui précède montre clairement que le défi d'une éducation mathématique de qualité pour tous nécessite la mise en synergie d'une diversité d'expertises, celles des mathématiciens, des enseignants, des formateurs d'enseignants et des didacticiens, notamment. Cette mise en synergie n'est pas évidente. L'investissement des mathématiciens dans les questions d'éducation est pourtant une longue tradition, au moins dans certains pays, comme en témoigne par exemple l'histoire de l'ICMI qui a célébré en 2008 son premier centenaire¹³. La Commission elle-même a été créée au quatrième Congrès international des mathématiciens à Rome en 1908 et son premier président a été le grand mathématicien Felix Klein. Il était l'auteur des célèbres ouvrages de la série « Mathématiques élémentaires d'un point de vue avancé », destinés aux enseignants et visant à surmonter les discontinuités existantes déjà à l'époque entre mathématiques universitaires et mathématiques du secondaire. Pendant un siècle, l'ICMI s'est située à l'interface entre mathématiques et éducation mathématique, cherchant à renforcer les synergies, avec des réussites diverses (Artigue, 2009). Aujourd'hui encore, beaucoup reste à faire. Deux défis nous semblent en particulier devoir être relevés : celui d'un engagement plus large des mathématiciens et de la reconnaissance de cet engagement, d'une part, et celui d'une meilleure collaboration entre mathématiciens, didacticiens, enseignants et formateurs, d'autre part. Ils sont particulièrement délicats à relever dans beaucoup de pays en développement qui cumulent plusieurs difficultés : un nombre très limité de mathématiciens ayant déjà à faire face à un grand nombre d'autres responsabilités et demandes, mais un nombre très important d'élèves et enseignants a priori concernés, l'absence par ailleurs d'une tradition comparable à celle qui a été évoquée ci-dessus.

Tout ce qui précède montre clairement que le défi d'une éducation mathématique de qualité pour tous nécessite la mise en synergie d'une diversité d'expertises, celles des mathématiciens, des enseignants, des formateurs d'enseignants et des didacticiens, notamment

13 Cf. information sur le site historique de l'ICMI <http://www.icmihistory.unito.it/>.

6.1 Un engagement plus large et mieux reconnu des mathématiciens

Il existe, comme nous l'avons souligné, dans de nombreux pays une tradition d'engagement des mathématiciens dans les questions relatives à l'éducation primaire et secondaire et à la formation des enseignants, mais l'énergie de ces derniers s'est souvent concentrée sur la détection et l'accompagnement des futurs talents mathématiques. En témoigne leur engagement dans l'organisation de compétitions mathématiques diverses et notamment des Olympiades de mathématiques. Ce choix est compréhensible, mais la réussite d'une éducation mathématique de qualité pour tous nécessite un engagement plus large des mathématiciens, s'adressant à un public moins ciblé et prenant d'autres formes que l'organisation de compétitions. De nombreux exemples de telles initiatives existent aujourd'hui et c'est ce qui a conduit l'ICMI à lancer une étude intitulée *Challenging Mathematics In and Beyond the Classroom* (Barbeau et Taylor, 2009). Nous présentons quelques exemples en annexe mais ils ne sauraient rendre compte de la richesse et diversité des actions existantes auxquelles les mathématiciens contribuent ou peuvent contribuer en faveur d'une éducation mathématique de qualité pour tous. Ceci étant, il n'en demeure pas moins que cet engagement des mathématiciens s'effectue le plus souvent à titre personnel, est peu encouragé institutionnellement et peu valorisé. Pour qu'il en soit autrement, il faudrait que l'on rompe avec un système où seule la productivité en tant que chercheur est valorisée professionnellement, ce qui est malheureusement généralement le cas. Cette situation est particulièrement problématique pour les jeunes mathématiciens, qui pourtant sont particulièrement à même de montrer aux élèves que les mathématiques sont une science vivante.

6.2 Une meilleure collaboration entre communautés

Une meilleure collaboration entre les différentes communautés en charge des questions d'éducation, notamment celles des mathématiciens, des enseignants et des didacticiens

Le second défi est celui d'une meilleure collaboration entre les différentes communautés en charge des questions d'éducation, notamment celles des mathématiciens, des enseignants et des didacticiens. De ce point de vue, au cours des dernières décennies, le développement et l'institutionnalisation de la didactique comme champ de recherche académique, sur la base entre autres des désillusions engendrées par la période des mathématiques modernes, ont modifié les équilibres traditionnels. Durant la dernière décennie, dans un certain nombre de pays, l'insatisfaction ressentie quant à la qualité de l'enseignement des mathématiques s'est traduite par une méfiance, voire un rejet vis-à-vis d'une recherche dont les idées, à défaut d'être véritablement mises en œuvre dans les pratiques, se

trouvaient reflétées dans un certain nombre de documents curriculaires. Cet état de fait est particulièrement vrai dans les pays où mathématiciens et chercheurs en éducation mathématique vivent dans des institutions séparées et collaborent peu, y compris dans la formation des enseignants. Cette situation nous semble profondément dommageable pour l'enseignement des mathématiques. Elle n'est pas inéluctable pourtant et il importe donc de faire mieux connaître les réussites dans ce domaine et d'en faire une source d'inspiration¹⁴.

14 En annexe, nous présentons quelques exemples : le cas des IREM (Instituts de recherche sur l'enseignement des mathématiques) en France, le cas du Park City Mathematics Institute aux États-Unis d'Amérique..

7. Organiser les complémentarités entre éducations formelle et non formelle

Nous avons insisté dans ce qui précède sur la nécessité pour l'enseignement des mathématiques dans la scolarité de base d'être un enseignement stimulant, celui de mathématiques vivantes, en relation avec le monde dans lequel vivent les élèves et les questions qui se posent aujourd'hui à l'humanité. Nous avons également fait référence à des réalisations qui semblent montrer que cela est possible, sous différentes formes, en fonction des choix effectués et des contextes sociaux et culturels. Mais dans le cadre contraignant de l'organisation scolaire usuelle, auquel s'ajoute très souvent un fort cloisonnement disciplinaire, tout n'est pas possible. C'est pourquoi il est important de ménager dans l'institution scolaire des espaces de liberté pour des activités plus ouvertes obéissant à une autre temporalité et une autre gestion didactique. C'est pourquoi aussi il est important de s'appuyer sur les nombreuses possibilités d'apprentissage qui sont aujourd'hui offertes aux jeunes, au-delà de l'école. C'est là encore un défi car, si des réalisations existent, elles touchent pour l'instant une proportion très limitée des élèves de la scolarité de base. La quinzième Étude ICMI déjà citée donne une idée de la multiplicité des réalisations existantes en les organisant en seize catégories différentes et en illustrant chaque catégorie par des exemples précis. S'agissant ici d'un texte produit pour l'UNESCO, il nous semble par ailleurs important de mentionner tout spécialement l'exposition itinérante UNESCO « Pourquoi les mathématiques ? » dont trois exemplaires parcourent le monde depuis 2005. Elle est maintenant doublée d'une exposition virtuelle et ses présentations sont généralement accompagnées de manifestations mathématiques diverses qui attirent non seulement des classes mais aussi un très large public¹⁵.

15 Le site de l'exposition <http://www.mathex.org/MathExpo/> fournit des informations détaillées sur cette exposition et offre également la possibilité de télécharger l'exposition virtuelle interactive qui existe en quatre langues : français, anglais, espagnol et portugais.

8. Le pilotage et la régulation des évolutions

Réaliser l'ambition d'une éducation de qualité pour tous suppose donc des évolutions indéniables, et l'on dispose pour penser ces évolutions de nombreuses réalisations expérimentales. Il n'en demeure pas moins que les essais de transformations à grande échelle, même lorsqu'ils s'appuient sur des expérimentations préalables, sont le plus souvent décevants. Le pilotage et la régulation des évolutions des systèmes éducatifs est une entreprise particulièrement délicate. À défaut de fournir des guides sûrs pour l'avenir, l'analyse des expériences passées montre au moins des erreurs qu'il serait bon d'éviter de répéter. Nous en évoquons certaines dans ce qui suit, en accordant une importance particulière au cas des pays en développement.

Une critique sévère mais utile de la façon dont ont été souvent menées les évolutions curriculaires en mathématiques dans les pays en voie de développement, à l'initiative ou avec le soutien d'agences internationales, est par exemple menée par Bienvenido F. Nebres (Nebres, 2009)¹⁶, en se basant sur l'exemple de son pays, les Philippines. Il les décrit comme constituées de quatre phases : l'apport d'une nouvelle approche de l'enseignement issue d'une théorie élaborée à l'Ouest (mathématiques modernes, « back to basis », résolution de problèmes, constructivisme...); développement de manuels et ressources à partir de ces approches; études pilotes à petites échelles dans des contextes particuliers, aux résultats toujours positifs; mise en œuvre à l'échelle nationale. La mise en œuvre est accompagnée d'une formation des enseignants obéissant au modèle dit en cascade, avec une formation substantielle aux niveaux les plus élevés mais généralement réduite à deux ou trois semaines quand on arrive au niveau des enseignants chargés de mettre en œuvre la réforme dans leurs classes. Le nouveau curriculum balaye l'ancien, les enseignants doivent s'y adapter brutalement avec une formation minimale, les résultats sont mauvais et quelques années plus tard, un nouveau projet curriculaire est à nouveau lancé pour remédier à la situation. Il oppose à cette situation caricaturale le cycle des réformes curriculaires au Japon, un cycle qui, selon la description qu'il en fait, s'étale sur une période de 10-12 années, et accorde une grande place à la régulation à partir du recueil systématique de réactions des

16 Le lecteur pourra aussi se référer à (Atweh, Clarkson et Nebres, 2003) pour une analyse plus globale.

enseignants, de leur analyse, synthèse et discussion à tous les niveaux du système éducatif, pour penser et décider les évolutions nécessaires. Des stratégies ont été développées aux Philippines pour rompre avec cette situation dans une série de réformes importantes engagées depuis une dizaine d'années dans le cadre du *Third Elementary Education Project* mené de 1998-2006 et de la *Synergeia Foundation*¹⁷. Ces analyses et ces efforts, comme différents autres, mettent en lumière un certain nombre de principes importants pour guider de telles actions. Ceux-ci sont malheureusement assez rarement respectés, s'agissant des réformes menées dans des pays en développement comme dans des pays développés :

- l'importance à accorder au contexte politique, économique, social et culturel ; malgré l'accumulation de contre-exemples, trop souvent encore persiste l'illusion que l'on peut « emprunter » un dispositif, une organisation curriculaire qui « marchent » dans un autre contexte pour améliorer le sien propre, et qu'en reproduisant l'organisation, on reproduira ce qui en assure la réussite. Une adaptation réussie, quand elle est possible, suppose un travail de transposition informé par la compréhension des caractéristiques et processus qui assurent la réussite de l'organisation donnée ;
- l'importance de la durée : en matière d'éducation, l'expérience montre que des projets ayant un impact substantiel et durable sont nécessairement des projets qui demandent une action cohérente sur l'espace d'une décennie au moins ;
- l'importance de penser les changements, qu'il s'agisse de changements curriculaires ou de changements de pratiques, en termes d'évolution à partir de l'existant et non de révolution ; en particulier, les évolutions de pratiques doivent être pensées en termes de dynamiques d'évolution et il faut prévoir l'accompagnement de ces dynamiques suivant des modèles autres que le modèle dit en cascade, sur une durée suffisante. Le travail avec les enseignants de terrain et la formation de personnes-ressources au niveau local sont cruciaux pour que ces dynamiques se développent et que les changements obtenus perdurent au-delà de la durée de leur accompagnement institutionnel ;
- l'importance de rompre avec des changements imposés d'en haut et de prévoir un juste équilibre entre les impulsions institutionnelles et les apports des acteurs du terrain, en d'autres termes d'équilibrer dans la conception et le pilotage des évolutions les processus

17 Ces stratégies et leurs effets positifs sont présentés de façon détaillée dans (Nebres, 2009). Nous complétons cette information en annexe par celle fournie par Merle C. Tan, Directrice du National Institute for Science and Mathematics Education Development, University of the Philippines. Les actions qui y sont décrites visent aujourd'hui à aller plus loin dans le développement d'une éducation mathématique de qualité pour tous répondant aux besoins décrits dans le document. Ces efforts sont soutenus par des collaborations internationales, telle la participation à la Learners' Perspective Study.

« top-down » et « bottom-up » ; l'importance dans ce cadre d'impliquer le plus possible les communautés dans le changement, au-delà de l'école ;

- l'importance d'installer des processus d'évaluation et de régulation ; les effets d'une action sur un système d'enseignement sont rarement ceux prévus ;
- l'importance de préparer soigneusement les changements d'échelle et d'en contrôler les effets. Les réalisations expérimentales pilotes sont utiles mais elles donnent rarement à elles seules les clés d'un changement d'échelle réussi.

Respecter de tels principes devrait permettre d'obtenir des changements substantiels et durables et d'éviter les phénomènes de balancier auxquels les systèmes éducatifs sont malheureusement trop souvent soumis.

9. Le défi technologique

Nous l'avons souligné dès le début de cette publication : penser une éducation de qualité pour tous aujourd'hui ne peut se faire sans prendre en compte la dimension technologique. Mais nous avons principalement insisté alors sur le fait que la notion de littéracie mathématique devait prendre en compte les moyens technologiques qui instrumentent les pratiques sociales aujourd'hui et, notamment, s'agissant de la scolarité de base, les pratiques de calcul. Nous avons aussi évoqué l'enrichissement des espaces de données et des moyens de représentation, d'interaction entre représentations produite par les technologies numériques, ainsi que la façon dont l'évolution technologique influençait le développement des mathématiques elles-mêmes, en particulier du fait des interactions entre sciences mathématiques et science informatique.

Penser une éducation de qualité pour tous aujourd'hui ne peut se faire sans prendre en compte la dimension technologique

Cela ne représente que très partiellement ce que constitue aujourd'hui le défi technologique, et nous souhaiterions compléter cette vision, en mettant l'accent plus particulièrement sur les changements ouverts par l'évolution technologique en matière de formation, de collaboration et d'échange, d'accès aux ressources éducatives et de production de ces dernières. En effet, au départ, la discussion autour des potentialités de la technologie pour l'enseignement des mathématiques s'est centrée sur l'usage de calculatrices ou logiciels, conçus soit à des fins éducatives, soit à des fins professionnelles et convertis en outils pédagogiques, comme les logiciels de calcul formel ou les tableurs. Ce phénomène est par exemple visible dans la première Étude ICMI sur ce thème – dont une seconde édition a été publiée par l'UNESCO en 1992 (Cornu et Ralston, 1992). Dans la scolarité de base, il s'agit principalement des calculatrices, tableurs et logiciels de géométrie dynamique, ainsi que de micromondes comme Logo. Comme le montre clairement la seconde Étude ICMI sur le domaine (Hoyles et Lagrange, 2009), les technologies ont enrichi de façon indéniable les possibilités d'expérimentation, de visualisation, de simulation ; elles ont modifié le rapport au calcul, le rapport aux figures géométriques. Elles ont permis de rapprocher les mathématiques scolaires du monde extérieur en permettant de traiter des données plus complexes et des problèmes plus réalistes, mais malgré les potentialités indéniables qu'elles offrent à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques et les nombreuses réalisations positives existantes, leur effet est jusqu'ici resté limité, même dans les systèmes éducatifs qui en ont promu fortement l'utilisation. Les travaux récents concernant les

pratiques des enseignants dans des environnements informatiques commencent à fournir des éléments pour comprendre cet état de fait et envisager des formations réellement adaptées aux besoins, mais la question d'une utilisation efficace généralisée de ces technologies dans la scolarité de base en mathématiques reste pour l'instant non résolue.

Des évolutions récentes liées au développement d'outils collaboratifs d'apprentissage, à l'Internet et aux technologies mobiles, émergent des possibilités et des effets d'une tout autre nature : la possibilité de soutenir par la technologie des formes collaboratives d'apprentissage mathématiques pour les élèves, l'accès en ligne et gratuit à une diversité de ressources, de nouvelles organisations possibles pour la formation à distance, le support à la production collaborative et la mutualisation de ressources, le support à l'émergence de communautés d'enseignants et de chercheurs, le support à l'activité de réseaux, à des échanges à distance entre élèves et entre enseignants. Comme l'a bien montré la seconde Étude ICMI déjà citée (Hoyles et Lagrange, 2009), des possibilités nouvelles s'ouvrent ainsi pour l'apprentissage, pour faciliter l'accès aux ressources et à la formation, lutter contre l'isolement, favoriser la diffusion des idées et des innovations, faire vivre les valeurs de solidarité qui sont celles de l'UNESCO. C'est là une ouverture qui semble particulièrement prometteuse pour tous, et en particulier pour les pays en voie de développement. Il est particulièrement important de tirer parti de

Une éducation mathématique de qualité pour tous ne peut se réaliser sans la production de ressources de qualité : des ressources pour les élèves et des ressources pour les enseignants

ces possibilités pour l'enseignement des mathématiques, d'autant plus qu'il semble que leur intégration ne pose pas les mêmes difficultés que celle des technologies mentionnées plus haut, car elles n'affectent pas les pratiques de façon similaire.

Nous souhaiterions relier cette question de la technologie à celle des ressources pour l'enseignement. Une éducation mathématique de qualité pour tous ne peut se réaliser sans la production de ressources de qualité : des ressources pour les élèves et des ressources pour les enseignants. Les difficultés récurrentes rencontrées dans la diffusion des connaissances acquises sur l'enseignement et l'apprentissage, dans la diffusion des innovations, amènent à mettre en question la conception à la fois des ressources et des processus de diffusion. Nous avons souligné dans la partie 3 les problèmes posés par des ressources censées soutenir l'évolution nécessaire des pratiques, mais trop distantes des pratiques usuelles pour se situer dans la zone proximale de développement des utilisateurs visés. Un autre problème réside dans le fait que les ressources existantes sont souvent des ressources qui ne sont pas pensées

en fonction du travail nécessaire d'adaptation de l'enseignant à son contexte d'enseignement particulier, ou que les enseignants ne sont pas efficacement préparés à effectuer ce travail. En fait, on a aujourd'hui une connaissance très insuffisante des pratiques documentaires des enseignants ne permettant pas de guider de façon satisfaisante la formation. Les recherches qui

émergent dans ce domaine (Gueudet et Trouche, 2009) montrent cependant des évolutions rapides portées par l'évolution technologique, avec notamment la multiplication des ressources accessibles en ligne, le support et l'incitation au travail collaboratif¹⁸. Il y a là indéniablement de nouvelles possibilités pour la conception et la dissémination de ressources et sans aucun doute aussi des besoins de formation différents pour les enseignants.

18 Nous présentons en annexe le cas de l'Association Sesamath qui nous semble bien caractéristique des évolutions en cours de ce point de vue.

10. Les collaborations

Le défi d'une éducation mathématique de qualité pour tous ne se gagnera pas sans le renforcement des collaborations. Quand on pense collaboration, on pense traditionnellement collaboration Nord-Sud. Ces collaborations sont effectivement essentielles et, en ce qui concerne les mathématiques et leur enseignement, elles sont nombreuses. Nous voudrions cependant ici souligner l'importance qu'il y a aussi à accorder plus largement en matière d'éducation mathématique aux collaborations régionales. Comme nous l'avons déjà souligné, l'enseignement des mathématiques est ancré dans les contextes et les cultures. Les améliorations de cet enseignement doivent nécessairement composer avec ces contextes et cultures. C'est pourquoi le cadre des collaborations régionales y joue un rôle essentiel. L'ICMI, par exemple, s'est ainsi dotée progressivement de structures régionales. La première, la CIAEM¹⁹, a été créée en Amérique latine dès 1962 ; SEACME a suivi en Asie du Sud-Est dès 1976, puis s'est élargi en 1998 pour devenir EARCOME²⁰ ; les deux dernières structures créées sont AFRICME²¹ en Afrique anglophone et EMF, l'Espace mathématique francophone, une autre façon, linguistique dans ce dernier cas, de bénéficier de rapprochements culturels et de faire jouer les solidarités entre centres et périphéries. La réflexion sur les meilleures façons de faire jouer les solidarités régionales et internationales est analysée de façon détaillée dans le document (DCSG, 2009) en ce qui concerne l'Afrique²². L'accent y est mis sur la complémentarité entre les différents types de collaboration, l'importance de constituer des réseaux et de fournir aux étudiants et chercheurs africains les moyens de trouver au plan régional des ressources suffisantes si l'on veut limiter la fuite des cerveaux. Comme nous l'avons fait ci-dessus, ce document insiste sur les possibilités nouvelles que l'évolution technologique offre aujourd'hui pour réaliser de tels objectifs.

19 Comisión Inter Americana de Educación Matemática.

20 SEACME : South East Asia Conference on Mathematics Education ; EARCOME : East Asia Regional Conference in Mathematics Education.

21 Africa Regional Congress of ICMI on Mathematical Education.

22 Nous renvoyons également au rapport de synthèse de la conférence d'Oslo déjà mentionnée (<http://www.dnva.no/c26889/binfil/download.php?tid=27685>) qui souligne lui aussi l'intérêt des collaborations régionales, citant notamment pour ce qui concerne les mathématiques l'UMALCA (Unión Matemática de América Latina y el Caribe) et AMMSI (African Mathematical Millennium Science Initiative) pour l'Afrique, ainsi que le rôle joué par des structures soutenues par l'UNESCO comme l'ICTP (International Centre for Theoretical Physics) et le CIMPA (Centre international de mathématiques pures et appliquées) dont l'action en cours au Cambodge est présentée en annexe.

11. Le défi de la diversité

Différentes formes de diversité constituent un défi pour un enseignement mathématique de qualité pour tous : diversité socioéconomique, culturelle, linguistique, de genre, notamment. Dans ce qui suit, sans sous-estimer la multiplicité de ces formes, ni les effets de leurs interactions, nous nous centrons sur les questions linguistiques et les questions de genre. Nous avons souligné par ailleurs à de multiples reprises dans cette publication l'importance à accorder aux différences de contexte et de culture. Le champ de l'ethnomathématique (D'Ambrosio, 2008) a fortement contribué à la sensibilisation à ces questions de diversité culturelle et à leurs implications éducatives en mathématiques. Il nous semble important de souligner qu'il s'agit là de questions d'une gestion délicate. L'attention aux diversités culturelles ne doit pas conduire à l'isolement. Il est important de faire percevoir aux élèves comment les mathématiques, par leur valeur d'universalité, peuvent, au sein des autres sciences, jouer un rôle particulier pour rapprocher les hommes et les cultures, permettre la compréhension mutuelle et la collaboration.

L'attention aux diversités culturelles ne doit pas conduire à l'isolement. Il est important de faire percevoir aux élèves comment les mathématiques, par leur valeur d'universalité, peuvent, au sein des autres sciences, jouer un rôle particulier pour rapprocher les hommes et les cultures, permettre la compréhension mutuelle et la collaboration

11.1 Les questions linguistiques

Le problème que nous souhaitons aborder dans cette partie est celui de l'enseignement des mathématiques dans une langue qui n'est pas la langue maternelle²³. C'est un problème qui concerne un certain nombre de pays en voie de développement, où la langue d'enseignement est celle de la colonisation et où coexistent par ailleurs souvent une multiplicité de langues locales, mais c'est un problème qui est loin d'être réservé aux pays en voie de développement, du fait des phénomènes d'immigration. Cette situation rend plus difficile l'expression des idées et

23 Rappelons que l'UNESCO s'est déjà située à propos de ces questions (cf. UNESCO, 1953) et (UNESCO, 2003).

constructions en émergence ainsi que le travail sur ces dernières avant que ne soient accessibles et exploitables des formes d'expression mathématique plus standardisées. Elle a donc pour cette raison un impact particulier dans les premières années de la scolarité et il est important que les systèmes éducatifs et les enseignants y soient sensibilisés. C'est cependant une question dont la gestion est délicate car, s'il est important de prendre en compte la diversité linguistique, il ne faut pas que cette prise en compte se fasse d'une façon qui puisse faire obstacle à l'intégration sociale. Il existe maintenant un ensemble substantiel de travaux pour nourrir la réflexion et la décision dans ce domaine (cf. par exemple (Secada, 1992), (Adler, 2001), (Setati, 2005), (Moschkovich, 2007, 2009)). C'est la raison qui a engagé l'ICMI à lancer très récemment une étude sur ce thème²⁴. Il nous semble important d'ajouter que la diversité linguistique n'a pas à être vue seulement comme une difficulté, mais qu'elle peut aussi constituer pour l'enseignement et l'apprentissage une source d'enrichissement.

11.2 Les questions de genre

Les questions de genre se posent en mathématiques dès la scolarité obligatoire, du fait de l'accessibilité différenciée des filles et des garçons à la scolarité de base dans un certain nombre de pays. Lorsqu'il y a égalité au niveau de l'accès à la scolarisation, on pourrait penser qu'elles sont résolues, et ce d'autant plus que les filles aujourd'hui réussissent globalement mieux scolairement que les garçons, et que les écarts entre les performances en mathématiques tendent à se réduire, dans un certain nombre de pays tout au moins. Mais il s'agit là cependant d'une vision erronée car d'une part des inégalités de réussite demeurent, voire réapparaissent dans des pays où elles avaient décliné, d'autre part on ne peut penser les questions de genre uniquement en termes d'accessibilité et de réussite dans la scolarité obligatoire. La façon dont les mathématiques sont vécues dans la scolarité de base est elle aussi cruciale pour l'avenir des élèves. De nombreuses études montrent le traitement différencié des filles et des garçons dans les classes. Elles montrent que les activités proposées aux élèves, la façon dont elles sont gérées, les rôles donnés aux uns et aux autres, la façon dont leur travail est évalué, contribuent à cette différenciation. Elle s'ajoute au poids des stéréotypes culturels et sociaux avec comme résultat que les filles, à résultats égaux, ont moins confiance que les garçons dans leur capacité à poursuivre des études en mathématiques, et tendent davantage à écarter les mathématiques de leurs perspectives professionnelles.

24 Le document de discussion de cette étude (Étude ICMI 20) sera accessible sur le site de l'ICMI dans le courant du dernier trimestre 2009.

Les difficultés existantes sont bien documentées par la recherche et différentes synthèses disponibles. Ces ressources font également état de nombreuses actions dont l'efficacité a été démontrée (cf. par exemple (Hanna, 1996), (Leder, Forgasz et Solar, C., 1997), (Corbett, Hill, et St. Rose, 2008), (Leder, et Forgasz, 2008)). Il est important que les enseignants soient sensibilisés à ces questions via la formation initiale et continue²⁵. Il est aussi important que les actions menées soient soutenues institutionnellement et valorisées.

25 Nous renvoyons par exemple au site de l'association « Femmes et Mathématiques » qui propose de très nombreuses actions en direction des élèves mais aussi des enseignants (www.femmes-et-maths.fr).

12. Le défi de la recherche

Relever les défis d'une éducation mathématique de qualité pour tous ne peut se faire sans le développement de connaissances nouvelles par la recherche. Au cours des dernières décennies, la recherche en éducation mathématique s'est fortement développée. Elle a permis dans un premier temps de mieux comprendre les processus d'apprentissage des élèves, les difficultés et obstacles dont le dépassement marque l'apprentissage tant des notions fondamentales de la scolarité de base que des modes de raisonnement et de preuve, des représentations et langages via lesquels nous accédons aux objets mathématiques. Elle a aussi permis de mieux comprendre le fonctionnement des systèmes didactiques, les transpositions qui s'y opèrent des savoirs mathématiques, les interactions qui s'y nouent entre les différents acteurs et leurs effets. Elle s'est intéressée aux potentialités que les technologies offrent à l'apprentissage et à la façon dont ces potentialités s'actualisent ou non dans la pratique réelle des classes. Plus récemment, elle s'est intéressée à l'enseignant, ses convictions et ses croyances concernant les mathématiques et leur enseignement, ses connaissances et compétences, la façon dont elles se développent. Elle a cherché à comprendre la complexité des pratiques enseignantes, ce qui les détermine, leurs mécanismes d'évolution. Elle a interrogé les formations d'enseignants et leurs effets. Elle a cherché à mieux saisir la dimension culturelle de l'enseignement et des apprentissages. Un ensemble substantiel de connaissances s'est ainsi constitué et des travaux réguliers de réorganisation et synthèse aident à en prendre la mesure (cf. par exemple (Bishop *et al.*, 1996), (Bishop *et al.*, 2003), (Gutiérrez et Boero, 2006), (Lester, 2007), outre les études ICMI déjà citées). Mais cette connaissance offre aujourd'hui encore des potentialités limitées pour piloter les évolutions nécessaires, dans des contextes divers et souvent difficiles et avec des moyens d'action très limités, pour anticiper les effets possibles des choix éducatifs effectués, pour aborder la question des changements d'échelle. Parallèlement au développement d'une recherche fondamentale qui vise l'identification et la compréhension de phénomènes doit se développer une recherche plus centrée sur l'action didactique, et qui prenne la question des contextes et des changements d'échelle comme une question centrale. De ce point de vue, le regain d'intérêt pour une recherche centrée sur le design est sans aucun doute à encourager (Design-Based Research Collaborative, 2003).

Nous voudrions cependant souligner que la complexité des questions d'éducation fait qu'une recherche comme la recherche didactique n'en permet qu'une approche partielle et ne peut

prétendre à elle seule guider les évolutions nécessaires. Il est important de favoriser les interactions avec les autres champs de recherche concernés par l'enseignement et l'apprentissage de façon générale, comme il est important de pouvoir analyser le présent et penser le futur à la lumière d'un regard historique, qu'il s'agisse ici d'histoire des mathématiques ou d'histoire de l'éducation.

En résumé

Relever le défi d'une éducation mathématique de qualité pour tous dans la scolarité de base est un défi ambitieux dont le succès, au-delà de la généralisation de l'accès à la scolarité de base, passe par la capacité des pays à former en nombre suffisant des enseignants qualifiés et à les retenir. Former des enseignants qualifiés, c'est former des enseignants capables de mettre en place un enseignement des mathématiques stimulant qui fasse voir les mathématiques comme une science à la fois ancrée dans l'histoire et vivante, une science en prise sur le monde et capable de contribuer à résoudre les problèmes qu'il affronte comme à rapprocher les hommes du fait de ses valeurs d'universalité. C'est aussi faire percevoir les mathématiques comme une science accessible à tous et capable de donner à chacun des moyens de compréhension et d'action a priori insoupçonnés. C'est ne pas considérer cet enseignement comme un enseignement isolé mais organiser ses relations avec celui des autres disciplines, notamment scientifiques. Un tel projet ne sera possible que si parvient à s'organiser la collaboration de tous ceux, mathématiciens, enseignants, formateurs, didacticiens, spécialistes et enseignants d'autres disciplines, décideurs politiques, qui ont à œuvrer ensemble pour relever ce défi, et si se renforcent les collaborations et solidarités au plan international et régional. Il existe pour ce faire un potentiel réel, y compris dans les régions les plus défavorisées. Il existe aussi de nombreuses actions menées dans des contextes divers, tant du point de vue économique ou social que culturel, qui peuvent constituer des sources d'inspiration pour les politiques à mener. Il est nécessaire de les analyser, d'en mesurer les effets, de chercher à identifier les conditions et processus qui en ont façonné les potentialités et limites, en étant conscients que l'on ne peut penser des solutions aux problèmes d'éducation sans prendre en compte avec le plus grand sérieux les caractéristiques des contextes. L'évolution technologique ouvre aujourd'hui des possibilités nouvelles pour relever ce défi et il faut absolument en tirer profit. Mais aucune action n'aboutira à des résultats substantiels et durables si l'importance d'un enseignement des mathématiques et des sciences de qualité pour tous n'est pas reconnue sur le plan politique comme une priorité, avec tout ce que cela implique, notamment concernant la formation initiale et continue, le statut et les conditions de travail des enseignants.

C'est aussi faire percevoir les mathématiques comme une science accessible à tous et capable de donner à chacun des moyens de compréhension et d'action a priori insoupçonnés

Références

- Adler, J. *Teaching Mathematics in Multilingual Classrooms*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001.
- Adler, J., Kazima, M., Mwakapenda, W., Nyabanyaba, T. & Xolo, S. *Mathematics Teacher Education :Trends Across Twelve African Countries*. Marang Centre for Mathematics and Science Education. Johannesburg, University of the Witwatersrand, 2007. 183 p.
- Artigue, M. ICMI: A century at the interface between mathematics and mathematics education. In : M. Menghini, F. Furinghetti, L. Giacardi, F. Arzarello (dir. publ.), *The first century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008). Reflecting and shaping the world of mathematics education*, p. 185-198. Istituto della enciclopedia Italiana. Roma, 2009. 328 p.
- Atweh, B., Clarkson, P., Nebres, B. Mathematics education in international and global contexts. In: Bishop, A. J., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. & Leung, F. K. S. (dir. publ.) *Second International Handbook of Mathematics Education*, p. 185-232. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2003. 982 p.
- Ball, D. L., Hill, H. C. & Bass, H. Knowing mathematics for teaching. Who knows mathematics well enough for teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, vol. 29, n° 3, 2005, p. 14-17, 20-22, 23-46.
- Barbeau E. J., Taylor, P. J. (dir. publ.) *Challenging Mathematics In and Beyond the Classroom. The 16th ICMI Study*. New York: Springer Science, 2009. 336 p.
- Bishop, A. J., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. & Laborde, C. (dir. publ.) *International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- Bishop, A. J., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. & Leung, F.K.S. (dir. publ.) *Second International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 2003. 982 p.
- W. Blum, P.L. Galbraith, H.W. Henn, M. Niss (dir. publ.). *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study*. New York: Springer Science, 2007.
- Bronzina, L., Chemello, G., Agrasar, M. *Aportes para la enseñanza de la Matemática*. Office régional d'éducation de l'UNESCO pour l'Amérique latine & Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de Educación, 2009. 129 p.
- Brousseau, G. *Theory of Didactical Situations*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers 1997.
- Clarke, D., Keitel, C. & Yoshinori, S. (dir. publ.). *Mathematics Classrooms in Twelve Countries: The Insider's Perspective*. Rotterdam: Sense Publishers. 2006, 402 p.
- Clarke, D., Emanuelsson, J., Jablonka, E., Chee Mok, I. A. (dir. publ.). *Making Connections: Comparing Mathematics Classrooms Around The World*. Rotterdam : Sense Publishers. 2006, 280 p.

Commission européenne. *L'enseignement scientifique aujourd'hui : une pédagogie renouvelée pour l'avenir de l'Europe*. Luxembourg : Office des publications officielles des communautés européennes, 2007. 22 p.

Corbett, C., Hill, C., & St. Rose, A. *Where the girls are: The facts about gender equity in education*. Washington, DC: American Association of University Women (AAUW), 2008.

Cornu, B. & Ralston, A (dir. publ.) *The influence of computers and informatics on mathematics and its teaching*. Science and Technology Education. Document Series 44. Paris: UNESCO, 1992.

D'Ambrosio, U. *Etnomatemática. Eslabón entre las tradiciones y la modernidad*. Mexico : Limusa : Cideccyt, 2008. 108 p.

Design-Based Research Collaborative. Design-based research: An emerging paradigm for educational enquiry. *Educational Researcher*, vol. 32, n° 1, 2003, p. 5-8.

Developing Countries Strategies Group *Mathematics in Africa: Challenges and Opportunities. A Report to the John Templeton Foundation*. International Mathematical Union. <http://www.mathunion.org/publications/reports-recommendations>, 2009. 52 p.

Ernest, P. *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*. Albany, NY: SUNY Press, 1998.

Even, R. & Ball, D. (dir. publ.) *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics. The 15th ICMI Study*. New York: Springer Science, 2009. 277 p.

Fauvel, J. & van Maanen, J. (dir. publ.) *History in mathematics education: the ICMI study*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.

Franke, M., Kazemi, E., & Battey, D. Understanding Teaching and Classroom Practices in Mathematics. In: F. Lester (dir. publ.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. p. 225-256. Information Age Publishing, Inc., Greenwich, Connecticut, 2007. 1324 p.

Gueudet, G. & Trouche, L. Towards new documentation systems for mathematics teachers. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 71, n° 3, p. 199-218, 2009.

Gutiérrez, A. & Boero, P. (dir. publ.) *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*. Rotterdam: Sense Publishers, 2006. 544 p.

Hanna, G. (dir. publ.) *Towards Gender Equity in Mathematics Education. An ICMI Study*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996. 304 p.

Hill, H. C., Sleep, L. Lewis, J., & Ball, D. Assessing Teachers' Mathematics Knowledge: What Knowledge Matters and What Evidence Counts? In: F. Lester (dir. publ.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. p. 111-156. Information Age Publishing, Inc., Greenwich, Connecticut, 2007. 1324 p.

Holton, D. (dir. publ.) Recruitment, Entrance and Retention of Students to University Mathematics Studies in Different Countries. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, vol. 40, n° 1, 2009 (numéro spécial).

Hoyles, C., Lagrange J.B. (dir. publ.) *Mathematics Education and Technology – Rethinking the Terrain*. New York: Springer-Verlag, 2009.

Kahane, J.P. (dir. publ.) *L'enseignement des sciences mathématiques*. Paris : Odile Jacob, 2001.

Kaiser, G., Luna, E., Huntley, I. (dir. publ.) *International comparison in mathematics education*. London: Falmer Press, 1999.

Keitel, C. On behalf of Survey Team 5: The Shaping of mathematics education through testing. In: Niss, M. (dir. publ.), *Proceedings of the 10th International Congress on Mathematical Education*, p. 205-227. Roskilde University, Denmark, 2008. 558 p.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington DC: National Academic Press, 2001.

Krainer, K. & Wood, T. *Participants in Mathematics Teacher Education*. Rotterdam: Sense Publishers, 2008. 382 p.

Leder, G. C., Forgasz, H. J., & Solar, C. Research and intervention programs in mathematics education: A gendered issue. In: Bishop, A.J., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. & Laborde, C. (dir. publ.) *International Handbook of Mathematics Education*, p. 945-986. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996.

Leder, G., & Forgasz, H. (2008). *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, vol. 40, n° 5 (numéro spécial sur les questions de genre).

Leung, F., Graf, K. D., Lopez-Real, F. (dir. publ.) *Mathematics education in different cultural traditions – A comparative study of East Asia and the West. The 13th ICMI Study*. New York: Springer Science, 2006.

Lester, F. (dir. publ.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Information Age Publishing, Inc., Greenwich, Connecticut, 2007. 1324 p.

Lovász, L. Trends in Mathematics, and How they could Change Education? *Conférence européenne « Le Futur de l'Éducation Mathématique en Europe »*, Lisbonne, Décembre 2007. <http://www.cs.elte.hu/~lovasz/lisbon.pdf>, 2007. 9 p.

Ma, L. *Knowing and teaching elementary mathematics*. Mahwah: Lawrence Erlbaum, 1999.

Moschkovich, J. N. Using two languages while learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 64, n° 2, p. 121-144, 2007.

Moschkovich, J. N. *Using two languages when learning mathematics: How can research help us understand mathematics learners who use two languages?* (Research Brief). National Council of Teachers of Mathematics, 2009.

http://www.nctm.org/uploadedFiles/Research_News_and_Advocacy/Research/Clips_and_Brefs/Research_brief_12_Using_2.pdf

Mullis I. & al. *TIMSS 2007 International Mathematics Report: Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grades*. Boston: TIMSS & PIRLS International Study Center, 2008.

Nebres, B. F. Centres and peripheries in mathematics education. In: M. Menghini, F. Furinghetti, L. Giacardi, F. Arzarello (dir. publ.), *The first century of the International Commission on Mathematical Instruction (1908-2008). Reflecting and shaping the world of mathematics education*, p. 149-162. Istituto della enciclopedia Italiana. Roma., 2009. 328 p.

Niss, M. *Mathematical competences and the learning of mathematics: the Danish KOM project*. http://www7.nationalacademies.org/mseb/Mathematical_Competencies_and_the_Learning_of_Mathematics.pdf, 2003. 12 p.

OCDE *Mesurer les connaissances et compétences des élèves – Un nouveau cadre d'évaluation*. Paris : OCDE, Programme international de l'OCDE pour le suivi des acquis des élèves (PISA), 1999.

OCDE *Apprendre aujourd'hui, réussir demain : premiers résultats de PISA 2003*. Paris : OCDE, 2004.

OCDE *Compétences en sciences, lecture et mathématiques : le cadre d'évaluation de PISA 2006*. Paris : OCDE, 2006.

OCDE *Le rôle crucial des enseignants : attirer, former et retenir des enseignants de qualité – Rapport final*. Paris : OCDE, 2005. 240 p.

OCDE *Encouraging Students Interest in Science and Technology Studies*. Paris : OCDE, 2008. 17 p.

Schoenfeld, A. H. (dir. publ.) *Assessing Mathematical Proficiency*. Mathematical Sciences Research Institute Publications, n° 53. Cambridge University Press, 2007. 391 p.

Secada, W., Race, ethnicity, social class, language and achievement in mathematics. In: D. A. Grouws (dir. publ.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, p. 623-660. New York: National Council of Teachers of Mathematics, Macmillan, 1992.

Setati, M. Teaching mathematics in primary multilingual classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 36, n° 5, p. 447-446, 2005.

Shulman (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, vol. 57, n° 1, p. 1-22.

Sierpinska, A. and Lerman, S. Epistemologies of mathematics and mathematics education. In: Bishop, A. J., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. & Laborde, C. (dir. publ.) *International Handbook of Mathematics Education*, p. 827-876. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996.

Steen, A. L. (dir. publ.) *Mathematics and Democracy. The Case for Quantitative Literacy*. National Council on Education and the Disciplines, 2001. 121 p.

Stevenson, H., Stigler, J. *The teaching gap. Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: The Free Press, 2000.

Tatto, M. T. et al. *Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M): Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics. Conceptual framework*. East Lansing: Teacher Education and Development International Study Center, College of Education, Michigan State University, 2008.

UNESCO *L'emploi des langues vernaculaires dans l'enseignement – Monographies sur l'éducation de base VIII*. Paris : UNESCO, 1953.

UNESCO *L'éducation dans un monde multilingue – Document-cadre de l'UNESCO*. Paris : UNESCO, 2003.
<http://unesdoc.unesco.org/images/0012/001297/129728e.pdf>

UNESCO Science Education Policy-Making. Eleven emerging issues. Paris : UNESCO, 2008. 45 p.

Vandebrouck, F. (dir. publ.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Toulouse : Éditions Octarès, 2008. 466 p.

Winslow, C. Définir les objectifs de l'enseignement mathématique : La dialectique matières – compétences. *Annales de sciences cognitives et didactique*, vol. 10, 2005, p. 131-156.

Annexes

Dans les annexes qui suivent, nous illustrons par quelques exemples les différentes parties de cette publication qui ne prétendent en rien couvrir la diversité des réalisations existantes qui peuvent être sources d'inspiration. Nous avons essayé cependant de choisir des réalisations diverses, au niveau des questions abordées, des choix effectués comme des contextes concernés. Il nous semble important aujourd'hui pour progresser vers une éducation mathématique de qualité pour tous de se donner les moyens de recenser plus systématiquement l'existant et de l'analyser de façon non superficielle pour pouvoir en tirer les leçons, puis de rendre ces analyses largement accessibles.

- Annexe 1 : Liens entre enseignement mathématique et enseignement scientifique dans les programmes allemands SINUS
- Annexe 2 : Quarante années de recherches sur l'enseignement des mathématiques et les mathématiques comme activité humaine pour tous
– L'Institut Freudenthal
- Annexe 3 : Problèmes et défis de l'enseignement des mathématiques : le cas des Philippines
- Annexe 4 : La formation continue des enseignants au Japon – Le concept de « Lesson Study »
- Annexe 5 : Le perfectionnement professionnel des enseignants en mathématiques au Brésil : problèmes structuraux, initiatives et espoirs
- Annexe 6 : Systématiser les connaissances sur la formation des enseignants en mathématiques – Étude de l'IEA sur la formation des enseignants en mathématiques TEDS-M
- Annexe 7 : Recherches sur la formation des enseignants en mathématiques en Afrique du Sud et en Afrique australe
- Annexe 8 : Promouvoir l'excellence de l'enseignement des mathématiques – Le National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics (NCETM)

- Annexe 9 : Pourquoi les mathématiques ? Une exposition internationale itinérante
- Annexe 10 : « Objectif Mathématiques » – Les Maisons des mathématiques en Iran
- Annexe 11 : Collaboration entre mathématiciens, enseignants et didacticiens – L'exemple du réseau des IREM
- Annexe 12 : L'émergence de communautés d'enseignants – L'exemple de Sesamath
- Annexe 13 : Encourager l'interaction et la collaboration « Teacher Education Around the World: Bridging Policy and Practice », un volet du IAS/Park City Mathematics Institute Institute for Advanced Study, Einstein Drive, Princeton, New Jersey
- Annexe 14 : La reconstruction d'une communauté mathématique au Cambodge
- Annexe 15 : Liste des participants à la réunion d'experts

Annexe I. Liens entre enseignement mathématique et enseignement scientifique dans les programmes allemands SINUS

(en collaboration avec Volker Ulm¹)

Le document souligne la nécessité d'améliorer les liens entre enseignement mathématique et enseignement scientifique. Les programmes SINUS mis en œuvre en Europe sont une bonne illustration des possibilités qui s'offrent en la matière. Il importe également de mentionner le processus de développement à plus grande échelle amorcé en 2010 avec le projet Fibonacci.

Ces dernières années, trois programmes ont eu une influence notable sur l'enseignement des mathématiques et des sciences dans des écoles primaires et secondaires en Allemagne : SINUS (1998-2003), SINUS-Transfer (depuis 2003) et SINUS Grundschule (pour l'école primaire, depuis 2004). Quelque 3 000 établissements scolaires ont ainsi été associés à ce processus de développement du système éducatif, chacun se concentrant sur des axes particuliers, tels que « culture de l'exercice », « apprentissage cumulatif », « apprentissage autonome », « mesures spécifiques à l'intention des filles ou des garçons » ou « méthode de travail scientifique ». L'adresse du site Internet central est : <http://sinus-transfer.eu>.

Dans ces programmes SINUS, l'enseignement des mathématiques et l'enseignement des sciences sont en interaction mutuelle à plusieurs niveaux.

I. Le premier niveau, exercices et thèmes, est d'une évidence immédiate

Dans le développement d'une culture de l'exercice pour l'enseignement des mathématiques, comme c'est le cas des programmes SINUS, la place donnée aux problèmes qui se posent dans des situations réalistes – en particulier dans la nature – est prédominante. Cela requiert de comprendre la nature et les sciences et d'être capable de réaliser des modélisations mathématiques.

¹ Volker Ulm est professeur à la Chaire de didactique des mathématiques, à l'Université d'Augsbourg en Allemagne.

Les sciences sont, par conséquent, nécessaires pour enseigner les mathématiques. Inversement, les mathématiques sont nécessaires pour permettre la résolution quantitative de problèmes scientifiques. Ainsi, les élèves découvrent que les mathématiques et les sciences abordent un même sujet, en l'occurrence la nature, en suivant des approches différentes et complémentaires. L'un des objectifs des programmes SINUS est de permettre aux élèves de prendre conscience de cette complémentarité et des interactions possibles entre les mathématiques et les sciences. SINUS contient un module (« *Experiencing subject boundaries and interdisciplinary approaches* ») spécialement conçu à cette fin.

2. **Le deuxième niveau, concepts et méthodologies didactiques, est plus complexe**

D'une part, la méthode scientifique d'approche expérimentale des problèmes a été transférée à l'enseignement mathématique. Les élèves sont invités à explorer les situations mathématiques qui leur sont présentées en adoptant une démarche expérimentale. Les logiciels se révèlent utiles en l'occurrence, notamment en géométrie dynamique. De manière idéalisée, on peut décrire les scénarios d'enseignement et d'apprentissage expérimentaux comme suit :

- confrontation avec un phénomène mathématique,
- exploration du problème, avec l'aide d'un outil comme les TIC,
- structuration des conclusions,
- consignation des résultats,
- présentation et discussion en classe.

Pendant la phase d'exploration du problème en particulier, on peut comparer l'ordinateur avec un appareil expérimental en sciences naturelles.

Ce concept de mathématiques expérimentales facilite l'application d'idées didactiques et pédagogiques générales, comme l'apprentissage coopératif, autonome et basé sur le questionnement dans les cours quotidiens de mathématiques.

D'autre part, les concepts et les méthodologies didactiques qui avaient, à l'origine, été mis au point pour l'enseignement mathématique, ont été transposés à l'enseignement scientifique. De nombreuses écoles participant aux programmes SINUS ont, par exemple, centré leur attention sur la manière de débiter un exercice, l'apprentissage autonome et coopératif et l'acquisition de savoirs élémentaires en mathématiques. Les enseignants ont amélioré leur manière de formuler des questions, de structurer leurs cours et d'aborder les mathématiques. D'un enseignement

centré sur l'enseignant, l'accent s'est progressivement reporté sur le travail de l'élève dans l'environnement d'apprentissage. Comme ces évolutions agissent au niveau du rapport à l'enseignement et à l'apprentissage et que, en Allemagne, les professeurs de mathématiques enseignent souvent aussi les sciences, l'impact sur l'enseignement scientifique est nécessairement fort. Ainsi, les concepts didactiques essentiellement conçus pour enseigner les mathématiques peuvent être appliqués avec succès pour enseigner les sciences. En effet, dans l'enseignement des mathématiques comme des sciences, les problèmes structuraux et les nécessités de développement sont très similaires et les programmes SINUS développent des solutions et des concepts très généraux et aisément transposables.

En projet : les processus de développement systémique de SINUS dans les écoles en Allemagne seront étendus à l'échelle européenne dans le cadre du programme « Fibonacci ». À compter de 2010, les idées des programmes SINUS et du projet français « Pollen » pour les sciences seront essaimées et transposées dans les systèmes éducatifs d'au moins 21 pays européens.

Références bibliographiques

Sites Internet du projet : <http://sinus-transfer.eu>, <http://www.sinus-grundschule.de>.

Baptist, P., Raab, D. Auf dem Weg zu einem veränderten Mathematikunterricht, Z-MNU, Bayreuth, 2007.

Baptist, P., Ulm, V. Anregungen zu individuellen Lernwegen, Folgerungen aus den BLK-Modellversuchen SINUS und SINUS-Transfer, dans : MU, Der Mathematikunterricht, Friedrich, Seelze, 3/2005.

Prenzel, M. et al. Von SINUS lernen – Wie Unterrichtsentwicklung gelingt, Kallmeyer, Seelze, 2009.

Ulm, V. *Mathematikunterricht für individuelle Lernwege öffnen*, Kallmeyer Seelze, 2007.

Annexe 2. Quarante années de recherches sur l'enseignement des mathématiques et les mathématiques comme activité humaine pour tous – L'Institut Freudenthal

(en collaboration avec Marja van den Heuvel-Panhuizen²)

Depuis la fin des années 1960, l'Institut Freudenthal de l'Université d'Utrecht conduit des recherches sur l'amélioration de l'enseignement des mathématiques. L'idée de base de ces travaux est qu'il est de la responsabilité de la communauté internationale des concepteurs et des chercheurs dans le domaine de l'enseignement mathématique – parmi lesquels les membres de l'Institut Freudenthal – d'offrir aux élèves et étudiants de tous âges – à commencer par les très jeunes enfants dans les structures préscolaires – les environnements d'apprentissage les plus propices à l'acquisition de compétences et de concepts mathématiques. Apprendre les mathématiques est important à double titre, non seulement pour préserver la vie sur terre au moyen d'une économie et d'une technologie durables, mais aussi pour l'intérêt personnel qu'il y a d'acquérir une culture mathématique. Les mathématiques, comme la lecture et l'écriture, sont l'une des compétences humaines essentielles qui permettent à l'homme de s'exprimer en tant qu'être humain et de comprendre le monde dans lequel il vit. « Les mathématiques comme activité humaine », idée développée par Freudenthal, et « les mathématiques pour tous », l'objectif fondamental et ambitieux qui était le sien, sont depuis le début les principes directeurs qui ont présidé aux recherches et aux travaux de l'Institut sur l'enseignement des mathématiques. C'est ainsi qu'est née une théorie didactique spécifique, appelée aujourd'hui « L'éducation mathématique réaliste », dont les jalons ont été posés par Treffers et ses collègues de l'ancien groupe « Wiskobas ».

« Les mathématiques comme activité humaine » désignent une approche de l'enseignement des mathématiques qui se situe à l'opposé de celle de la transition traditionnelle. Plutôt que

2 Marja van den Heuvel-Panhuizen est professeur d'enseignement des mathématiques à l'Institut Freudenthal pour l'éducation aux sciences et mathématiques, de l'Université d'Utrecht, aux Pays-Bas.

d'enseigner des concepts mathématiques « prêts à assimiler », il faut permettre aux élèves de découvrir les mathématiques en les guidant dans ce processus de réinvention. L'enseignant a un rôle proactif et dynamique à jouer en créant un environnement d'apprentissage stimulant et porteur. « Les mathématiques pour tous » visent à rendre les mathématiques accessibles à tout élève, quel que soit son niveau intellectuel. Pour atteindre cet objectif, il faut aller au-delà de la simple conception des mathématiques comme étant la forme de pensée la plus abstraite. Même les élèves peu doués pour apprendre les mathématiques peuvent s'en servir pour résoudre des problèmes en recourant à des stratégies informelles contextuelles. L'hétérogénéité des élèves est un réel défi pour l'éducation. « Les mathématiques pour tous » s'adressent aussi aux élèves très doués.

Les études menées à l'Institut Freudenthal représentent une synthèse entre expertise théorique, savoir empirique et expérience pratique dans le domaine de l'apprentissage et de l'enseignement des mathématiques. Les méthodes de conception et de recherche utilisées, de même que les qualités du personnel qui les appliquent, révèlent une approche multidisciplinaire, conduite sous des angles théoriques et pratiques étroitement imbriqués. Les membres de l'Institut Freudenthal sont, pour nombre d'entre eux, à la fois des chercheurs et des concepteurs de programmes d'études et de logiciels ou exercent encore une activité en tant que conseillers pédagogiques ou formateurs d'enseignants. Qui plus est, pour de nombreux projets, ils travaillent en collaboration avec des professeurs, de mathématiques ou d'autres matières, qui exercent en milieu scolaire. Ces projets couvrent une grande diversité de contextes éducatifs, depuis l'enseignement préscolaire jusqu'à l'enseignement supérieur en passant par l'enseignement primaire et l'enseignement secondaire général et professionnel. Ils s'étendent également à des contextes extrascolaires d'apprentissage. Une caractéristique essentielle de l'Institut Freudenthal réside dans le choix d'une approche intégrée où la recherche et le développement, comme la formation des enseignants et la mise en application au travers du perfectionnement professionnel des enseignants en activité, sont intimement liés. En outre, l'Institut Freudenthal a de tout temps été en relation avec des auteurs de manuels qui étaient libres d'appliquer les idées de l'Institut pour enseigner les mathématiques et qui ont, à leur tour, contribué au mouvement de réforme de l'enseignement mathématique qui s'est amorcé au cours des dernières décennies.

- I. En 2006, l'Institut Freudenthal, qui était, à l'origine, exclusivement centré sur l'enseignement des mathématiques, a fusionné avec les départements d'enseignement de la physique, de la chimie et de la biologie pour former au sein de la Faculté des sciences de l'Université d'Utrecht le « *Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education* » (Institut Freudenthal pour l'éducation aux sciences et mathématiques). Le texte porte sur le département d'éducation aux mathématiques de ce nouvel Institut Freudenthal.

2. Les travaux de l'Institut Freudenthal ont pour ultime objectif d'améliorer la qualité de l'apprentissage et de l'enseignement des mathématiques. Un apprentissage est de qualité si les connaissances théoriques et pratiques enseignées aux élèves sont pertinentes. En d'autres termes, les élèves doivent acquérir des connaissances théoriques et pratiques qui leur sont utiles dès maintenant, mais aussi demain pour leurs études et leur vie professionnelle. Un autre indicateur de la qualité de l'apprentissage est l'efficacité de l'apprentissage en termes de résultats. Il est important que l'apprentissage soit transférable et que les élèves soient capables d'appliquer les connaissances théoriques et pratiques qu'ils ont acquises pour faire face à des problèmes nouveaux et à des situations nouvelles, aussi bien à l'intérieur qu'à l'extérieur de l'école. Pour garantir la qualité de l'enseignement, il faut disposer de contextes pédagogiques, de modèles didactiques et d'outils qui permettent d'atteindre un rendement élevé en termes de compétences et d'attitudes des élèves à l'égard des mathématiques.

Enfin, et surtout, la qualité des enseignants joue un rôle important dans l'enseignement des mathématiques, tant pour sa mise en œuvre que pour les innovations à y apporter. Le premier aspect est davantage lié à la formation des futurs enseignants tandis que le second aspect concerne les conseils prodigués à des enseignants expérimentés, mais tous deux n'en sont pas moins liés et doivent être pris en compte ensemble.

Si la réforme de l'enseignement des mathématiques a été une grande réussite aux Pays-Bas à en juger par les résultats obtenus aux études comparatives internationales sur les acquis des élèves (TIMSS et PISA), il est à noter que le processus s'est déroulé sans – ou presque – l'intervention directe du Gouvernement hollandais. De fait, la communauté dans son ensemble, chercheurs et concepteurs en matière d'enseignement des mathématiques, formateurs en mathématiques et conseillers scolaires, auteurs de manuels et inspecteurs scolaires, a soutenu la réforme et en a permis la réalisation de concert avec les enseignants. Si le gouvernement y a joué un rôle, c'est par le biais du financement du dispositif et de la maintenance des infrastructures d'enseignement des mathématiques. Les enseignants et toutes les autres parties prenantes au processus de réforme ont pu se rencontrer lors de conférences et échanger des idées, des expériences et des matériels grâce à des sites Internet et des revues.

Donner aux membres de la communauté mathématique l'occasion de contribuer à leur propre développement a permis une meilleure appropriation et abouti à un rapport coût-bénéfice positif. En dépit des bonnes performances enregistrées en termes d'acquis scolaires, le Gouvernement hollandais n'a, pendant de nombreuses années, consacré qu'un budget limité à l'éducation par comparaison à d'autres pays. Ce processus autogéré de réforme éducative n'est pas sans danger. La réforme n'a, par exemple, pas généré de système national de perfectionnement professionnel pour les

enseignants au cours de leur carrière. À cet égard, les chiffres produits dans le rapport TIMSS 2007 illustrent la dure réalité. Le système de perfectionnement professionnel aux Pays-Bas est très peu développé par rapport à beaucoup d'autres pays. Or, en l'absence d'un tel système, la qualité de l'enseignement risque d'être sérieusement compromise. Tout particulièrement dans le primaire, où les instituteurs sont tous des enseignants de matière, il est absolument indispensable qu'ils bénéficient de cours de recyclage. C'est le cas notamment de l'utilisation des nouvelles technologies pour l'enseignement des mathématiques.

Ce sont surtout les technologies de l'information et de la communication (TIC) qui ont réellement contribué à promouvoir le développement de l'enseignement des mathématiques. En effet, au travers de la revitalisation de modèles didactiques, tels que série de nombres et barre de fraction, les TIC sont au cœur de l'enseignement des mathématiques. En outre, les TIC permettent aux élèves de modéliser eux-mêmes des situations-problèmes et créent un environnement qui les incite à se poser mutuellement des questions, à expérimenter des idées et à rechercher des preuves pour démontrer leurs hypothèses. Ce faisant, ils « font des maths ». Grâce à ces activités, les élèves deviennent davantage acteurs de leur apprentissage des mathématiques. L'utilisation de (mini-) jeux pour enseigner les mathématiques en est un exemple. Les logiciels à orientation ludique aident les élèves à modifier leur rapport avec les mathématiques et facilitent la répétition naturelle d'exercices, condition essentielle pour pouvoir maîtriser les savoirs fondamentaux en mathématiques. Enfin, la technologie de l'Internet et la technologie mobile ont ouvert de nouvelles possibilités d'évaluation et d'apprentissage à distance et peuvent être un moyen efficace, pour les enseignants, d'accéder aux réalisations didactiques les plus récentes. À l'Institut Freudenthal, les TIC sont par conséquent un thème clé des travaux de recherche et développement sur l'enseignement des mathématiques. Utiliser les TIC pour surmonter les barrières géographiques donne accès à un champ entièrement nouveau de possibilités pour réaliser les mathématiques pour tous.

3. Les travaux conduits par l'Institut Freudenthal ont attiré l'attention de la communauté internationale. De nombreux collègues étrangers s'y sont intéressés. Des projets conjoints et des programmes de coopération ont ainsi vu le jour. Depuis l'époque de Freudenthal, l'Institut forme une communauté de recherche ouverte sur le monde qui travaille en collaboration avec des chercheurs de divers pays et qui accueille un flot constant de visiteurs étrangers. Outre le partage d'idées et d'expériences et la conduite de projets communs de recherche ou de développement, l'Institut Freudenthal met à la disposition d'autres pays des matériels didactiques, tels que trajectoires longitudinales d'apprentissage et d'enseignement, séries de cours types et mini-jeux basés sur les TIC.

Cette coopération ne se limite naturellement pas à la traduction et à la diffusion de ces matériels. En effet, les matériels pédagogiques conçus pour les écoles hollandaises ne sont pas utilisables tels que dans un autre pays. Ils doivent être adaptés et, en particulier, modifiés en fonction de la culture du pays et de sa conception de l'éducation. Il en va de même dans les exemples qui suivent de « *Realistic Mathematics Education in transit* ». *Mathematics in Context* a été l'un des grands projets internationaux de l'Institut Freudenthal qui a été réalisé par le *Wisconsin Center for Education Research* (WCER) de l'Université de Wisconsin-Madison aux États-Unis. Pour ce projet, l'Institut Freudenthal a mis au point la version préliminaire d'une collection de manuels scolaires de mathématiques destinés aux élèves américains de niveau intermédiaire. La version définitive de ces manuels a été élaborée à l'issue d'un processus d'expérimentation et de révision mené sous la conduite des chercheurs de l'Université de Madison.

Pour tout renseignement complémentaire, consulter les sites suivants :

http://info.eb.com/html/print_math_in_context.html ;

<http://www.project2061.org/publications/textbook/mgmth/report/2context/info.htm> ;

<http://www.marketwire.com/press-release/Encyclopaedia-Britannica-Inc-985121.html>.

Le projet *TAL*, mené par l'Institut Freudenthal à la demande du Ministère hollandais de l'éducation, visait à élaborer des trajectoires longitudinales d'apprentissage et d'enseignement des mathématiques à l'école primaire, le but étant de donner aux instituteurs une vue d'ensemble du déroulement de l'apprentissage des mathématiques dans les différentes classes de primaire et de garantir la cohérence du programme d'enseignement. Plusieurs pays ont fait part de leur intérêt pour ces trajectoires et les matériels ont donc été traduits en anglais. Cela a donné lieu à de nouveaux projets.

Le projet *Count One Count All* (COCA) a été lancé en collaboration avec l'Université du Cap (UCT, *University of Cape Town*) et l'Université technologique de la péninsule du Cap (CAPUT, *Cape Peninsula University of Technology*) (<http://www.fi.uu.nl/coca/>). L'un des objectifs de ce projet – qui a été financé par le *South Africa-Netherlands Research Programme on Alternatives in Development* (SANPAD) – était de fournir aux enseignants sud-africains un document qui décrit le cheminement de l'apprentissage des nombres pendant les premières années de primaire. Ce cheminement d'apprentissage était conçu sur la base du projet *TAL* et en lien avec le programme d'études officiel du pays (*South African National Curriculum Statement*).

En outre, un éditeur mexicain de manuels scolaires travaille sur une version du *TAL* en espagnol qui est déjà utilisée, notamment, pour le perfectionnement professionnel des enseignants en Argentine (http://www.fi.uu.nl/nl/Poster_TAL-Alta-final.pdf).

Un autre exemple de « *Realistic Mathematics Education in transit* » est développé par un institut indonésien de développement, le *Development Institute of Pendidikan Matematika Realistik Indonesia* (<http://www.pMRI.or.id/>). La mission principale du IP-PMRI est d'améliorer la qualité de l'enseignement des mathématiques en Indonésie grâce à la mise en œuvre d'une version indonésienne de L'éducation mathématique réaliste. Dans le cadre du projet DO-PMRI, le IP-MRI étudie, en collaboration avec l'Institut Freudenthal, l'APS et le Ministère indonésien de l'éducation, une approche participative qui vise à améliorer la qualité des enseignants en mathématiques en les dotant d'outils et de méthodologies pédagogiques susceptibles de donner aux élèves indonésiens des chances plus grandes d'aimer et de comprendre les mathématiques.

Un dernier exemple de projet réalisé hors du territoire des Pays-Bas est le projet Thinklets qui porte sur des mini-jeux destinés à l'enseignement primaire et secondaire. Ces mini-jeux peuvent être téléchargés gratuitement (<http://www.fi.uu.nl/thinklets/>) et sont très populaires, notamment chez les enfants âgés de 8 à 12 ans. À l'heure actuelle, l'Institut Freudenthal travaille à l'adaptation de ces mini-jeux pour qu'ils puissent fonctionner sur des ordinateurs portables XO.

Pour tout renseignement complémentaire sur les travaux de l'Institut Freudenthal, consulter le site : <http://www.fi.uu.nl/nl/brochureFlsme.pdf>.

Annexe 3. Problèmes et défis de l'enseignement des mathématiques : le cas des Philippines

(en collaboration avec Merle C. Tan³)

Le cas des Philippines est mentionné dans le document (chapitre 8) et d'importants projets relatifs à l'enseignement des mathématiques dans ce pays sont évoqués. Cette annexe apporte un complément d'informations sur le contexte philippin et présente les efforts déployés actuellement pour relever le défi d'une éducation mathématique de qualité pour tous et promouvoir des pratiques pédagogiques plus stimulantes.

Le pays est fier de compter des Philippins parmi les lauréats de grandes compétitions internationales de mathématiques. En outre, de nombreux scientifiques, ingénieurs et mathématiciens philippins ont fait la preuve de leurs compétences à l'étranger. Il est néanmoins désolant de constater les performances, globalement décevantes, enregistrées par les élèves philippins dans les études nationales et internationales d'évaluation en mathématiques. Plusieurs raisons ont été avancées pour expliquer cette situation.

Une première raison concerne le programme d'études des dix années de scolarité de base, qualifié de surchargé. Les thèmes et les compétences, qui sont traités sur une période de 12 ans dans d'autres pays, sont couverts ici en seulement dix années. La maîtrise du contenu est sacrifiée au profit d'une couverture étendue. De plus, ce programme est le même sur l'ensemble du territoire alors que les taux d'abandon sont élevés, preuve qu'il ne répond pas aux besoins des élèves de différentes communautés. Selon une étude de l'UP NISMED, c'est là l'une des raisons du faible niveau des élèves philippins en sciences et en mathématiques.

S'y ajoute une pénurie d'instituteurs qualifiés en mathématiques, en particulier au niveau élémentaire où la formation dispensée aux instituteurs est une formation généraliste. Par ailleurs, les enseignants en mathématiques les plus expérimentés des meilleurs établissements publics et privés quittent le pays, quand ils ne l'ont pas déjà quitté. De plus, les professeurs du secondaire

3 Merle C. Tan est Directeur du National Institute for Science and Mathematics Education Development de l'Université des Philippines (UP NISMED), à Manille (Philippines).

spécialisés en mathématiques ont choisi une autre voie professionnelle et se sont inscrits pour suivre une formation supérieure dans la recherche ou l'administration et l'inspection.

L'enseignement des mathématiques reste centré sur l'enseignant. Soucieux de finir le programme dans les délais et confrontés à des classes nombreuses, les enseignants ont tendance à adopter une pédagogie orientée vers la transmission plutôt que de permettre aux élèves d'effectuer des exercices pratiques, utiles et stimulants. Ils s'appuient sur les manuels, mais sont incapables de déceler les erreurs. Bien que les recherches démontrent que les enfants apprennent mieux quand l'enseignement leur est dispensé dans leur langue maternelle, les mathématiques leur sont enseignées en anglais, même en première année. Leurs difficultés pour comprendre des concepts proviennent de leurs difficultés pour comprendre l'anglais, qui est une langue étrangère pour de nombreux élèves de différentes communautés.

Désireux de développer l'esprit critique des élèves philippins et leur aptitude à utiliser leurs connaissances mathématiques pour générer et diffuser des idées nouvelles et prendre des décisions sensées afin d'améliorer leur qualité de vie, et de contribuer à créer une société juste et humaine, le Gouvernement philippin s'est lancé dans un programme de réformes de l'éducation de base. Le but est notamment d'instaurer un programme de mathématiques intégré et en spirale, et de mettre l'accent sur une approche de l'enseignement évolutive et fondée sur des travaux pratiques, sur l'élaboration de normes pour un enseignement efficace des mathématiques et sur l'application d'une progressivité du perfectionnement professionnel des enseignants. Le programme de formation initiale a été révisé et contient désormais davantage de modules orientés vers le contenu et la pédagogie. En outre, l'implication de la communauté dans la gouvernance et la responsabilité de l'éducation a été institutionnalisée, l'accent a été mis sur les aptitudes pédagogiques associées à l'apprentissage des enfants plus que sur l'accumulation de titres et de diplômes lors de la formation préparatoire, de l'embauche et de l'inspection et les infrastructures scolaires utilisant des technologies rentables et appropriées ont été modernisées.

Le *National Institute for Science and Mathematics Education Development* de l'Université des Philippines, en tant que centre national pour la recherche et l'innovation, joue un rôle moteur dans l'amélioration de la qualité de l'enseignement des mathématiques en participant à l'étude sur la manière d'apprendre des élèves, *Learner' Perspective Study*, déjà mentionnée dans le document, en promouvant différentes formes d'évaluation et en développant des matériels scolaires assistés par la technologie. Ces efforts contribueront à faire évoluer l'état d'esprit de nos enseignants et de nos élèves pour qu'ils ne disent plus « je sais », mais « je sais comment apprendre », et qu'ils apprennent à exercer leur sens critique pour devenir des citoyens productifs.

Annexe 4. La formation continue des enseignants au Japon – Le concept de « Lesson Study »

Le concept d'étude collective d'une leçon ou *jugyokenkyu* en japonais, diffusé sous l'appellation de *lesson study*, dénote un modèle de développement professionnel des enseignants existant de longue date au Japon sur lequel l'attention a été attirée par l'étude internationale TIMSS. La Lesson Study constitue une forme particulière d'étude à l'intérieur de l'école ou *konaikenshu*, considérée comme partie intégrante du travail d'un enseignant.

L'objectif en est l'élaboration collective par un groupe d'enseignants d'une leçon avec des objectifs généraux et spécifiques soigneusement définis à partir d'une étude approfondie des documents curriculaires et en prenant en compte les objectifs à long terme de l'apprentissage des élèves. La préparation conduit à élaborer un plan détaillé pour la leçon prévue, incluant des prévisions sur les comportements des élèves et leurs trajectoires d'apprentissage possibles, et à préciser des points sur lesquels on souhaite particulièrement faire porter l'observation de la réalisation de la leçon. Celle-ci est ensuite en effet réalisée par l'un des enseignants du groupe, les autres enseignants étant présents comme observateurs mais n'intervenant pas sauf exception. La réalisation elle-même est suivie d'une phase d'évaluation et révision, comportant une ou plusieurs rencontres où l'enseignant ayant réalisé la leçon présente ses impressions et réflexions, les autres enseignants leurs observations et réflexions, la discussion approfondie qui est alors menée tant au niveau mathématique que didactique pouvant conduire à une révision du projet initial qui sera à son tour testée. L'ensemble obéit donc à une structure précise dont les divers constituants sont précisément décrits dans la littérature (cf. par exemple (Stigler et Hiebert, 1999)).

L'observation de ce dispositif a attiré l'attention des chercheurs sur la qualité des discussions et du travail tant mathématique que didactique qu'il suscitait chez les membres du groupe. Il a aussi attiré l'attention sur le rôle qu'il jouait dans le contexte japonais pour soutenir les évolutions curriculaires, faire évoluer les pratiques, soutenir l'intégration des nouveaux enseignants et les aider à développer leurs compétences professionnelles. Le dispositif est ainsi devenu un objet d'étude, les chercheurs essayant d'en étudier plus précisément le fonctionnement, d'identifier régularités et variabilités dans sa mise en œuvre, de comprendre les processus qui en font un moyen semble-t-il efficace d'amélioration de l'enseignement dans le contexte japonais, ce qui en est transposable dans d'autres contextes et sous quelles conditions (cf. (Fernandez & Yoshida,

2004), (Isoda *et al.*, 2007) par exemple). Ceci est d'autant plus important que ce dispositif a migré aujourd'hui hors du contexte japonais, étant notamment importé aux États-Unis d'Amérique où il tend à se développer rapidement.

L'article (Lewis, Perry et Murata, 2006) s'intéresse plus particulièrement à ces questions. Il propose différentes hypothèses concernant la façon dont ce dispositif peut contribuer à l'amélioration de l'éducation mathématique : le processus de raffinement progressif des leçons, l'approfondissement des connaissances des enseignants (connaissances mathématiques, connaissances de l'enseignement, capacité à observer les élèves, mise en relation de l'activité quotidienne avec les buts à long terme de l'enseignement), la motivation des enseignants et leur engagement dans une communauté (motivation pour évoluer, relations avec des collègues susceptibles de fournir une aide, sens des responsabilités vis-à-vis de la communauté), les ressources produites (les plans de leçons élaborés qui mettent l'accent sur les modes de pensée possibles des élèves, les outils qui soutiennent l'apprentissage collectif au fil de la progression du dispositif). Mais les auteurs soulignent aussi que, pour avoir une compréhension réelle des mécanismes en jeu, des recherches sont nécessaires qui sont seulement émergentes. Trois priorités sont dégagées : l'élargissement de la base de données sur le dispositif tant au Japon que dans les pays où il est transposé, en particulier aux États-Unis d'Amérique ; la compréhension des mécanismes par lesquels ce dispositif influe sur l'enseignement ; le test de cycles de conception – réalisation – évaluation – amélioration, et l'analyse de leurs effets. Selon les auteurs, se fixer ces priorités va cependant à l'encontre d'une recherche qui, aux États-Unis d'Amérique en particulier, valorise surtout les idées nouvelles au détriment du raffinement des approches existantes et de l'étude des innovations initiées par des praticiens. Elle impose de reconnaître la pertinence de ce qu'ils appellent une « local proof route » par laquelle des innovations d'initiative locale peuvent conduire à des améliorations substantielles et de grande ampleur, via l'engagement de chercheurs dans un travail d'explication, de soutien au développement et de test systématique de ces innovations.

Le dispositif des *lesson studies* et les réflexions et études qu'il motive nous semble ainsi illustrer plusieurs des idées qui ont été développées dans le document : l'importance de penser dans des termes partiellement renouvelés les évolutions de pratiques, et les modes de formation continue des enseignants, en mettant l'accent sur les tâches professionnelles de l'enseignement, au premier rang desquelles se situe la conception et l'implémentation de séances d'enseignement, l'importance pour le développement professionnel des enseignants de la collaboration au sein de communautés de pratique et/ou de recherche ; l'importance pour la recherche d'être ouverte aux innovations issues du terrain mais aussi la nécessité de la recherche pour en comprendre les mécanismes et évaluer les effets ; la vigilance à avoir vis-à-vis de transpositions hâtives de ce qui marche ou semble marcher dans un contexte donné, ne payant souvent attention qu'aux traits les plus superficiels.

Nous voudrions enfin souligner que l'étude ICMI mentionnée dans le document (Even et Ball, 2009) montre de nombreux exemples de pratiques de formation continue d'enseignants qui, sans avoir nécessairement la sophistication et surtout l'ampleur du dispositif des *lesson studies* obéissent aussi à ces principes. Elles sont favorisées par l'évolution technologique qui, permettant de travailler collectivement sur des vidéos de pratiques, favorise un accès à distance aux pratiques et une formation prenant mieux en charge les besoins réels de cette pratique.

Even, R. Ball, D. (dir. publ.) *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics. The 15th ICMI Study*. New York: Springer Science, 2009. 277 p.

Fernandez, C. et Yoshida, M. *Lesson study: A Japanese approach to improving mathematics learning and teaching*, Mahwah: Lawrence Erlbaum, 2004.

Isoda, M., Stephens, M., Ohara, Y., Miyakawa, T. *Japanese Lesson Study in Mathematics. Its impact, diversity and potential for educational improvement*. Singapore: World Scientific, 2007.

Lewis, C., Perry, R., Murata A. How Should Research Contribute to Instructional Improvement? The Case of Lesson Study, *Educational Reseracher*, 2006, Vol. 35, No. 3, p. 1-14.

<http://edr.sagepub.com/cgi/content/abstract/35/3/3>

Stigler, J. et Hiebert, J. *The teaching gap. Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: The free press, 1999.

Annexe 5. Le perfectionnement professionnel des enseignants en mathématiques au Brésil : problèmes structureaux, initiatives et espoirs

(en collaboration avec Yuriko Yamamoto Baldin⁴)

On trouvera dans cette annexe une description de quelques initiatives relatives au perfectionnement professionnel des enseignants en mathématiques au Brésil, en particulier à leur formation initiale et aux efforts investis dernièrement par le Ministère de l'éducation pour améliorer les connaissances théoriques et pratiques des enseignants. Ce texte entend donner une vue d'ensemble de l'avancement de quelques projets récents concernant la Formation continue des enseignants en mathématiques au Brésil. Il propose une rapide introduction sur le système de formation des enseignants qui exercent dans des établissements d'éducation de base au Brésil, les principaux problèmes rencontrés en matière d'enseignement des mathématiques aux niveaux élémentaires et les récentes initiatives prises par le Ministère de l'éducation et les universités dans le cadre de projets en collaboration.

L'éducation de base au Brésil : l'éducation de base au Brésil est organisée en deux niveaux, le niveau fondamental et le niveau secondaire. L'enseignement fondamental va de la 1^{re} à la 9^e année et s'adresse aux enfants à partir de six ans. La maternelle n'est pas obligatoire au Brésil, mais, depuis quelques années, la politique éducative souligne la nécessité que le gouvernement développe ses investissements dans ce domaine. L'enseignement secondaire qui s'étend de la 10^e à la 12^e année est confié au Secrétaire à l'éducation de chaque État de la Fédération. Les années de maternelle et les cinq premières années d'enseignement fondamental relèvent de la responsabilité de chaque ville et il est prévu d'étendre, d'ici quelques années, cette responsabilité au cycle complet d'enseignement fondamental. Actuellement, les quatre dernières années d'enseignement fondamental relèvent du contrôle de l'État local et, donc, d'un système de gestion différent de celui des cinq premières années de scolarité. Le Ministère

4 Yuriko Yamamoto Baldin est professeur associé au Département de mathématiques de l'Université fédérale de São Carlos (Brésil) et représentant du Brésil auprès de la CIEM (Commission internationale de l'enseignement des mathématiques).

de l'éducation fixe les orientations nationales du programme d'enseignement (*Parâmetros Curriculares Nacionais*) qui sont, en général, intégrées dans la politique éducative de chaque État.

Dans l'ouvrage cité en référence (1), il est indiqué que :

« la coupure de la politique éducative pendant les années intermédiaires de la scolarité élémentaire est perçue comme étant l'une des causes de la difficulté qu'il y a de suivre un programme pédagogique cohérent d'enseignement des mathématiques à ce niveau. Il ne s'agit pas seulement d'un problème politique, mais aussi d'un problème de discontinuité dans la formation des enseignants. La formation préparatoire destinée aux enseignants des cinq premières années est d'une grande pauvreté, tant sur le plan du contenu mathématique que des méthodes pédagogiques à appliquer dans cette discipline. Quant à la formation préparatoire destinée aux enseignants de la 6^e à la 9^e année, elle ne met habituellement pas l'accent sur la phase d'apprentissage réel des élèves qui doivent passer dans l'année suivante et entrer dans un nouveau système, de sorte que la transition entre les années élémentaires et les années intermédiaires de scolarité fondamentale est délicate ».

La formation conçue pour préparer les enseignants en charge des dernières années de scolarité fondamentale et de la scolarité secondaire est une formation de premier cycle dispensée dans les universités et axée sur une discipline particulière. Les enseignants des cinq premières années de scolarité élémentaire sont, pour la plupart, titulaires d'un diplôme universitaire de pédagogie où le volet « connaissances mathématiques » est inexistant ou peu développé. Le manque d'uniformité dans la formation de la majorité des enseignants de niveau élémentaire et la méconnaissance de la transition entre niveaux par les enseignants de secondaire sont, par conséquent, les principaux problèmes que pose la formation des enseignants en mathématiques au Brésil. De surcroît, compte tenu de la superficie de cet immense territoire et des différences économiques et culturelles qui existent d'une région à l'autre, la dynamique sociale du pays soulève d'autres difficultés importantes et il est donc nécessaire que, parallèlement aux initiatives du gouvernement central, d'autres initiatives émanant de divers secteurs de la société soient menées. L'un des problèmes est notamment que, dans de nombreuses régions, des enseignants qui n'ont pas reçu d'éducation formelle sont recrutés à titre temporaire pour enseigner dans des écoles locales et combler leurs besoins. La superficie du Brésil dépasse 8,5 millions de km² ; selon la base de données du Ministère de l'éducation, le pays comptait en 2007 plus de 46 millions d'élèves inscrits dans plus de 165 800 établissements publics au niveau de l'éducation de base ([//www.inep.gov.br](http://www.inep.gov.br)).

Initiatives récentes concernant le perfectionnement professionnel des enseignants en mathématiques : les cours d'enseignement formel en présentiel dans les universités se sont avérés insuffisants pour faire face au nombre considérable d'élèves inscrits dans les écoles au

niveau fondamental. Pour tenter de répondre aux besoins d'enseignants diplômés en éducation de base, le gouvernement a mis en œuvre, à partir de 2007, un système d'enseignement à distance (UAB = université ouverte du Brésil), qui utilise les infrastructures technologiques des universités professionnelles et techniques existant sur l'ensemble du territoire. À ce jour, pour la formation des enseignants en mathématiques en charge des années intermédiaires de scolarité fondamentale (de la 6^e à la 9^e année) et de la scolarité secondaire (de la 10^e à la 12^e année) plus spécialement, 27 établissements offrent des cours de premier cycle universitaire à distance, ainsi qu'un suivi des étudiants par des tuteurs et des matériels didactiques en ligne. Le but premier de ce système est de réduire la pénurie d'enseignants dans l'éducation de base. Une analyse de son impact sur la qualité de l'éducation sera effectuée dans un proche avenir, lorsque les diplômés sortants arriveront sur le marché du travail.

En ce qui concerne la formation continue des enseignants, diverses initiatives ont été lancées, notamment dans le cadre de projets spécifiques conduits par des universités et des groupes de recherche avec le soutien d'organismes publics de financement, parmi lesquels la CAPES ([//www.capes.gov.br](http://www.capes.gov.br)) du Ministère de l'éducation. Le projet *Pro-Ciências/CAPES*, mené au milieu des années 1990, visait par exemple à actualiser la formation des enseignants du secondaire en y introduisant des concepts novateurs, tels que l'interdisciplinarité et l'intradisciplinarité des mathématiques et des sciences ou l'utilisation de la technologie dans les méthodologies d'enseignement et d'apprentissage. Mais ces initiatives n'ont eu que des effets isolés à l'échelon régional et de portée limitée. Plus récemment, le Ministère de l'éducation a instauré un réseau national pour la formation continue des professeurs, appelé *Rede Nacional de Formação Continuada de Professores*, qui a pour objet de créer un système national structuré de cours de formation (notamment en mathématiques) pour les enseignants de niveau élémentaire destiné à promouvoir l'acquisition de savoirs et les méthodologies d'enseignement. Depuis 2006, le projet *Pro-letramento* spécialement axé sur la culture mathématique des enseignants de niveau élémentaire est conduit par des universités et des chercheurs de « Rede » sur l'ensemble du pays. Dans le cadre de ce projet, 50 000 enseignants de niveau élémentaire ont suivi six mois de formation et d'autres, plus nombreux encore, poursuivent leurs études. S'appuyant sur une étude comparative des données extraites de l'évaluation nationale de l'éducation de base du Ministère de l'éducation (SAEB) réalisée en 2005 et 2007, c'est-à-dire avant et après le lancement du projet, un rapport intéressant (2) a analysé l'existence possible d'un lien entre le projet *Pro-letramento* axé sur les mathématiques et l'amélioration des notes obtenues en mathématiques par les élèves de niveau élémentaire. L'étude fait ressortir une évolution notable des notes dans les régions ayant bénéficié du projet, en particulier dans le nord du pays, région où étaient traditionnellement enregistrés les résultats les plus médiocres. Cette analyse sera poursuivie à mesure de l'avancement du projet.

Une autre initiative importante financée par les pouvoirs publics est le programme spécial réalisé en lien avec l'Olympiade mathématique du Brésil pour les écoles publiques (OBMEP), organisée par l'IMPA (Institut de mathématiques pures et appliquées), institut de recherche de renommée internationale, et par la SBM (Société brésilienne de mathématiques). L'OBMEP, dont la première a eu lieu en 2005, s'adresse aux élèves de la 6^e à la 12^e année scolarisés dans des écoles publiques ; en 2009, plus de 19 millions d'élèves issus de 43 854 écoles représentant 99,03 % des villes du pays y ont participé. Le projet consiste à faire passer des tests pour découvrir des élèves particulièrement doués en mathématiques, mais aussi à fournir aux écoles et à leurs enseignants des matériels pédagogiques innovants (séries de problèmes). En outre, un programme spécial d'études encadrées et financées par une bourse du Conseil national de la recherche et développement (CNPq) du Ministère des sciences et des technologies est offert aux 300 lauréats de l'Olympiade. Ce programme d'études encadrées est réalisé en collaboration avec des universités de recherche du pays. L'ensemble du matériel a été spécialement conçu et mis au point par des chercheurs et des spécialistes et il est accessible gratuitement aux enseignants comme au grand public ([//www.obmep.org.br](http://www.obmep.org.br)). De très nombreux enseignants utilisent avec profit ce projet. Un rapport récent (3) présente une étude statistique de l'impact de la participation des écoles à l'OBMEP sur le niveau moyen en mathématiques de chaque école participante dans le cadre de *Prova Brasil* (INEP/MEC), une évaluation à grande échelle des acquis des élèves, et il fait état d'une amélioration des résultats. Le document (3) fournit des précisions sur les aspects techniques.

Toujours dans le domaine du perfectionnement professionnel des enseignants en mathématiques, une initiative tout aussi importante, qui témoigne de l'intérêt croissant des éducateurs pour la formation des – futurs ou actuels – enseignants en mathématiques, est la création de nombreux programmes de troisième cycle en mathématiques et en enseignement des mathématiques. Les cours, de niveau mastère (ou doctorat, dans un cas au moins), s'adressent plus particulièrement aux enseignants en mathématiques intervenant au niveau de l'éducation de base et ils mettent l'accent à la fois sur les connaissances et sur les stratégies d'enseignement. Par ailleurs, il est à noter que, dans au moins un État de la Fédération, un programme de subventions est offert aux enseignants d'établissements publics qui souhaitent obtenir un mastère ou un doctorat. Divers organismes publics qui financent des recherches pour des projets dans différents États investissent également dans des programmes visant à promouvoir la participation d'enseignants d'écoles publiques à des projets de recherche destinés à améliorer tous les aspects de l'enseignement et de l'apprentissage dans l'éducation de base. Ces initiatives reflètent l'ampleur des besoins d'un système d'éducation de base qui s'efforce de surmonter les nombreuses difficultés imputables à des problèmes socioéconomiques ou au manque de pertinence des connaissances et des compétences méthodologiques des enseignants.

Conclusions : les paragraphes ci-dessus donnent une vue d'ensemble et, par là même, incomplète des initiatives menées dans le domaine du perfectionnement professionnel des enseignants en mathématiques au Brésil. Ils illustrent toutefois le dynamisme du mouvement engagé récemment par divers secteurs du système éducatif, que ce soit les décideurs comme le Ministère de l'éducation, les chercheurs impliqués dans des programmes diplômants, ou les éducateurs et les chercheurs participant aux projets en cours. Il convient également de mentionner l'initiative lancée en 2009 par un groupe de travail, dans le but de discuter du contenu mathématique des programmes de formation préparatoire des enseignants en fonction des différents niveaux de pratique pédagogique. Ce groupe entend déployer progressivement ses activités pour participer et contribuer, en tant que groupe de discussion et de consultation, aux travaux de la CIEM. Le projet Klein pour le XXI^e siècle lancé par le comité exécutif de la CIEM est l'occasion idéale pour ce groupe d'inscrire à son ordre du jour les questions formulées par la *Design Team*. Toutes ces initiatives sont porteuses d'espoir pour l'éducation de base au Brésil.

Références bibliographiques

- (1) Baldin, YY, Guimarães, LC, The process of introducing Lesson Study in Brazil, tirage préliminaire, 2009. (Chapitre spécial à inclure dans la 3^e édition de l'ouvrage *La Metodología Japonesa de Pesquisa de Aula*, Arturo Menna et ali, Chili, 2009.)
- (2) Barroso, MF, Guimarães, LC. Rapport technique 03/2008 soumis au REDE, O Pro-Letramento e os Resultados do SAEB – Existe Relação?, LIMC, Rio de Janeiro, 2008.
- (3) Biondi, RL, Vasconcelos, L, Menezes-Filho, NA de, Avaliando o impacto da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) no desempenho de matemática nas avaliações educacionais. 2009. //www.obmep.org.br.

Annexe 6. Systématiser les connaissances sur la formation des enseignants en mathématiques – Étude de l'IEA sur la formation des enseignants en mathématiques TEDS-M

(en collaboration avec Gabriele Kaiser⁵)

Comme le souligne le document, la qualité de la formation des enseignants en mathématiques est la condition primordiale de la qualité d'une éducation mathématique pour tous. Ce principe est de plus en plus largement reconnu, ce qui explique le vif intérêt que la formation des enseignants suscite désormais parmi les chercheurs et les spécialistes, ainsi qu'en témoignent l'étude de la CIEM susmentionnée (Ball et Even, 2009), la publication d'un manuel international en quatre volumes consacré à la formation des enseignants en mathématiques et intitulé *International Handbook of Mathematics Teacher Education* (Wood, 2008), de même que parmi les décideurs dans de nombreux pays, ainsi qu'il ressort par exemple de l'étude de l'OCDE intitulée *Teachers Matter* (2005).

À ce jour, toutefois, malgré les nombreuses et intéressantes analyses portant sur l'organisation de la formation des enseignants en mathématiques dans différents pays et sur la nature des connaissances que requiert cette profession et la manière dont elles s'élaborent, aucune étude empirique transnationale fondée sur des échantillons représentatifs n'a été faite, que ce soit de la façon dont des systèmes éducatifs assurent la formation préparatoire des enseignants en mathématiques ou bien de ce que l'on attend, explicitement et implicitement, de cette formation en termes de connaissances acquises. C'est la raison pour laquelle l'IEA a mis au point une étude internationale qui reflète la nécessité de produire des connaissances utilisables, pouvant servir de base à une politique destinée à faciliter le recrutement et la formation d'une nouvelle génération d'enseignants à mesure de l'évolution des besoins en connaissances et du départ à la retraite de nombreux enseignants. Cette Étude sur l'éducation et le perfectionnement

5 Gabriele Kaiser est professeur d'enseignement des mathématiques à l'Université de Hambourg (Allemagne) et Présidente de la Communauté internationale de professeurs de modélisation et d'applications mathématiques (*International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications*, ICTMA), un groupe d'étude affilié de la CIEM.

du personnel enseignant les mathématiques (*Teacher education and development study in Mathematics, TEDS-M*) collecte des données dans les pays participants, et ce, à trois niveaux des systèmes de formation des étudiants (voir *Tatto et al., 2008, p. 13 et suiv.*) :

1. « Résultats : quels sont le niveau et l'étendue des connaissances mathématiques et pédagogiques connexes que possèdent des enseignants se destinant à l'enseignement en primaire et en premier cycle de secondaire ? Quelles sont les différences qui existent d'un pays à l'autre en la matière ?
2. Établissements et programmes : quelles sont les principales caractéristiques des établissements de formation à l'enseignement et quels sont leurs programmes ? Quelles sont les différences qui existent d'un pays à l'autre ? Quelles sont les possibilités d'apprentissage qui s'offrent à de futurs enseignants en mathématiques (primaire et premier cycle de secondaire) ? Quelle en est la structure (par exemple, quel en est le degré de cohérence interne/externe) ? Quelles sont les connaissances qui sont enseignées dans des programmes de formation d'enseignants et comment cet enseignement est-il organisé ?
3. Politique nationale : quel est le contexte de la politique nationale en matière de formation à l'enseignement pour ce qui est, par exemple, du recrutement, du programme d'études, de l'assurance qualité et du financement ? Quelles sont les différences de politiques qui existent d'un pays à l'autre ? »

La finalité globale de cette étude est de trouver des moyens d'aider au mieux les enseignants à apprendre ce qu'ils ont besoin de savoir pour enseigner les mathématiques. Elle s'adresse aux différents publics suivants (*Tatto et al., 2008, p. 15*) :

« Dans le cas des responsables des politiques éducatives, le but est de suggérer des dispositifs institutionnels et programmatiques capables d'aider les enseignants à acquérir des connaissances suffisantes. Pour les formateurs d'enseignants qui conçoivent, mettent en œuvre et évaluent les programmes de formation à l'enseignement, l'objectif premier est de les doter d'un langage commun et d'une base de données commune, ainsi que des mêmes critères d'évaluation pour qu'ils puissent comparer leurs programmes avec ce qu'il a été possible et souhaitable de faire dans d'autres contextes. Pour les formateurs en mathématiques, l'enjeu est de mieux cerner la nature des connaissances que des enseignants qualifiés en mathématiques peuvent acquérir sur le plan du contenu et de la pédagogie des mathématiques, et les conditions à réunir pour que ces enseignants acquièrent de telles connaissances. Pour les formateurs en général et pour les profanes éclairés, l'idée est de mieux comprendre, grâce aux recherches empiriques,

la façon dont les enseignants apprennent et ce qu'ils apprennent lorsqu'ils se préparent à l'enseignement. »

Références bibliographiques

Shulman, L. Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, vol. 57, n° 1, p. 1-22, 1987.

Tatto, M.T. et al. *Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M): Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics. Conceptual framework*. East Lansing: Teacher Education and Development International Study Center, College of Education, Michigan State University, 2008. <http://www.iea.nl/teds-m.html>

Annexe 7. Recherches sur la formation des enseignants en mathématiques en Afrique du Sud et en Afrique australe

(en collaboration avec Jill Adler⁶)

Trois problèmes majeurs affectent la qualité de la formation des enseignants en mathématiques en Afrique du Sud, en particulier, et en Afrique australe, en général :

- le recrutement et la rétention d'enseignants en mathématiques qualifiés, en particulier au niveau du secondaire ;
- le choix des contenus de la formation préparatoire (formation initiale) à l'enseignement, aussi bien sur le plan des connaissances mathématiques ou de la didactique et de l'enseignement des mathématiques que sur le plan de l'amélioration des qualifications des enseignants ;
- le perfectionnement professionnel continu ou le perfectionnement des enseignants en activité dans une période de mutation (nouvelles technologies, nouveaux thèmes et nouvelles orientations dans le domaine des mathématiques).

Les recherches en cours sur ces questions, quoique relativement récentes dans la région, aident à mieux cerner les problèmes et les solutions pour y faire face. Elles sont le reflet de la situation internationale actuelle dans laquelle les recherches sur la formation des enseignants en mathématiques, bien qu'étant en progression exponentielle, sont un domaine relativement nouveau. Les études menées jusqu'à présent sont, pour la plupart, de petite échelle et le fait d'« initiés », les recherches ayant été conduites par des formateurs d'enseignants dans des établissements où les recherches sont effectuées. Une analyse de ces recherches est mentionnée (Adler *et al.*, 2005).

6 Jill Adler est professeur d'enseignement des mathématiques à l'Université du Witwatersrand, Johannesburg (Afrique du Sud) et au King's College de Londres (Royaume-Uni). Elle est également Vice-Présidente de la CIEM.

I. Recrutement et rétention des enseignants en mathématiques

Le rapport sur la formation des enseignants en mathématiques dans 12 pays africains (Adler *et al.*, 2007) fournit une profusion d'informations sur le recrutement et la rétention dans ces pays. La mobilité transfrontalière des enseignants qualifiés est un phénomène bien connu, quoique peu documenté. Il apparaît clairement que nombre de diplômés sortant des universités sud-africaines trouvent de l'embauche aux États-Unis et au Royaume-Uni. De même, la situation au Zimbabwe a incité de nombreux enseignants qualifiés zimbabwéens à chercher du travail en Afrique du Sud et, probablement aussi, dans d'autres pays voisins du Zimbabwe. L'exode des compétences est également visible dans d'autres pays et sous différentes formes. Ces forces de la mondialisation échappent au contrôle des gouvernements.

2. Choix des contenus de la formation initiale des enseignants

Il est largement admis que la qualité d'un système éducatif dépend de la qualité – et, pourrait-on ajouter, de la stabilité – de son corps enseignant et du mode d'enseignement appliqué par ce dernier. Des recherches réalisées ces dernières années en Afrique du Sud (Carnoy *et al.*, 2008) confirment les résultats obtenus dans d'autres pays (Hill *et al.*, 2008) qui montrent que les performances scolaires en mathématiques sont liées aux connaissances professionnelles en mathématiques des enseignants, c'est-à-dire la connaissance qu'ils ont des mathématiques en tant que telles et la connaissance spécialisée des mathématiques qu'ils utilisent pour enseigner. L'étude de Carnoy *et al.* n'est certes qu'une étude pilote, mais elle met néanmoins en évidence l'existence de corrélations positives entre la qualité de l'enseignement, la connaissance des mathématiques dont les enseignants se servent pour enseigner et les performances des élèves. Outre qu'elle aide à mieux comprendre l'importance de la formation initiale à l'enseignement, cette étude souligne la nécessité d'une meilleure harmonie entre le contenu de la formation des enseignants en mathématiques et le travail mathématique qu'ils effectuent. Adler (2005) et Adler et Davis (2006) donnent une description de ces mathématiques spécialisées pour enseigner et montrent que, dans les établissements qui offrent des programmes de perfectionnement aux enseignants sud-africains en mathématiques, la connaissance spécialisée des mathématiques ne fait l'objet d'aucune évaluation. Ils en concluent que des efforts importants sont nécessaires pour améliorer la connaissance de cette compétence spécialisée et étudier la façon dont elle est enseignée et évaluée dans des programmes de formation initiale et de perfectionnement des enseignants en mathématiques.

Des programmes novateurs de formation initiale à l'enseignement ont été lancés avec la création d'un nouveau diplôme de licence en éducation (*B Ed Degree*) en Afrique du Sud. Une attention particulière est portée au choix d'un contenu mathématique pertinent du point de vue de l'enseignement et à la manière dont ce contenu est enseigné aux futurs enseignants. Ces aspects sont loin d'être d'importance négligeable. Une étude comparative récente, relative à deux programmes de licence en éducation (dans une université rurale et urbaine en Afrique du Sud) et à leurs résultats, illustre les difficultés rencontrées en la matière, notamment quant aux effets produits sur la qualité de la formation ainsi dispensée (Parker, 2009). Ces programmes sont toutefois un succès pour ce qui est d'attirer et de former un nombre croissant d'enseignants en mathématiques, y compris pour le secondaire. Dans maints établissements, ces programmes relèvent de la seule responsabilité des facultés d'éducation. Cela ne va pas sans difficulté pour les départements de mathématiques et les divers organismes professionnels du pays s'efforcent actuellement de promouvoir la contribution des mathématiciens à la formation initiale et au soutien des enseignants. À la fin de cette année, la *Mathematical Society* rencontrera des représentants des pouvoirs publics et de la communauté mathématique pour poursuivre les efforts en ce sens. Le succès de cette rencontre dépendra de la volonté des participants de reconnaître les divers savoir-faire indispensables pour la formation préparatoire et le soutien des enseignants en mathématiques.

3. Perfectionnement professionnel continu et soutien des enseignants dans un contexte en mutation

Adler et Reed (2002) rendent compte d'une étude portant sur un programme de développement professionnel formalisé en mathématiques, sciences et anglais et ils évoquent l'écart entre les objectifs annoncés de la réforme de la formation et la réalité du terrain, ainsi que les problèmes qui en résultent. Leurs conclusions vont dans le sens des remarques qui précèdent sur la place insuffisante qui est donnée, dans la formation, à la connaissance du contenu pour enseigner les mathématiques (même si l'intention est présente). Ils insistent également dans leurs conclusions sur la nécessité de comprendre que les cultures et pratiques en matière d'éducation évoluent et que cette évolution requiert du temps. Ils montrent en outre que, dans les écoles les plus pauvres où l'écart entre la réalité de l'enseignement sur le terrain et les modèles de réforme est considérable, la mise en œuvre de la réforme envisagée risque non pas d'améliorer, mais de nuire à la qualité de l'enseignement.

Références bibliographiques

Adler, J. Mathematics for teaching: What is it and why is it important that we talk about it? *Pythagoras*. Vol. 62, 2005, p. 2-11.

Adler, J., Ball, D., Krainer, K., Lin, F.L. et Novotna, J. Reflections on an emerging field: Researching mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 61, n° 3, 2005, p. 359-381.

Adler, J. et Davis, Z. Opening another black box: Researching mathematics for teaching in mathematics teacher education. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 37, n° 4, 2006, p. 270-296.

Adler, J. et Reed, Y. (sous la dir. de) *Challenges of teacher development: An investigation of take-up in South Africa*. Publié en coédition avec Yvonne Reed. Van Schaik : Pretoria, 2002.

Adler, J., Kazima, M., Mwakapenda, W., Nyabanyaba, T. et Xolo, S. (sous la dir. de) *Mathematics teacher education: trends across twelve African countries*. Marang/CIEM. Johannesburg, 2007.

Carnoy, M., Chisholm, L., et al. *Towards Understanding Student Academic Performance in South Africa: A Pilot Study of Grade 6 Mathematics Lessons in South Africa*. Pretoria: HSRC, 2008.

Parker The specialisation of pedagogic identities in initial mathematics teacher education in post-apartheid South Africa. Thèse de doctorat non publiée. Johannesburg : Université du Witwatersran, 2009.

Annexe 8. Promouvoir l'excellence de l'enseignement des mathématiques – Le National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics (NCETM)

www.ncetm.org.uk

(en collaboration avec Celia Hoyles⁷)

Historique

Le NCETM, créé en 2006 en Angleterre par le Gouvernement britannique, est une infrastructure nationale dont la mission est de promouvoir l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques via la fourniture de conseils spécialisés, de ressources et d'informations. Cet organisme national assure la supervision de l'offre de perfectionnement professionnel continu (*continuing professional development*, CPD) dans le domaine des mathématiques à un niveau stratégique et en coordonne les activités à l'échelon national. Il est la première infrastructure nationale du genre mise en place en Angleterre.

Le NCETM vise à améliorer la situation professionnelle de toutes les personnes engagées dans l'enseignement des mathématiques afin que les apprenants puissent atteindre la pleine mesure de leurs potentialités en mathématiques. Le principe de base est qu'un perfectionnement professionnel continu efficace s'articule autour de trois axes interdépendants :

- élargir et approfondir la connaissance du contenu mathématique,
- développer une pédagogie spécifique aux mathématiques qui permette en particulier d'évaluer le degré d'engagement des apprenants dans cette discipline et les éventuels obstacles de nature à entraver leur progression, et
- mettre en pratique une pédagogie des mathématiques performante.

⁷ Celia Hoyles est professeur à la *School of Education, University of London*, et Directrice du NCETM. Elle est également membre du Comité exécutif de la CIEM.

Les **objectifs clés** du NCETM sont les suivants :

- stimuler la demande de perfectionnement professionnel continu spécifique aux mathématiques pour contribuer à renforcer les connaissances mathématiques des enseignants et améliorer les performances en mathématiques des écoles et des lycées ;
- promouvoir et améliorer la coordination, l'accessibilité et les ressources du perfectionnement professionnel continu spécifique aux mathématiques ;
- permettre à tous les enseignants en mathématiques d'identifier les offres de perfectionnement professionnel continu de bonne qualité, qui sont susceptibles de répondre au mieux à leurs besoins et leurs aspirations, et d'y avoir accès.

Activités du NCETM

Le NCETM œuvre à la promotion de possibilités de perfectionnement professionnel continu cumulatives et durables tout au long de la carrière d'un enseignant en lien avec des partenaires. Les établissements d'enseignement supérieur comptent parmi ses partenaires importants du fait qu'ils offrent déjà des possibilités de perfectionnement professionnel continu aux enseignants. Ils peuvent proposer un savoir-faire en mathématiques et en enseignement mathématique et ouvrir d'autres perspectives relativement à la discipline elle-même et des pédagogies efficaces pouvant servir de base aux activités du NCETM.

Le NCETM développe une présence virtuelle par le biais de son portail Internet en ligne, ainsi qu'une présence sur le terrain via un réseau de coordinateurs régionaux (*Regional Coordinator, RC*) qui couvre l'ensemble de l'Angleterre. Chaque RC travaille en lien avec des enseignants expérimentés à temps partiel (qui sont des enseignants en activité, considérés comme « expérimentés » sur le plan pédagogique et rémunérés en conséquence) pour créer et soutenir des réseaux locaux de collaboration entre enseignants intra- et interniveaux et intra- et interdisciplinaires. Ils encouragent les enseignants en mathématiques à participer à un travail collaboratif de questionnement entre enseignants, à identifier les possibilités de perfectionnement professionnel de bonne qualité et à échanger sur des exemples d'excellence dans la région. Le but est notamment de favoriser l'expansion de réseaux dynamiques au sein desquels les enseignants développent par eux-mêmes leur propre communauté – virtuellement et réellement – contribuant ainsi à la diffusion d'idées et de différentes formes de perfectionnement professionnel continu pour des enseignants-guides.

Les événements nationaux et régionaux occupent une grande place dans les activités du NCETM. La conférence, intitulée *The Potential of ICT in Mathematics Teaching and Learning*, a par exemple été l'occasion de présenter les activités d'enseignants qui utilisent les technologies de

l'information et de la communication (TIC) en mathématiques et d'explorer les potentialités qu'elles offrent d'améliorer le niveau de connaissances, de favoriser l'ouverture aux concepts mathématiques, d'élargir le champ des possibilités et de réduire les inégalités en termes de résultats.

Le portail du NCETM

Le portail Internet du NCETM – www.ncetm.org.uk – est une ressource en ligne de haute technologie et permet au NCETM de toucher des enseignants qui ne sont pas accessibles par les supports plus traditionnels. Outre une liste de ressources d'une grande richesse, il constitue un moyen d'échange dynamique sur les stratégies d'enseignement des mathématiques via des réseaux et des communautés en ligne. Les enseignants en mathématiques peuvent aussi planifier leur propre parcours de perfectionnement professionnel continu en créant leur espace d'apprentissage personnalisé (*Personal Learning Space*, PLS – pour tout renseignement complémentaire, voir ci-dessous). Le portail comporte notamment :

- un répertoire des cours et des événements (*Courses and Events*),
- une zone Ressources (*Resource*),
- une zone Questions (*Teacher Enquiry*) où l'enseignant peut accéder à des travaux de recherche et adresser au NCETM une demande de financement de son projet,
- un bulletin d'informations (*News*) sur l'évolution de l'enseignement des mathématiques et les problèmes qui se posent,
- une zone réservée aux communautés et aux blogs (*Communities and Blogs*), où les enseignants peuvent échanger leurs idées sur l'enseignement,
- une zone Mathemapedia, qui correspond à un wikipedia de l'enseignement des mathématiques.

Le portail comporte d'autres fonctions, comme les *Secondary and Primary Magazines* qui sont de plus en plus populaires, et les ressources Up2d8 Maths qui permettent d'explorer des thèmes mathématiques dans un contexte donné. Il existe aussi un espace *Early Years Focus*, qui fournit des informations, des astuces et des suggestions pour travailler avec cette classe d'âge, ainsi qu'un *FE Magazine* destiné aux formateurs en mathématiques pour les jeunes de plus de 16 ans et les adultes.

L'espace d'apprentissage personnalisé (*Personal Learning Space, PLS*)

L'espace PLS permet à des enseignants de personnaliser leur parcours d'apprentissage sur le portail ; ils peuvent enregistrer des liens avec leurs rubriques favorites, avoir un accès simplifié à leurs contributions, noter des informations et leurs réflexions sur des ressources et des matériels et recueillir des données utiles pour la suite de leur carrière.

Outils d'autoévaluation (*Self-evaluation Tools, SET*)

Ces outils d'autoévaluation forment le cœur de l'espace PLS. Ils permettent aux enseignants d'évaluer leurs connaissances en mathématiques et d'explorer des centaines de séquences d'« étapes suivantes » avec des idées pour développer leurs connaissances en mathématiques, de trouver des exemples de bonnes pratiques et de découvrir les liens entre différentes branches des mathématiques. Notre bilan de l'utilisation de ces outils est jusqu'à présent très positif. Ils sont de plus en plus utilisés par les écoles dans le cadre d'évaluations périodiques des performances. Ils peuvent aussi aider des enseignants à définir les domaines du programme d'études sur lesquels ils souhaitent travailler. De nombreux enseignants soulignent l'utilité des autoévaluations menées à l'échelon de tout un département. (Le NCETM a aussi mis au point plusieurs ateliers conçus pour dispenser à des équipes complètes un perfectionnement professionnel structuré en interne. Pour chaque module d'atelier, un sommaire et plusieurs fiches-ressources sont mis à disposition.) Les outils d'évaluation sont également utilisés avec succès dans les établissements d'enseignement supérieur : ils permettent aux stagiaires de s'auto-évaluer et les orientent vers des ressources adaptées pour améliorer leurs connaissances théoriques et leurs pratiques.

Inscriptions sur le portail NCETM

Le nombre d'inscriptions sur le portail NCETM est en constante progression, signe de l'abondance toujours plus grande des ressources qu'il offre et de l'intérêt qu'il suscite dans les écoles, les lycées et les établissements d'enseignement supérieur. On recense actuellement 26 440 utilisateurs : niveau primaire et préscolaire = 9 136 ; niveau secondaire = 9 646 ; établissements de formation continue (FE) = 2 104 ; Sixth Forms (niveau premières et terminales) = 1 147. Les utilisateurs recensés sont ceux qui s'inscrivent lorsqu'ils consultent le site. S'y ajoutent les nombreux visiteurs qui se connectent sans s'inscrire (et ont accès à un large éventail de ressources utiles). En juin 2009, près de trois millions et demi de connexions sur le portail avaient été enregistrées, soit une augmentation de 147 % sur une année.

Analyse et difficultés

Il reste encore beaucoup à faire – et de nombreuses difficultés à résoudre – avant que le perfectionnement professionnel continu ne soit reconnu comme un « passage essentiel et obligatoire » de la formation de tous les enseignants en mathématiques en Angleterre. Le NCETM poursuit ses efforts pour impliquer davantage d'enseignants et de hauts responsables de tous secteurs et pour trouver d'autres formes de partenariat afin d'élargir son offre. Il doit veiller à accroître son impact sur les apprenants et, tout particulièrement, faire en sorte que cet impact soit reconnu par les personnalités et les responsables politiques.

Un perfectionnement professionnel de qualité est, pour l'enseignant, la possibilité de réaliser la plénitude de son potentiel – développer ses compétences et ses aspirations, lui permettre d'aider à son tour tous ses élèves à réaliser leur propre potentiel. Cela est important non seulement pour nous en tant qu'individus, mais aussi pour le Royaume-Uni dans son ensemble. Des rapports récents soulignent l'importance cruciale des mathématiques pour l'avenir économique du Royaume-Uni, ainsi que pour la confiance en soi et la réussite professionnelle : les mathématiques font en effet partie de la vie quotidienne – sur le lieu de travail et à la maison.

Le NCETM entend faire évoluer la culture du pays afin que nul ne puisse plus dire « Je ne connais rien aux mathématiques – et j'en suis même fier ». Il souhaite faire en sorte que les écoles et lycées de toute l'Angleterre disposent d'un nombre suffisant d'enseignants en mathématiques compétents et enthousiastes et pouvoir leur offrir le perfectionnement professionnel continu de qualité dont ils ont besoin.

Annexe 9. Pourquoi les mathématiques ? Une exposition internationale itinérante

(en collaboration avec Michel Darche et Mireille Chaleyat-Maurel⁸)

Au lendemain de l'année 2000 proclamée « Année mondiale des mathématiques », l'UNESCO, fidèle à son engagement de promouvoir l'éducation et la coopération internationale, a réuni des mathématiciens français, japonais et philippins déjà engagés dans la vulgarisation des mathématiques dans le but d'organiser une exposition internationale sur le thème *Pourquoi les mathématiques ?* Réalisée avec l'appui de divers organismes, parmi lesquels l'Union mathématique internationale (UMI) et sa commission internationale de l'enseignement (CIEM), l'exposition a été présentée pour la première fois à l'occasion du 10^e Congrès international sur l'enseignement des mathématiques (ICME), qui s'est tenu en juillet 2004 à Copenhague (Danemark).

L'exposition a ensuite entrepris son tour du monde dans les pays où des mathématiciens, enseignants et formateurs en mathématiques intéressés en avaient fait la demande. Des efforts particuliers sont faits pour présenter l'exposition dans des pays en développement en procédant par région continentale : Afrique australe, Amérique latine... Plus économique pour les pays désireux d'accueillir cette manifestation, cette solution est aussi enrichissante pour l'exposition elle-même.

Objectifs de l'exposition

Cette exposition s'adresse principalement aux jeunes de 10 à 18 ans, mais aussi à leurs enseignants et leurs parents. Ses trois principaux objectifs sont les suivants :

- sensibiliser le public et mobiliser son intérêt pour les mathématiques et démontrer que les mathématiques sont non seulement indispensables et omniprésentes dans la vie quotidienne, mais qu'elles sont aussi un divertissement intéressant et passionnant,
- démontrer que les mathématiques sont à la portée de tout un chacun et que, contrairement à ce que l'on pense souvent, les concepts mathématiques de base sont compréhensibles

8 Michel Darche est Directeur honoraire du Centre Sciences, CCSTi Région Centre-Orléans. Mireille Chaleyat-Maurel est professeur à l'Université Paris V (France) et co-Présidente avec Minela Alarcon (UNESCO) de l'Exposition « Pourquoi les mathématiques ? ».

par la majorité d'entre nous et que les grands principes mathématiques sont aisément accessibles,

- concevoir toutes les expériences de telle façon que les enseignants puissent les utiliser en classe. Un élément clé de leur formation !

Elle a été conçue et réalisée par le « Centre Sciences » d'Orléans (France).

Évaluation sur cinq ans

Au cours des cinq dernières années (2005-2009), l'exposition a été présentée dans 90 villes de 32 pays différents, en Afrique de l'Est et en Afrique de l'Ouest, en Chine et en Asie de l'Est, en Amérique latine et en Europe. Elle a accueilli près de **1 200 000 visiteurs**, dont 75 % de jeunes, et plus de **15 000 enseignants et tuteurs**. À chaque fois, elle a été précédée d'une **session de formation** de trois jours en moyenne à l'intention des enseignants et des animateurs. Elle a fait l'objet d'une large couverture médiatique (journaux, radio et télévision, diffusion de messages sur de nombreux sites Internet) et donné lieu à l'organisation d'activités spécifiques liées aux mathématiques (ateliers, conférences, concours...).

Quelques exemples à titre d'illustration

- en Namibie (2006), 50 000 élèves et enseignants dans 12 villes en trois mois,
- à Madrid, pour le congrès ICM2006, près de 40 000 visiteurs en trois mois (et de longues files d'attente à l'extérieur pendant les vacances d'été) et des élèves venus de plus de 100 établissements scolaires,
- en 2007, Bangkok, Laos (quatre villes), Viet Nam (deux villes) et Cambodge (quatre villes), Singapour, 120 000 jeunes visiteurs avec quatre sessions spéciales de formation pour les enseignants portant sur l'utilité des mathématiques au Cambodge, sous le parrainage de l'UMI, de la CIEM, du CIMPA et de l'UNESCO,
- en Inde (2008), près de 100 000 visiteurs dans quatre villes (Delhi, Calcutta, Bangalore, Bombay) avec deux sessions spéciales de formation pour les enseignants, organisées par le bureau local de l'UNESCO,
- au Pakistan (2008), 50 000 jeunes visiteurs dans trois villes, en lien avec la *National Science Foundation*,

- en Amérique latine (2008-2010) : huit pays, une tournée qui a débuté et s'est achevée au Chili, avec une étape au Brésil (dix villes en sept mois), et une deuxième fois au Chili, en janvier 2010, une session de deux semaines de formation en mathématiques pour 2 000 enseignants (en partenariat avec l'Université du Chili).

Toutes ces expositions ont été organisées avec l'appui logistique et efficace des ministères chargés de l'éducation, de la recherche, les sociétés de mathématiques, les ambassades, les fondations pour la science de chaque pays et les musées des sciences de chaque ville.

Un site Internet a été créé pour fournir des informations sur l'exposition et les événements connexes, son parcours dans divers pays du monde, ses partenaires... : www.MathEx.org.

L'exposition virtuelle

En parallèle, une exposition virtuelle en quatre langues (anglais, espagnol, français, portugais) a été mise au point il y a deux ans, avec le soutien financier du Bureau UNESCO Afrique australe (Namibie et Angola). Elle propose plus de 30 expériences virtuelles et interactives et quelque 300 activités permettant d'effectuer des exercices de mathématiques. Elle présente aussi des exemples d'utilisation pédagogique des thèmes de l'exposition, ainsi qu'une liste d'ouvrages utiles pour les enseignants, afin de renforcer son impact pédagogique, notamment dans les pays en développement.

Ces outils virtuels sont conçus de telle sorte que les enseignants puissent les utiliser en classe sans avoir besoin d'un ordinateur; c'est-à-dire avec pour seul matériel des objets usuels, tels que papier, ficelle, carton, colle, etc., et réaliser des expériences mathématiques avec leurs élèves. L'objectif est aussi de favoriser le développement de matériels destinés à illustrer la résonance des différents thèmes de l'exposition dans chaque culture. Ces outils ont été reproduits sur 300 CD-ROM et sont accessibles gratuitement sur Internet : www.ExperiencingMaths.org.

Ces outils ont été présentés et utilisés dans deux sessions spéciales de formation pour des enseignants en Angola (INIDE) en 2008 et 2009 (plus de 100 CD-ROM ont été distribués en Angola ; entre trois et cinq ont été fournis aux pays ayant « concrètement » accueilli l'exposition). Il est possible de télécharger une présentation du volume 4.3 de *Matematicalia*, revue numérique de vulgarisation mathématique en espagnol :

www.matematicalia.net/index.php?option=com_wrapper&Itemid=410.

Un nouveau projet, un nouveau site Internet : À quelles carrières mènent les mathématiques ? Quels sont les métiers où l'on utilise les mathématiques ?

Le public en général, les élèves et même les enseignants en mathématiques n'ont qu'une idée assez vague des débouchés possibles dans cette filière. Ils pensent le plus souvent qu'un diplôme en mathématiques ne mène qu'à la recherche ou à l'enseignement. Il est donc nécessaire de donner des informations plus complètes aux parents et élèves, et ce, à un stade relativement précoce de la scolarité.

Plusieurs pays ont donc organisé, en marge de l'exposition, des manifestations mathématiques, telles que diffusion de films, conférences de mathématiciens et spectacles de théâtre en rapport avec les mathématiques.

Aujourd'hui, nous envisageons de lancer, en lien avec l'exposition, un nouveau projet destiné à offrir aux jeunes, à leurs enseignants et à leurs parents d'autres outils pour leur faire découvrir la diversité des métiers possibles avec une formation scientifique grâce à :

- un site Internet original interactif comportant des jeux, des comptes rendus, des entretiens (écrits ou filmés),
- des panneaux ou des plaquettes mis à disposition sur le lieu de l'exposition, présentant des portraits de jeunes professionnels qui utilisent les mathématiques dans le cadre de leur activité professionnelle, mais aussi illustrant la diversité des professions possibles en fonction du niveau de qualifications en mathématiques et en tenant compte des particularités sexospécifiques, régionales et géographiques (centres ou périphéries).

Nous projetons de profiter de la présence de l'exposition dans une région pour rencontrer des mathématiciens locaux de renom et, grâce aux informations ainsi recueillies sur la situation de leur pays et ses besoins mathématiques, d'enrichir l'ensemble des ressources accessibles.

Annexe 10. « Objectif Mathématiques » – Les Maisons des mathématiques en Iran

Cette annexe donne un bref aperçu des objectifs et des principales activités des Maisons des mathématiques qui ont été créées ces dix dernières années en Iran. Ces structures sont une bonne illustration des possibilités qu'offre l'éducation non formelle dès lors qu'une collaboration fructueuse s'organise entre des communautés intéressées par les mathématiques et l'enseignement de cette discipline.

Comme le rappellent Barbeau et Taylor (Barbeau et Taylor, 2009, p. 88), l'origine des Maisons des mathématiques en Iran date de la création, en 1997, d'une haute commission dirigée par le Président iranien dans la perspective de l'Année mondiale des mathématiques en 2000. L'un des objectifs de cette commission était la création de Maisons des mathématiques. La première de ces Maisons a été ouverte à Isfahan en 1999. Aujourd'hui, il en existe à Isfahan, Neishabour, Tabariz, Yazd, Kerman, Khomein, Kashmar, Sabzevar, Babul, Zenjan, Gazvin, Gonbad et Najafabad, et une commission spécialement constituée en organise la coopération.

Les principaux objectifs des Maisons des mathématiques sont au nombre de six :

1. assurer la vulgarisation des mathématiques,
2. étudier l'histoire des mathématiques,
3. étudier les applications mathématiques, statistiques et informatiques,
4. développer les technologies de l'information,
5. promouvoir les mathématiques parmi les jeunes étudiants,
6. encourager le travail en équipe parmi les jeunes étudiants et les enseignants.

Les moyens mis en œuvre pour réaliser ces objectifs sont les suivants :

- mettre à disposition des structures éducatives non traditionnelles,
- introduire de nouvelles techniques pédagogiques,
- créer des banques de données scientifiques,
- encourager les recherches menées en commun et en collaboration,
- modéliser et appliquer les mathématiques,
- favoriser les innovations pertinentes.

Ces Maisons des mathématiques proposent un large éventail d'activités à l'intention du grand public, des étudiants de tous niveaux et leurs familles, des enseignants et professeurs d'université, des étudiants diplômés, des chercheurs et des artistes. Le paragraphe ci-dessous donne une description de quelques-unes de ces activités, inspirée du dossier préparé par Barbeau et Taylor (Barbeau et Taylor, 2009, p. 88-92) et d'un article rédigé par Ali Rejali pour le Bulletin de la CIEM à l'occasion du 10^e anniversaire de la Maison des mathématiques d'Isfahan (IMH) (Rejali, 2009). Cette Maison des mathématiques est très active et constitue un exemple particulièrement intéressant. Pour tout renseignement complémentaire, on consultera son site Internet :

www.mathhouse.org.

Parmi les activités organisées par l'IMH, on peut citer :

1. Conférences (sur des thèmes généraux et spécialisés relatifs aux mathématiques et à leur enseignement). À titre d'exemple, cinq ou six conférences publiques et de nombreux forums de discussion sont organisés chaque année pour des groupes d'étudiants, d'enseignants et de membres de la Maison.
2. Expositions sur les mathématiques et les technologies de l'information. Des « Journées » et des « Semaines » thématiques sont organisées périodiquement en marge de ces expositions. Plus généralement, les Maisons des mathématiques mettent des équipements informatiques à la disposition des participants pour qu'ils puissent utiliser et développer des logiciels, accéder à l'Internet et profiter de ressources électroniques pour l'apprentissage des mathématiques.
3. Activités destinées aux lycéens. Elles sont très variées : groupes de recherche qui présentent les résultats de leurs études lors de festivals annuels ou dans des publications, concours de mathématiques par équipes notamment lors du *International Tournament of Towns*, réseau interécoles d'Isfahan qui développe la communication électronique entre les écoles et met des technologies de l'information au service de l'enseignement et de la recherche, ateliers de robotique, camps thématiques et ateliers de résolution de problèmes.
4. Activités destinées aux étudiants : Journée de la statistique, groupes de recherche travaillant en collaboration avec des chercheurs iraniens à l'étranger via un réseau de communication électronique, partenariat avec des entreprises pour donner aux étudiants l'occasion de découvrir la conception de pages Internet et de logiciels, ateliers d'initiation sur les logiciels mathématiques et statistiques.

5. Activités destinées aux enseignants : groupes de recherche dans divers domaines pédagogiques, ateliers sur les technologies de l'information visant à former les enseignants sur l'application de moyens pédagogiques modernes et les familiariser avec les technologies de l'information, ateliers sur les objectifs, normes et concepts de l'enseignement des mathématiques pour des enseignants en niveau élémentaire ou sur les nouveaux programmes du secondaire et les technologies de l'information pour des enseignants du secondaire.

Toujours à l'IMH, un groupe de chercheurs met actuellement au point des activités conçues pour enseigner les mathématiques et l'informatique à des élèves aveugles. Par ailleurs, l'IMH et d'autres Maisons des mathématiques gèrent des bibliothèques spécialisées qui donnent accès aux diverses ressources sur l'enseignement des mathématiques existant dans le pays.

Outre une coopération mutuelle, les Maisons des mathématiques travaillent en collaboration avec des organismes iraniens, par exemple : Adib Astronomy Centre, Iranian Mathematical Society, Iranian Statistical Society, Isfahan Mathematics Teachers' Society, Iranian Association for Mathematics Teachers' Societies, Scientific Society for Development of Modern Iran, Isfahan Society of Moje Nour pour les aveugles, Science and Art Foundation. De nouvelles formes de coopération avec d'autres organismes étrangers voient le jour, notamment aux Pays-Bas avec Fontys et l'Institut Freudenthal, ou en France avec l'association Animath qui coordonne la diversité des activités existantes d'éducation non formelle en mathématiques et le réseau IREM (Instituts de recherche sur l'enseignement des mathématiques)⁹.

En moins de dix ans, les Maisons des mathématiques en Iran ont déjà accompli de prestigieuses réalisations et acquis une réputation de portée internationale.

Références bibliographiques

Zehren, C. et Bonneval, L.M. (sous la dir. de) Dossier : Mathématiques hors classe. *Bulletin de l'APMEP*, n° 482, p. 337-403, 2009.

Barbeau E.J., Taylor, P.J. (sous la dir. de) *Challenging Mathematics In and Beyond the Classroom. The 16th ICMI Study*. New York: Springer Science, 2009. 336 p.

Rejali, A. Isfahan Mathematics House. Bulletin CIEM (à paraître).

⁹ Pour tout renseignement complémentaire sur Animath et les activités d'éducation non formelle en mathématiques en France, voir (Zehren et Bonneval, 2009). Pour tout renseignement sur les IREM, voir l'annexe 9.

Annexe II. Collaboration entre mathématiciens, enseignants et didacticiens – L'exemple du réseau des IREM

Le réseau des IREM (Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques) est un réseau qui s'est progressivement constitué à partir de la fin des années soixante en France. Les trois premiers IREM ont été créés en 1969 pour répondre aux besoins de formation des enseignants résultant de la réforme des mathématiques modernes, d'autres ont rapidement suivi couvrant l'ensemble du pays. Ils sont 28, un par académie, auxquels s'ajoutent quelques IREM créés à l'étranger plus récemment.

Les IREM constituent une structure universitaire originale dans laquelle travaillent ensemble des enseignants-chercheurs, mathématiciens et didacticiens, des formateurs d'enseignants, des enseignants du primaire et du secondaire. Ils entretiennent des relations étroites avec les UFR (Unités de formation et de recherche) mathématiques de leurs universités et personne ne travaille à plein temps dans un IREM.

Leurs missions sont triples :

- contribuer à la formation initiale et continue des enseignants ;
- mener des innovations et des recherches sur l'enseignement des mathématiques ;
- produire des ressources pour l'enseignement et la formation.

Le réseau est fédéré via l'assemblée des directeurs d'IREM (l'ADIREM) et 15 commissions inter-IREM portant sur des niveaux d'enseignements ou un thème. Il dispose d'un Comité scientifique associant des chercheurs œuvrant dans les IREM et des personnalités scientifiques extérieures au réseau. Il publie une revue : *Repères IREM*, à destination des enseignants et plusieurs IREM publient aussi des revues d'audience nationale voire internationale comme le sont les revues *Grand N* (centrée sur l'enseignement élémentaire) et *Petit x* (centré sur l'enseignement au collège et ouverte aussi à l'enseignement des sciences physiques) de l'IREM de Grenoble, ou les *Annales de sciences cognitives et didactique* publiées par l'IREM de Strasbourg. Il porte aussi avec l'APMEP (Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public) la base de données francophone Publimath à destination des enseignants.

C'est au sein des IREM que s'est d'abord essentiellement développée la recherche en didactique des mathématiques en France et cela a sans doute beaucoup contribué à en faire dès ses débuts une recherche portant une grande attention d'une part à la dimension mathématique du travail didactique, d'autre part au terrain de la classe et à l'ingénierie didactique.

Depuis leur création, les IREM ont soutenu le principe d'une formation des enseignants à la fois proche du terrain et nourrie par la recherche qu'elle soit didactique, épistémologique ou historique, les rapprochements entre disciplines, la collaboration entre les différentes communautés et ils ont permis de mettre en place des synergies productives. Ils ont joué un rôle indéniable dans les évolutions de l'enseignement élémentaire et secondaire, à travers la participation de leurs membres aux commissions en charge de l'élaboration des programmes, ou de réflexion sur l'enseignement des mathématiques, en menant des pré-expérimentations lorsque cela a été possible, en étant une force de proposition et en émettant des avis critiques, en élaborant des formations pour accompagner les réformes.

Cette structure originale est cependant une structure fragile, en premier lieu parce que singulière (il n'existe pas de structure équivalente pour une autre discipline). De plus, même si elle est perçue positivement par les différentes institutions en charge de l'enseignement des mathématiques en France, elle souffre aujourd'hui d'une réduction forte de ses moyens, notamment ceux permettant d'associer au travail, dans de bonnes conditions, les enseignants du secondaire, et de l'attention insuffisante portée à la nécessaire formation continue des enseignants.

Pour plus d'information, consulter le portail des IREM : <http://www.univ-irem.fr/spip.php>

Annexe 12. L'émergence de communautés d'enseignants – L'exemple de Sesamath

(avec la collaboration de Gérard Kuntz, Benjamin Clerc et Sébastien Hache¹⁰)

Nous avons souligné dans le document la nécessité de s'appuyer sur d'autres types de fonctionnements que ceux usuellement utilisés pour promouvoir et soutenir les évolutions nécessaires des pratiques d'enseignement. Nous avons aussi souligné le rôle que peuvent jouer dans ces évolutions les technologies de l'information et de la communication. De ce point de vue, le cas de l'association Sesamath (<<http://www.sesamath.net/>>) qui a été créée en 2001 par une poignée d'enseignants français de mathématiques convaincus de l'importance capitale qu'allait prendre les nouvelles technologies pour apprendre et pour enseigner les mathématiques est intéressant à analyser. Huit ans après sa création, Sesamath occupe en effet aujourd'hui une place centrale en France et dans le monde francophone dans la création de ressources en ligne libres et gratuites. Quelques chiffres en témoignent : 1 300 000 de visites par mois sur son site, 15 000 professeurs de mathématiques inscrits à sa lettre de diffusion, 6 000 professeurs inscrits sur le site privé Sesaprof créé en 2008, 500 000 élèves inscrits sur Mathenpoche-réseau, et tout ceci avec cette association de ...71 membres. Nous présentons dans cette annexe certaines caractéristiques importantes du projet Sesamath qui nous semblent permettre de comprendre cette réalisation, et mettons l'accent sur l'évolution constatée de ses rapports avec les institutions existantes et la recherche. Nous nous appuyons plus particulièrement sur la contribution conjointe (Kuntz, Clerc, Hache, 2009) au colloque EMF 2009.

Dès ses débuts, le projet Sesamath s'est basé sur un certain nombre de convictions :

- la conviction que les technologies de l'information changent radicalement les capacités des enseignants à créer des ressources, à les partager, à les tester, à les améliorer, grâce à un travail collaboratif au sein de communautés de pratiques ;

10 Gérard Kuntz est membre du Comité scientifique des IREM, Benjamin Clerc et Sébastien Hache sont membres fondateurs de l'association Sesamath.

- la conviction que le lien direct avec les enseignants de terrain est prioritaire, avant même la médiation d'organisations d'enseignants ou de chercheurs, et que la régulation permise par le regard critique des usagers des ressources peut garantir à terme la qualité des ressources produites ;
- la conviction que seul un site offrant rapidement de nombreuses ressources couvrant une large part des programmes est viable dans cette perspective et permet de fédérer une masse critique d'enseignants.

La communauté de pratique qui s'est fédérée autour de ce projet était réduite, très soudée, avec des compétences variées et complémentaires. Elle a d'abord créé un outil de communication : un site destiné à contacter les enseignants de mathématiques français, pour les inviter à mettre en commun les ressources que chacun avait créées « dans son coin ». Dès le départ, les propositions furent nombreuses, suscitant notoriété et échanges, et stimulant les réflexions du noyau initial. Des projets spécifiques émergèrent, en particulier la base d'exercices Mathenpoche (Mep), qui a rapidement couvert l'ensemble des programmes du collège.

L'article (Kuntz *et al.*, 2009) essaie d'identifier les raisons du succès rencontré et mentionne les suivantes : un projet mené par des enseignants en exercice, une grande expertise informatique, une vision à long terme ambitieuse, la rigueur de l'organisation, un dialogue permanent à distance, et enfin un noyau très actif qui reste restreint.

L'association Sesamath a développé initialement son projet en contact direct avec les utilisateurs finaux et sous leur contrôle mais en dehors des médiateurs traditionnels que sont en France l'APMEP (Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public), les IREM (Institut de recherche de l'enseignement des mathématiques) et la communauté didactique. Les choix effectués, et en particulier la volonté de couvrir très vite l'ensemble des programmes des quatre années du collège, ont conduit à des ressources utilisables mais facilement critiquables. Et les critiques ont été vives, renforcées par le succès même remporté par Mep, la méfiance vis-à-vis de cette communauté d'enseignants de terrain développant leur projet de façon autonome et avançant si rapidement, et les réserves de beaucoup, à la fois enseignants, didacticiens et institutionnels, vis-à-vis de ce type de ressource technologique.

En fait, dès 2004, un rapprochement avec les IREM s'est opéré conduisant à la création d'une commission inter-IREM/Mathenpoche, rebaptisée plus tard « Ressources en ligne ». Assez vite aussi, des liens se sont établis avec des didacticiens qui ont commencé à analyser les exercices de la base sur des domaines précis, ont suggéré des améliorations et ont aussi essayé de cerner

les usages faits de Mep par les enseignants et les effets de ces usages sur les élèves¹¹. Ce faisant, ils ont découvert une qualité d'écoute, une réactivité et des capacités d'adaptation auxquels généralement ils ne s'attendaient pas. Ceci est cohérent avec la vision des créateurs de Sesamath qui voient les ressources non comme des objets qui sont diffusés seulement après avoir été patiemment élaborés, testés et améliorés, mais comme des objets beaucoup plus rapidement partagés, ne prétendant pas être optimaux mais pensés pour pouvoir évoluer et être adaptés en permanence dans le cadre d'un travail collaboratif. En résultent de nombreuses questions pour lesquelles les réponses nécessitent le développement de recherches appropriées.

Aujourd'hui, Sesamath dont tous les produits sont libres s'ouvre à la coopération internationale : traduction en espagnol de Tracenpoche au Pérou qui conduit dès à présent à la création locale de nombreux exercices de géométrie utilisables dans la zone hispanophone qui nourriront peut-être une version locale de Mep et pourront en retour enrichir Mep-France ; un projet (UNESCO/OIF/AUF) de transfert de compétences de Sesamath vers le Sénégal et le Mali en cours de finalisation. Une coopération à l'échelle mondiale se dessine ainsi, aux résultats encore imprévisibles.

Références bibliographiques

Gueudet, G. Emploi de Mathenpoche et apprentissage : l'exemple de la proportionnalité en sixième. *Repères-IREM* N° 66, 2007, p. 5-25. Topiques éditions, Metz.

Dubois ; Gueudet ; Hili ; Julo ; Le Bihan ; Loric. Quels échanges pour quels usages de Mathenpoche ? Article en ligne (<<http://revue.sesamath.net/spip.php?article149>>) dans *Mathematice* n° 10, 2008.

11 Le groupe ECUM (Emergence de communautés d'utilisateurs de Mep) étudie par exemple depuis septembre 2006 l'expérimentation de Mep dans l'académie de Rennes. Ses observations et ses conclusions sont accessibles sur le site Educmath (<http://educmath.inrp.fr/Educmath/lectures/dossier_mutualisation/ecum>).

Annexe 13. Encourager l'interaction et la collaboration « *Teacher Education Around the World: Bridging Policy and Practice* », un volet du *IAS/Park City Mathematics Institute Institute for Advanced Study*, Einstein Drive, Princeton, New Jersey

(en collaboration avec Herb Clements et Gail Burill¹²)

Le document souligne la nécessité de promouvoir la collaboration entre mathématiciens, formateurs, enseignants et décideurs spécialisés en mathématiques et de favoriser la collaboration internationale en tenant compte de la diversité des contextes et des cultures. Le *Park City Mathematics Institute* et son séminaire international constituent une initiative originale et intéressante en ce sens. Cette annexe en donne une description sommaire, plus spécialement axée sur le séminaire international.

Le *IAS/Park City Mathematics Institute* (PCMI) accueille le séminaire intitulé « *Teacher Education Around the World: Bridging Policy and Practice* » qui se déroule chaque année depuis 2001 à Park City, dans l'Utah, dans le cadre de la session annuelle d'été du PCMI. Le séminaire lui-même est financé par la *Wolfensohn Family Foundation* et la *Bristol-Myers Squibb Foundation*.

Comme indiqué précédemment, le *International Seminar on Mathematics Education* du PCMI se distingue de façon singulière de l'approche habituelle de l'enseignement des mathématiques sur la scène internationale. D'une durée d'une semaine, ce séminaire a lieu chaque année depuis 2001, à l'exception des années (2004, 2008) où se tient le Congrès international sur l'enseignement des mathématiques (qui est l'occasion, pour les participants des années précédentes, de se rencontrer pour échanger sur les récentes initiatives lancées dans leur pays entre eux et avec la communauté mathématique internationale). Il a pour objet de contribuer à la mise en forme et en application d'une série de réflexions sur des problèmes communs, de suggestions de politiques

12 Herb Clements est professeur à la *Ohio State University*, États-Unis, anciennement Directeur du *IAS/Park City Mathematics Institute*, et Vice-Président du Comité pour les pays en développement de l'Union mathématique internationale. Gail Burrill est professeur à la *Michigan State University*, États-Unis, et co-Président du séminaire international du PCMI.

et de pratiques ou de propositions novatrices à l'intention de la communauté internationale. Les 32 pays représentés ces huit dernières années viennent de tous les continents, reflétant ainsi un mélange de cultures et de traditions et une composition équilibrée entre pays en développement et pays « développés ». Le programme fait partie d'un ensemble plus large de programmes d'été du PCMI destinés à des chercheurs en mathématiques, des étudiants diplômés en mathématiques, des professeurs et des étudiants de premier cycle, ainsi qu'à des professeurs du secondaire, qui se réunissent durant une session d'été de trois semaines dans un même lieu pour participer aux diverses activités prévues dans chaque programme.

Les objectifs du séminaire international sont les suivants :

- promouvoir un libre débat sur des questions afférentes aux politiques et pratiques de chaque pays en matière d'enseignement des mathématiques ;
- identifier les problèmes communs qui se posent dans des contextes nationaux différents ;
- développer une volonté internationale commune de tendre vers un enseignement des mathématiques de qualité ;
- rechercher des solutions communes à des problèmes similaires.

Chaque année, des équipes de participants constituées d'un formateur/décideur spécialisé en mathématiques et d'un professeur de mathématiques du secondaire provenant de huit pays représentant chacune des régions du monde y sont accueillies. Pour préserver une certaine continuité des groupes d'une année sur l'autre, il est fréquent que les équipes de participants étrangers y prennent part deux années de suite. Les participants sont invités à débattre sous l'angle de la politique éducative et de la pratique quotidienne, en examinant notamment les politiques et pratiques relatives à la formation et au perfectionnement des enseignants en mathématiques. Le programme comporte peu de présentations formelles ; en revanche, un thème mathématique (les Fonctions, par exemple, en 2009) est fixé pour délimiter le cadre des débats sur des sujets interdisciplinaires généraux, tels que :

- le lien entre les normes nationales et le programme d'études national d'une part et la pratique pédagogique en classe d'autre part, dans chaque pays ;
- le système de formation des enseignants dans chaque pays et la manière dont il est articulé avec la pratique pédagogique ;
- l'enjeu de l'excellence et de l'accessibilité à l'enseignement des mathématiques selon les pays et les cultures ;

- la place de l'enseignement des mathématiques en tant que profession et des recherches sur l'enseignement des mathématiques dans chaque pays.

Des synthèses des divers aspects évoqués lors des débats en rapport avec le thème et le contexte culturel dans lequel il a été abordé sont rédigées et publiées sur Internet (mathforum.org/pcmi/int.html), et un forum de suivi est ensuite organisé entre les participants inscrits sur la liste de diffusion PCMI/MathForum. L'objectif à long terme est de diffuser les informations, résultats et conclusions sur les rencontres dans le grand public, via la publication d'articles dans la presse à grand tirage et les revues professionnelles.

À l'évidence, compte tenu

- du modèle de dialogue et d'échange à l'échelon international qu'il représente,
- de la réflexion engagée parallèlement sur les politiques et les pratiques en classe, dans un climat de confiance et autour d'un objectif commun,
- de la diffusion de ses conclusions et résultats,
- du débat suivi qu'il engendre,

ce colloque est du plus grand intérêt pour les décideurs et les chercheurs dans le domaine de l'enseignement. Qui plus est, il peut aider les décideurs et l'opinion publique à prendre conscience de l'importance et de la nécessité :

- de normes et de conditions de travail professionnelles des enseignants, et
- d'un perfectionnement professionnel de qualité tout au long de la carrière des enseignants,

pour améliorer l'enseignement des mathématiques dans le monde.

Un autre aspect intéressant de cette initiative réside dans l'interaction productive qui se crée entre mathématiciens, formateurs, enseignants et décideurs spécialisés en mathématiques, à la faveur de leur participation au séminaire international du PCMI. Il s'agit là d'un exemple dont d'autres projets pourraient s'inspirer avec profit. Il est à noter que des initiatives régionales bâties selon le même concept en lien avec le PCMI ont été élaborées, en Ouganda tout d'abord, puis au Cambodge, en collaboration avec la CIEM et le CIMPA, mais que leur mise en œuvre n'a jusqu'à présent pas été possible faute de moyens de financement suffisants.

Pays participants (entre 2001 et 2009) : Allemagne, Australie, Brésil, Cambodge, Cameroun, Chili, Colombie, Danemark, Égypte, Équateur, États-Unis d'Amérique, France, Inde, Iran, Irlande du Nord, Israël, Japon, Kenya, Mexique, Namibie, Nouvelle-Zélande, Ouganda, Pakistan, Pays-Bas, Pérou, Pologne, Roumanie, Russie, Singapour, Suède, Turquie, Viet Nam.

Pour tout renseignement complémentaire, consulter le site :

mathforum.org/pcmi/int.html.

Annexe I4. La reconstruction d'une communauté mathématique au Cambodge

(Avec la collaboration de Michel Jambu¹³)

Cette annexe présente le projet qui s'est mis en place au Cambodge en 2005, à l'initiative du CIMPA, pour créer une communauté de mathématiciens cambodgiens titulaires d'un doctorat, en s'appuyant sur un rapport transmis par Michel Jambu. Le projet a pour objectif principal le soutien à la formation en mathématiques au niveau de la licence et du master en rénovant et en complétant les cursus. Il aura atteint ses objectifs quand suffisamment de jeunes chercheurs ayant suivi ces cursus et préparé ensuite un doctorat à l'étranger seront de retour au Cambodge, et prendront en charge la formation en mathématiques.

Ce projet, initié par le CIMPA, a bénéficié de divers soutiens, notamment ceux de l'Agence universitaire pour la francophonie (AUF), l'Union mathématique internationale (IMU) puis de l'UNESCO dans le cadre du PISF (Programme international de sciences fondamentales). Diverses institutions (universités françaises de Paris VI, de Marseille et de Nice, INSA de Rouen, Institut de mathématiques de la Vietnamese Academy of Science and Technology (VAST), Faculté des sciences de Sfax) y ont aussi collaboré. Progressivement, de nouveaux partenaires tant Français qu'Américains, Japonais, mais aussi Suédois et Allemands se sont impliqués. Il faut ajouter la participation japonaise grâce à un support de la Fondation Toyota et celle américaine de l'*US National Committee for Mathematicians*. En effet, suite à la visite au Cambodge du professeur H. Clemens en 2007, il a été créé une base de données de mathématiciens volontaires pour enseigner dans le programme cambodgien et dans un programme similaire en Ouganda (62 à ce jour). Ces programmes sont soutenus par le *US National Committee for Mathematicians*. La liste est hébergée par l'IMU (*International Mathematical Union*) et son sous-comité CDE-DCSG.

Mais comme le souligne le rapport de Michel Jambu, rien n'aurait pu avoir lieu sans l'aide précieuse et constante du Dr Chan Roath. Un tel projet ne peut en effet se développer sans un relais local efficace.

13 Michel Jambu est professeur à l'Université de Nice et ancien directeur du CIMPA.

De 2005 à 2007, le projet a été hébergé par l'Académie Royale de Phnom Penh, ensuite il a été transféré à l'Université Royale de Phnom Penh (URPP). Le master a vraiment commencé en 2008 avec le recrutement d'une promotion de 25 étudiants qui terminent actuellement la seconde année de master, suivi en 2008 par le recrutement d'une promotion de 11 étudiants.

En accord avec le recteur de l'URPP, il a été décidé de ne recruter qu'une promotion d'étudiants que tous les deux ans. Le nombre trop faible de candidats à ce master (11 en 2009) en est la raison première. Mais une autre explication réside dans le coût élevé de ce programme et la difficulté d'obtenir des financements récurrents pour professeurs étrangers intervenant (18 en 2009). Il n'est toutefois pas exclu de revenir à un recrutement annuel quand les conditions seront meilleures.

Le programme scientifique donne une formation basique et générale tout en essayant de maintenir un équilibre entre le fondamental nécessaire et les cours plus appliqués en statistiques, analyse numérique et mathématiques pour l'ingénieur. Neuf cours ont été ainsi assurés en 2007-2008 et 15 en 2008-2009 répartis en 8 cours de master 1 et 7 cours de master 2. Le programme pour 2009-2010 prévoit 11 cours de master 2 d'une durée de trois semaines pour un total de 495 heures.

Le rapport souligne qu'il est absolument indispensable que les étudiants aient accès à une bibliothèque ayant suffisamment d'ouvrages de référence. Différentes actions ont été menées en ce sens par le CIMPA avec l'envoi de livres achetés à tarif réduit chez les éditeurs Hermann et Springer Verlag. Paul Vaderlind et Rikard Bøgvad (ISP, Suède) ont par ailleurs donné l'accès électronique à environ 900 livres de mathématiques. Ceci n'est bien sûr qu'un début.

Le rapport dit espérer le retour d'une dizaine de docteurs dans un avenir de 4 à 5 ans. Ces mathématiciens pourront alors prendre la relève tant au niveau master qu'en licence. La présence étrangère changera alors et visera à maintenir le contact de ces jeunes chercheurs avec la communauté scientifique internationale. Mais il est aussi souligné que ces jeunes chercheurs devront avoir des postes à l'URPP, des salaires et conditions de travail qui leur permettront de continuer leurs recherches. En particulier, il insiste sur la nécessité qu'ils puissent bénéficier de séjour post-docs à l'étranger et sur le fait que si ces jeunes mathématiciens sont contraints de donner un grand nombre d'heures de cours pour compléter leur salaire, ils seront perdus pour la recherche après quelques années et le travail réalisé aura été en grande partie vain.

Cette insertion des jeunes docteurs dans le système universitaire cambodgien doit donc être préparée plusieurs années auparavant. Ils auront la responsabilité de former les jeunes étudiants, de préparer des programmes en prise directe avec le milieu socioéconomique du pays : formation des futurs enseignants, formation des cadres dans les entreprises, les mathématiques étant nécessaires pour le développement de la plupart des autres secteurs.

Une réforme de l'enseignement des mathématiques au Cambodge est par ailleurs envisagée dans le cadre d'un projet global de la Banque mondiale de rénovation du système éducatif cambodgien. Le rapport souligne que la formation donnée en master est un maillon qui peut y contribuer mais que cela restera insuffisant tant que les jeunes docteurs cambodgiens ne seront pas de retour en nombre suffisant et qu'ils ne seront pas accueillis dans de bonnes conditions. Il insiste sur le fait que la rénovation de l'enseignement des mathématiques doit être prévue dans ce projet, aussi au niveau universitaire en y intégrant le master et la licence.

Cette action montre bien la complexité d'une telle reconstruction mais aussi ce qui est permis par la solidarité existante au sein de la communauté internationale lorsqu'elle peut s'appuyer sur des institutions comme le CIMPA. Elle montre aussi que rien ne peut se faire sans une collaboration étroite avec les forces locales existantes, ni sans soutenir ces dernières dans leurs efforts. La formation d'une communauté mathématique dans ce pays, comme dans tout pays, est une condition indispensable pour permettre la formation d'enseignants qualifiés, et cette formation est, elle-même, comme nous l'avons souligné dans le document, une condition nécessaire à l'amélioration de la scolarité de base.

Pour plus d'informations, consulter le site Web du CIMPA :

www.cimpa-icpam.org

Annexe 15. Liste des participants à la réunion d'experts

30 mars – 1^{er} avril 2009

EXPERTS

NOM	TITRE	AFFILIATION/ADRESSE
M^{me} Michèle Artigue	Présidente de la Commission Internationale de l'enseignement des mathématiques.	Université Paris Diderot – Paris 7 175 – 179 rue Chevaleret Plateau E, 6 ^e étage 75013 PARIS Université Denis Diderot 2, place Jussieu Case 7018, 75251 PARIS Cedex 05
M. Christian Buty	Maître de conférences en Sciences de l'Éducation Responsable de l'équipe « Apprentissages, Didactiques, Interactions, Savoirs » pour les Science	Institut national des recherches pédagogiques (INRP), France
Prof. Didier Dacunha-Castelle	Professeur Emérite, Chercheur	Faculté des Sciences d'Orsay Université Paris-Sud 11 bureau : 102 bât : 425 F-91405 ORSAY Cedex
M. Pierre Lena	Délégué à l'éducation et la formation	Académie des sciences 3, quai de Conti F-75270 Paris Cedex 06 France
Prof. Peter Okebukola	Professeur de Sciences Pro-chancelier d'Enseignement et Président du Conseil Ancien Vice Chancelier, État de Lagos Université; Ancien Secrétaire de la Commission Nationale Universitaire du Nigeria	Crawford University Faith City, Igbesa, Ogun State Nigeria
Prof. Juan Ignacio Pozo	Directeur du Département de Psychologie Représentant de la Chaire UNESCO d'éducation scientifique pour l'Amérique Latine et Les Caraïbes	Catedrático de Psicología Básica Facultad de Psicología Avenida Ivan Paulov, 6 Universidad Autónoma de Madrid 28049 Madrid España
M. Charles Ryan	Maître de conférences, Sciences et Formation des enseignants Université de Winchester	The Gables, Kiln Road, Redlynch, Salisbury, Wiltshire SP5 2HT, UK
M. Baruch Schwarz	Maître de conférences à l'Institut d'Education. Université Hébraïque, Israël Professeur associé à Intermédias, Université d'Oslo.	Hebrew University Harav Zinger, 7, Givat Shmuel Israel Intermedia, University of Oslo Intermedia Vilars Lomell Postboks 1161, Blindern 0318 Oslo, Norway
M^{me} Merle Tan	Director	National Institute for Science and Mathematics Education of the University of the Philippines
M. Jesus Vázquez-Abad	Professeur agrégé et titulaire de la Chaire sur l'Enseignement des Sciences et de la Technologie	190 Willowdale # 603 Montréal, Québec CANADA H3T 1G2
M. Mario Wschebor	Mathématicien, ancien président du Conseil d'Administration du Centre International de Mathématique pure et appliquée (CIMPA)	Centro de Matemática. Facultad de Ciencias, Universidad de la República Calle Iguá 4225. 11200 Montevideo, Uruguay

UNESCO

NOM	TITRE	AFFILIATION/ADRESSE
M. Qian Tang	Sous-Directeur général pour l'éducation	Secteur de l'éducation
M^{me} Linda King	Directrice p.i., Division pour la promotion de l'éducation de base	Secteur de l'éducation
M. Maciej Nalecz	Directeur, SC/BES	Secteur des Sciences exactes et naturelles
M^{me} Beatriz Macedo	Spécialiste du Programme ED/BAS/STV, Coordinatrice de la réunion	Secteur de l'éducation
M^{me} Minella Alarcon	Spécialiste du Programme SC/BES	Secteur des Sciences exactes et naturelles
M. Ary Mergulhao	Spécialiste du Programme	UNESCO Brasília

RAPPORTEURS

M^{me} Isabelle Merkovic
UNESCO ED/BAS/STV

M^{me} Magalie Lebreton
UNESCO SC/BES

Nous vivons aujourd'hui dans un monde profondément modelé par la science et la technologie. Le développement scientifique et technologique n'a jamais été aussi rapide et n'a jamais eu un impact aussi important sur nos sociétés, quel que soit leur état de développement. Les défis majeurs que le monde a aujourd'hui à affronter, celui de la santé, de l'environnement, de l'énergie, du développement, sont des défis autant scientifiques qu'humains. Pour y faire face, le monde a besoin de scientifiques capables d'imaginer des futurs que nous entrevoyons à peine et de porter leur réalisation, mais il a aussi besoin que la compréhension de ces défis et le débat sur les évolutions proposées ne soient pas réservés à une élite.

Plus personne ne saurait aujourd'hui douter que des évolutions positives, durables et équitables, puissent être obtenues sans l'adhésion et la contribution du plus grand nombre. Plus personne ne devrait donc douter que le pari de l'intelligence partagée, celui d'une éducation de qualité pour tous, et en particulier une éducation scientifique de qualité pour tous, en incluant dans cette dernière éducation mathématique et éducation technologique, est le seul pari tenable. Sans une telle éducation, il est vain de parler de débat et participation citoyenne.

La présente publication identifie donc les défis à relever pour assurer un enseignement des mathématiques de qualité au niveau de l'éducation de base et propose, à partir d'études de cas, des moyens pour l'améliorer. Elle sera utile non seulement aux décideurs désireux d'intégrer un enseignement scientifique et mathématique de qualité dans leurs systèmes éducatifs, mais également aux différents acteurs qui souhaitent prendre part au processus de changement.



Organisation
des Nations Unies
pour l'éducation,
la science et la culture

Secteur de
l'éducation